

- ned by neutron diffraction // Phys. Rev. – 1993. – В 47 (17). – P. 11082–11092.
12. Парсонидж Н., Стейвли Л. Беспорядок в кристаллах: в 2 ч. Ч. 1 / пер. с англ. под ред. Г.Н. Жижины. – М.: Мир, 1982. – 434 с.
  13. Satija S.K., Wang C.H. Brillouin scattering of a sodium cyanide single crystal in its disordered phase // J. Chem. Phys. – 1977. – V. 66. – № 5. – P. 2221–2222.
  14. Rehwal W. Absence of dispersion in the elastic shear stiffness  $c_{44}$  of sodium cyanide // Phys. Letters. – 1982. – V. 87A. – № 5. – P. 245–247.
  15. Беломестных В.Н., Теслева Е.П. Ангармонические эффекты в твердых телах (акустические аспекты). – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2009. – 151 с.
  16. Беломестных В.Н., Теслева Е.П., Орлова К.Н. Упругие и акустические свойства двойного сплава  $\text{Cu}_2\text{Au}$  в интервале температур 4,2...725 К // Известия Томского политехнического университета. – 2011. – Т. 318. – № 2. – С. 126–130.
  17. Messer Ch.E., Ziegler W.T. III. Rotation of groups in ionic lattices. The heat capacities of sodium and potassium cyanides // J. Amer. Chem. Society. – 1941. – V. 63. – № 10. – P. 2703–2708.

Поступила 18.09.2012 г.

УДК 681.5.01

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОФИЛЬТРА С ВРАЩАЮЩИМСЯ ОСАДИТЕЛЬНЫМ ЭЛЕКТРОДОМ

Б.Р. Касимова, А.А. Баубек, А.К. Кусатаева

Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, г. Астана, Казахстан  
E-mail: zhubatcan@gmail.com

*Разработана теоретическая математическая модель работы электрофильтра с вращающимся осадительным электродом. Было предложено применение осадительного электрода в виде вращающейся ленты для устранения негативных факторов, влияющих на работу электрофильтра, таких как удельное электрическое сопротивление и вторичный унос; рассчитана оптимальная скорость вращающейся ленты.*

### Ключевые слова:

*Электрофильтр, коронный разряд, очистка дымовых газов, осадительный электрод, коронирующий электрод.*

### Key words:

*Electric precipitator, corona charge, cleaning of stack gas, collecting electrode, wire plate.*

В процессе очистки воздуха на промышленных предприятиях от взвешенных частиц пыли немаловажное внимание уделяется качеству очистки воздуха, содержанию вредных для здоровья человека веществ в очищенном воздухе, что напрямую зависит от эффективности работы фильтрующего устройства. Удельное электрическое сопротивление, вторичный унос – явления, негативно влияющие на эффективность работы электрофильтра.

Многие ученые всего мира на протяжении десятков лет исследуют процессы, происходящие в работе электрофильтра. В работе [1] В.Н. Ушов исследовал основные законы работы промышленных электрофильтров и вывел формулы процесса коронного разряда для частиц пыли очищаемого воздуха. Букелл (1996) и Лами (1997) [2, 3], используя формулы Эйлера–Лагранжа, разработали математическую модель трубчатого электрофильтра, работающего на постоянном напряжении. Выведенная учеными математическая модель полностью описывает работу электрофильтра, однако в полученной модели не были учтены такие негативные факты, как удельное электрическое сопротивление и вторичный унос.

В данной статье предлагается использование электрофильтра с вращающимися осадительными электродами для устранения удельного электриче-

ского сопротивления и вторичного уноса. Цель данной работы заключается в определении зависимости скорости вращающегося осадительного электрода от времени зарядки частиц, а также с использованием уравнения Эйлера–Лагранжа разработана математическая модель электрофильтра с вращающимся осадительным электродом.

Электрическая очистка газов от взвешенных частиц (пыли, тумана, дыма) основана на следующем принципе. В процессе ионизации газовых молекул электрическим разрядом происходит зарядка частиц, содержащихся в газе, а затем под действием электрического поля эти частицы осаждаются на электродах и таким образом выделяются из газового потока [4].

