УДК 621.314;621.314.57

МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА ПЕРЕКЛЮЧАЮЩИХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ АНАЛИЗА ВЕНТИЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ПРИ РАБОТЕ НА ПРОТИВО-ЭДС

А.Г. Гарганеев, С.А. Харитонов*

Томский политехнический университет
*Новосибирский государственный технический университет
E-mail: garganeev@rambler.ru; kharit1@yandex.ru*

Расширены возможности метода переключающих функций для анализа устройств силовой электроники. Модифицированный метод ориентирован на аналитическое описание производных токов в индуктивностях электрической цепи с вентилями. Возможности метода иллюстрируются на примере анализа механотронной системы «синхронный генератор с возбуждением от постоянных магнитов–двухполупериодный выпрямитель с нулевым выводом» при работе преобразователя на противо-ЭДС.

Ключевые слова:
Переключающие функции, модификация, пульсации тока, противо-ЭДС.
Key words:
Switching functions, updating, current pulsations, counter-electromotive force.

Метод переключающих функций применяется при анализе различных схем в силовой электронике достаточно давно. В значительной степени его распространение связано с работами профессора Г.В. Грабовецкого [1].

Основным достоинством метода является возможность получения аналитических выражений для электрических величин схемы, однако допущением этого метода является то, что нагрузка вентильного преобразователя должна удовлетворять гипотезе фильтра низкой частоты, т. е. предполагается отсутствие пульсаций в выходном токе преобразователя. Данное допущение существенно ограничивало класс исследуемых систем силовой электроники.

В настоящей работе предпринята попытка расширить возможности метода на преобразователи электрической энергии, работающие на противо-ЭДС, при этом пульсации выходного тока могут иметь значительную величину, а анализ распространен вплоть до режима прерывистого тока.

Сущность метода иллюстрируется на примере системы «синхронный генератор с возбуждением от постоянных магнитов–двухполупериодный выпрямитель с нулевым выводом». Синхронный генератор (СГ) работает с переменной частотой вращения вала (n=var), выводы выпрямителя подключены к противо-ЭДС $U_н$. Эквивалентная схема системы представлена на рис. 1. Данная схема получена при следующих допущениях:

- магнитная система СГ не насыщена и линейна;
- генератор явнополюсный, имеет систему успокоительных контуров по продольной и поперечной осям;
- выполняются условия теоремы о постоянстве потокосцеплений;
- вентили выпрямителя идеальны;
- X_f – индуктивность фидера между СГ и выпрямителем.

При анализе используется система относительных единиц, в которой за базовые приняты следующие величины: $U_б=U_н$; $n_б=n_{\min}$ – минимальная частота вращения, при которой амплитуда ЭДС холостого хода СГ равна $U_н$; $\omega_б=\omega_{\min}=2\pi pn_{\min}/60$ – минимальная циклическая частота напряжения СГ; $X_б=\omega_б[L_f+(L''_d+L''_q)/2]$, $I_б=U_б/X_б$, $S_б=I_бU_б$ – базовые величины сопротивлений, токов и мощностей элементов системы; L''_d, L''_q – сверхпереходные индуктивности обмоток статора СГ по продольной и поперечной осям соответственно. Относительное значение величины обозначается верхним индексом «звездочка», например, n^*.

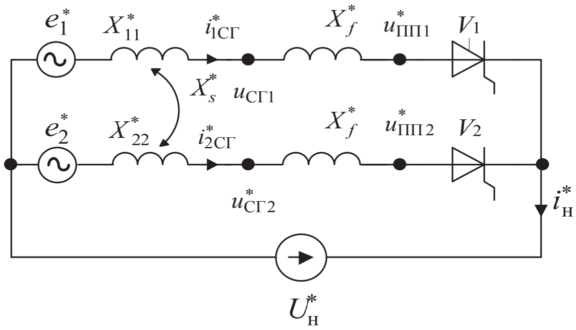

Рис. 1. *Эквивалентная схема анализируемой системы*

Для упрощения соотношений введено обозначение $q=2L_f/(L''_d+L''_q)$.

С учетом принятых допущений, введенных относительных единиц и обозначений, поведение исследуемой системы можно описать следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \mathbf{e}-n^*\mathbf{X}\dfrac{d}{d\vartheta}\mathbf{i}^*_{СГ}=\mathbf{u}^*_{ПП}, \\ \sum\limits_{j=1}^{2} i^*_{СГj}=i^*_н, \end{cases} \qquad (1)$$

где $\mathbf{e}=\begin{bmatrix} e_1^* \\ e_2^* \end{bmatrix}$, $\mathbf{i}^*_{СГ}=\begin{bmatrix} i^*_{1СГ} \\ i^*_{2СГ} \end{bmatrix}$ – векторы фазных ЭДС и токов СГ; $\mathbf{X}=\begin{bmatrix} 1 & X_s^* \\ X_s^* & 1 \end{bmatrix}$ – матрица индуктивных сопротивлений схемы; $\mathbf{u}^*_{\text{ПП}} = \begin{bmatrix} u^*_{\text{ПП1}} \\ u^*_{\text{ПП2}} \end{bmatrix}$ – вектор входных напряжений выпрямителя; $e_1^*=n^*\sin(\vartheta)$; $e_2^*=-n^*\sin(\vartheta)$; ; $X_s^*=-1/(1+q)$.