Для создания электрического поля, способного вызвать коронный разряд между электродами, последние должны быть присоединены к источнику постоянного тока высокого напряжения (высокой разности потенциалов).  $E_0$  – критическая напряженность электрического поля (величина напряженности, при которой возникает корона), которая определяется по формуле (1):

$$E_0 = 31\delta \left( 1 + \frac{0,308}{\sqrt{\delta r}} \right). \quad (1)$$

В среде воздуха при давлении, близком к атмосферному, для коронного разряда, при котором на коронирующий электрод подается отрицательное напряжение, и круглого провода можно принять:

$$\delta = \frac{3,92B}{273+t},$$

где  $B$  – барометрическое давление,  $t$  – температура, °С.

В процессе работы электрофильтра возникают такие проблемы, как вторичный унос, обратная корона, влияние удельного сопротивления осажденных частиц на эффективность работы электрофильтра. Для решения данных проблем группой ученых и магистрантов Евразийского национального университета им Л.Н. Гумилева под руководством Баубека А.А. было предложено выполнить электроды в виде непрерывно вращающейся ленты, опирающейся на валы и разделенной перегородкой на две части, причем одна часть связана с газоходом, а другая – со щеточным узлом, установленным снизу перегородки с возможностью контактирования с осадительным электродом, и бункером для приема пыли.

Физическая сущность работы предлагаемого электрофильтра заключается в том, что осадительный электрод выполнен в виде непрерывно вращающейся бесконечной ленты. Твердые частицы технологических газов, проходя через коронирующие электроды, приобретают электрический заряд и, подчиняясь закону электростатики, осаждаются в верхней части осадительного электрода.

В нижней части перегородки установлен щеточный механизм, который контактирует с осадительным электродом и счищает с него твердые частицы пыли. Таким образом, осадительный электрод очищается от твердых частиц, которые затем попадают в приемный бункер.

В результате проведенного теоретического анализа и из работы [5], согласно законам электрогазодинамики, было выявлено, что на эффективность улавливания и осаждение пылевидных частиц наибольшее влияние оказывают следующие силы: сила Кулона  $F_{кл}$ , аэродинамическая сила  $F_{плд}$ , сила тяжести  $F_g$ , сила индукции  $F_{и}$ , сила сопротивления  $F_c$  и в некоторой степени сила электрического ветра  $F_{эл.в}$  (рисунок).

Значения короны зависят от этих точек. Процесс зарядки частиц и процесс их осаждения на осадительном электроде зависят от напряжения и тока. Для уменьшения влияния удельного электрического сопротивления, вторичного уноса необходимо, чтобы лента двигалась со скоростью, при которой частицы удаляются с поверхности электрода [6]. Время зарядки частицы определяется формулой

$$\tau = 16,7 \frac{S_n m_0}{z_{вх} \eta},$$

где зависимость между временем зарядки и скоростью вращающейся ленты выражается формулой

$$\tau = \frac{L}{v_1},$$

где  $L$  – длина электрофильтра.

Следовательно, оптимальная скорость вращающейся ленты электрофильтра рассчитывается по данной формуле:

$$v_1 = \frac{L}{16,7 S_n m_0 / V z_{вх} \eta},$$

где  $v_1$  – скорость вращающейся ленты;  $L$  – длина электрофильтра;  $S_n$  – площадь осаждения поля, м<sup>2</sup>;  $V$  – количество газов, поступающих в поле, м<sup>3</sup>/с;  $z_{вх}$  – запыленность на входе в поле, г/м<sup>3</sup>;  $\eta$  – степень очистки газов полем электрофильтра.

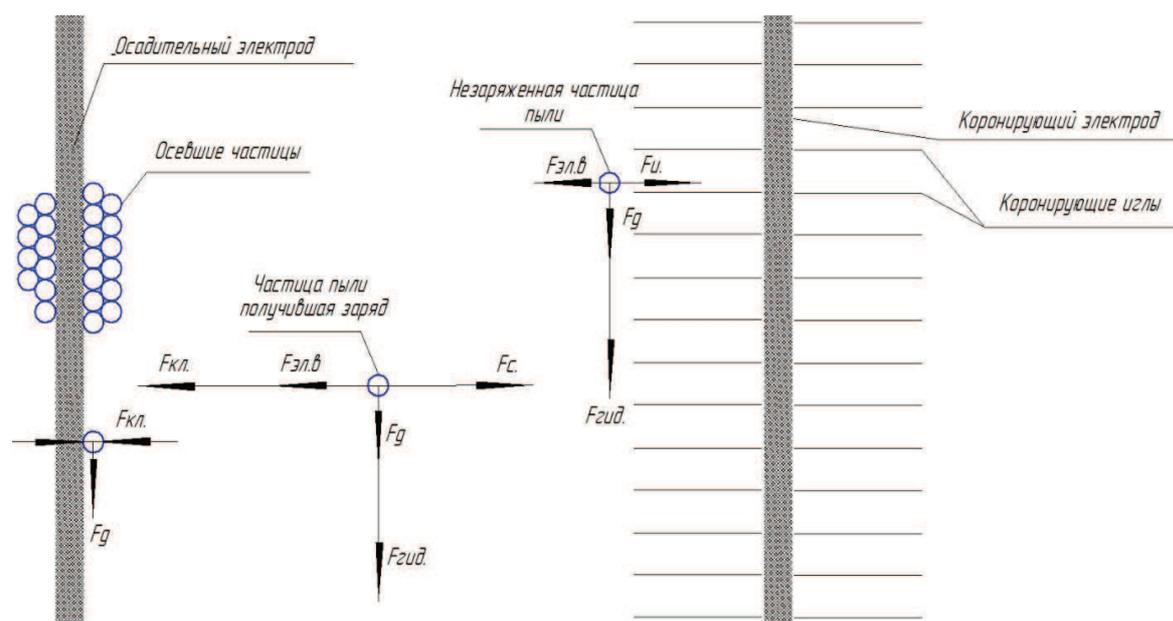


Рисунок. Силы, действующие на заряженную частицу

В общем случае частицы подвергаются совместному эффекту силы тяжести и электростатической силы, а также аэродинамической силы вследствие взаимодействия между газом и частицами вдоль их траекторий. Эти силы балансировки выравнивают инерцию частиц силами, действующими на частицу, и могут быть представлены в виде формулы (2):

$$\frac{d\vec{u}_{pi}}{dt} = \vec{F}_D(\vec{u}_i - \vec{u}_{pi}) + \frac{\vec{g}_i(\rho_p - \rho_f)}{\rho_p} + \vec{F}_x,$$

$$\frac{dx_i}{dt} = u_i; i = x, y, z, \quad (2)$$

где  $\rho_p$  и  $d\vec{u}_{pi}$  – плотность и скорость частиц;  $\vec{g}_i$  – ускорение силы тяжести, действующее в вертикальном направлении, которое заставляет частицу отклоняться в газе;  $\vec{F}_x$  относится к внешнему ускорению частицы, электростатическая сила:

$$F_x = \frac{Eq}{m_p},$$

где  $q$  и  $m_p$  означают электрический заряд и массу частицы.

$F_D(\vec{u}_i - \vec{u}_{pi})$  – сила сопротивления на единицу массы частицы, соответствующая относительной скорости частицы. Для мелких частиц используют закон сопротивления Стокса, определяемый как

$$F_D = \frac{18\mu}{\rho_p d_p^2 C_c(\lambda)},$$

где  $\vec{u}$  – скорость осаждения (скорость движения частицы);  $\mu$  – вязкость воздуха;  $\rho_p$  – плотность частиц;  $d_p$  – диаметр частицы;  $C_c$  – поправочный коэффициент скольжения Гунингема.

Для сухого воздуха в атмосферных условиях  $C_c$  – фактор коррекции скольжения Гунингема для закона сопротивления Стокса и вычисляется как (3):

$$C_c(\lambda) = 1 + K_n \left[ 1,257 + 0,4 \exp\left(-\frac{1,1}{K_n}\right) \right],$$

$$K_n = \frac{2\lambda}{d_p}, \quad (3)$$

где  $K_n$  – номер Кнудса;  $\lambda$  – длина свободного пробега молекулы.

Длина свободного пробега зависит от коэффициента Больцмана ( $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К) и  $\sigma$  – коэффициента аккомодации газа:

$$\lambda = \frac{k_B T}{\sqrt{2}\pi^2 P}.$$

Время пребывания газа в электрофилтре не превышает обычно десяти секунд. В течение этого времени пылинки, например, диаметром менее 20 мкм упадет под влиянием силы тяжести всего на несколько сантиметров. Таким образом, влияние этой силы на движение частицы в электрофилтре можно не учитывать. Пренебрегаем силой тяжести. Электрическая сила и сила сопро-

тивления воздуха рассматриваются как основные силы, действующие на частицы.

Полагаем, что частицы, осаждающиеся на осадительный электрод, удаляются, прежде чем они смогут разрядиться (так как пластина выполнена в виде непрерывно движущейся ленты).

С использованием данных, приведенных в таблице, были рассчитаны формулы (1), (2).

**Таблица.** Данные параметров электрофилтра

Обозначение	Наименование	Значение
$T$	Температура	150 °C
$N$	Число элементарных зарядов в 1 см <sup>3</sup>	108
$e$	Электростатический заряд электрона	1,6·10 <sup>-19</sup>
$r$	Радиус коронирующего электрода	1,25·10 <sup>-3</sup>
$L$	Длина пластины	10 м
$v_r$	Скорость газа	0,8 м/с
$H$	Расстояние между коронирующим и осадительным электродами	0,14 м
$\mu$	Вязкость воздуха	2 (г/см·с)

$$\lambda = 7,7 \cdot 10^{-6};$$

$$K_n = 0,15;$$

$$C_c = 1 + 0,15 \left[ 1,257 + 0,4 \exp\left(-\frac{1,1}{0,15}\right) \right] = 1,18;$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{qE}{m} + 30,5 \cdot 10^2 v;$$

$$q = 3\pi d_p^2 \epsilon_0 E.$$

Для пластинчатого электрофилтра напряженность электрического поля из работы [7] в любой точке  $x$  рассчитывается по следующей формуле:

$$E = \frac{U}{x};$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{qE}{m} + 30,5 \cdot 10^2 v;$$

$$\frac{dx}{dt} = v$$

или

$$\ddot{x} = \frac{U^2}{x^2} \times 27,79 \cdot 10^{-24} + 30,5 \dot{x}.$$

Используя уравнение Коши

$$\begin{cases} x_1 = x, \\ x_2 = \dot{x}, \end{cases}$$

уравнение примет вид:

$$\dot{x}_1 = x_2,$$

$$\dot{x}_2 = \frac{U^2}{x_1^2} 27,79 \cdot 10^{-24} + 30,5 x_2.$$

Линеаризуем функции  $U^2, x_{12}$ . Для линеаризации используем разложение в ряд Тейлора:

$$f(x_0) - f'(x_0)(x - x_0),$$

где  $x_0$  – начальное состояние. Для  $U_0$  берем критическое напряжение, которое вычисляется по формуле

$$U_0 = E_0 r \left( \frac{\pi H}{d} - \ln \frac{2\pi r}{d} \right).$$

Подставляя значения, находим:

$$E_0 = 683 \cdot 10^3,$$

$$U_0 = 5684 \text{ В},$$

$$U^2 \approx U_0^2 - 2U_0(U - U_0) \Big|_{U_0=5684} = 3,2 \cdot 10^6 - 113684U,$$

$$x_0 = 1,25 \cdot 10^{-3},$$

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{x_0^2} + \frac{2}{x_0^3}(x - x_0) = 10^9 x - 0,6 \cdot 10^6.$$

Преобразим наше уравнение:

$$\dot{x}_1 = x_2,$$

$$\dot{x}_2 = \frac{U^2}{x_1^2} 27,79 \cdot 10^{-24} + 30,5 x_2 = 0,8 \cdot 10^{-9} x_1 - 0,5 \cdot 10^{-12} - 0,3 \cdot 10^{-9} U x_1 + 0,2 \cdot 10^{-12} U + 30,5 x_2.$$

В общем виде уравнения состояния имеют вид:

$$\dot{x} = Ax + Bu;$$

$$y = Cx + Du.$$

Представим в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0,8 \cdot 10^{-9} & 30,5 & 0,2 \cdot 10^{-12} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ U \end{bmatrix} + (0,53 \cdot 10^{-12})u.$$

На выходе наблюдаем эффективность очистки воздуха. Эффективность очистки воздуха определяется по формуле:

$$\eta = 1 - e^{-\omega f};$$

$$f = \frac{L}{vH},$$

где  $L$  – длина электрофильтра;  $v$  – скорость потока газа;  $H$  – расстояние между коронирующим и осадительным электродом;  $\omega$  – скорость частицы, причём

$$\frac{dx}{dt} = \omega.$$

Заменяем  $\omega = x_2$ . Разложим в ряд Фурье выражение  $e^{-x_2 f}$ . Начальное условие для скорости  $x_{20} = 0$ :

$$e^{-x_2 f} = e^{-x_{20} f} + f e^{-x_{20} f} (x_2 - x_{20}) \Big|_{x_{20}=0} = 1 + f x_2.$$

Подставляем найденное значение:

$$\eta = 1 - (1 + f x_2) = -f x_2,$$

$$f = \frac{L}{vH} = \frac{10}{0,8 \cdot 0,13} = 83.$$

В итоге наша система описывается в виде уравнений состояний:

$$\dot{x} = Ax + Bu;$$

$$y = Cx + Du.$$

В матричной форме:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0,8 \cdot 10^{-9} & 30,5 & 0,2 \cdot 10^{-12} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ U \end{bmatrix} + (0,53 \cdot 10^{-12})u;$$

$$y = (0 \quad 83 \quad 0) \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ U \end{bmatrix}.$$

Выведенная математическая модель может быть использована для дальнейшего анализа работы электрофильтра в различных режимах.

#### Выводы

Показано, что наибольшее влияние на эффективность работы электрофильтра с вращающимися осадительными электродами оказывает скорость вращающейся ленты, напряжение на коронирующем электроде, напряженность электрического поля, скорость движения частиц от коронирующего электрода к осадительному. Выполнение осадительного электрода в виде бесконечно вращающейся ленты уменьшает влияние таких негативных факторов, как вторичный унос и удельное электрическое сопротивление заряженных частиц, на эффективность работы электрофильтра.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ушов В.Н. Очистка промышленных газов электрофильтрами // Химическая литература. – 1962. – С. 7.
2. Lami E., Mattachini F., Turri R., Tromboni A. Numerical Procedure for Computing the Voltage Current Characteristics in Electrostatic Precipitator Configurations // Electrostatics. – 1995. – № 34:385. – P. 399.
3. Buccella C. Computation of V-I Characteristics in Electrostatic Precipitators // Electrostatics. – 1996. – № 37:277. – P. 291.
4. Muhammad A. Modelling and simulation of an electrostatic precipitator. – Sweden: Science, 2011. – P. 10–12.
5. Niloofar F. Three-dimensional modeling of electrostatic precipitator using hybrid finite element-flux corrected transport technique. – Canada: Ontario, 2011. – P. 54–55.
6. Едмичев Д.А. Улучшение условий труда операторов зерноперерабатывающего оборудования совершенствованием технологии пылеудаления. – Красноярск, 2012. – 8 с.
7. Сивков А.А., Исаев Ю.Н., Васильева О.В., Купцов А.М. Динамика изменения траектории заряженных частиц в электромагнитном поле в коаксиальном магнитоплазменном ускорителе // Известия Томского политехнического университета. – 2012. – Т. 320. – № 2. – 48–52.

Поступила 04.06.2012 г.