Здесь с целью определения напряжения на выходе СГ собственная индуктивность фазы представлена в виде двух индуктивных сопротивлений, а именно, собственного индуктивного сопротивления фазы СГ $X_{jj}^*=1/(1+q)$ и внешней индуктивности $X_f^*=q/(1+q)$, причем $X_{jj}+X_f^*=1$.

При увеличении частоты вращения вала СГ (n^*), начиная с $n_б=n_{\min}=1$, в системе возможны три режима работы в зависимости от величин n^* и q. Эти режимы различаются числом одновременно работающих вентилей. Кривые токов генератора ($i_{1СГ}$, $i_{2СГ}$) для них приведены на рис. 2.

Первый режим характеризуется прерывистым током в цепи нагрузки (рис. 2, *а*), во втором режиме работы устанавливается предельно-непрерывный ток с длительностью протекания $\lambda=\pi$ (рис. 2, *б*). Третий режим работы возможен при наличии внешнего индуктивного сопротивления X_f и характеризуется непрерывным током в нагрузке, при этом длительность протекания тока через вентиль больше половины периода ЭДС СГ ($\lambda>\pi$) (рис. 2, *в*). Для описания процессов введем угол вынужденного зажигания ψ, который определяется моментом включения неуправляемого вентиля. Он может быть найден из равенства

$$e_1^*(\psi) = U_н^* = 1.$$

Для случая управляемого выпрямителя необходимо угол φ заменить на угол регулирования α с учетом выражения

$$= \begin{cases} \alpha, & \text{если } \alpha \ge \psi, \\ \psi, & \text{если } \psi > \alpha. \end{cases}$$

Предлагаемая модификация метода переключающих функций предполагает, что зависимости $\varphi(n^*)$ и $\lambda(n^*)$ определены с помощью системы уравнений (1) [2].

Введем переключающие функции первого $F_1(\vartheta)$ и второго $F_2(\vartheta)$ вентилей. Совместим начало отсчета с моментом времени $\vartheta=\psi$ и определим переключающие функции следующим образом:

$$F_1(\vartheta) = \begin{cases} 1 & \text{при } i^*_{1СГ}(\vartheta) \ne 0, \\ 0 & \text{при } i^*_{1СГ}(\vartheta) = 0, \end{cases}$$

$$F_2(\vartheta) = \begin{cases} 1 & \text{при } i^*_{2СГ}(\vartheta) \ne 0, \\ 0 & \text{при } i^*_{2СГ}(\vartheta) = 0 \end{cases}$$

или

$$F_1(\vartheta) = F_2(\vartheta - \pi) =$$
$$= \frac{\lambda}{2\pi} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2}}{k\pi} \sqrt{1-\cos(k\lambda)} \sin[k\vartheta + \varphi_k], \tag{2}$$

где

$$\varphi_k = \operatorname{arctg}\left[\frac{\sin(k\lambda)}{1-\cos(k\lambda)}\right].$$

Напряжение на входе вентильного преобразователя (учтено, что $U_н^*=1$) с их помощью определится как

$$u^*_{\text{ПП1}} = F_1 + (1-F_1)\left(e_1^* - n^* X_s^* \frac{di^*_{2СГ}}{d\vartheta}\right);$$

$$u^*_{\text{ПП2}} = F_2 + (1-F_2)\left(e_2^* - n^* X_s^* \frac{di^*_{1СГ}}{d\vartheta}\right).$$

После подстановки данных соотношений в основное уравнение системы получим

$$F_1(e_1^* - 1) = n^* \frac{di^*_{1СГ}}{d\vartheta} + F_1 n^* X_s^* \frac{di^*_{2СГ}}{d\vartheta}; \tag{3}$$

$$F_2(e_2^* - 1) = n^* \frac{di^*_{2СГ}}{d\vartheta} + F_2 n^* X_s^* \frac{di^*_{1СГ}}{d\vartheta}, \tag{4}$$

где $e_1^*=-e_2^*=n^*\sin(\vartheta+\psi)$.

С целью определения структуры реактивной мощности, отбираемой от СГ, воспользуемся представлением уравнений системы в $\alpha\beta$-осях и методом симметричных составляющих. Для этого введем оператор поворота $a = \exp\left(j\frac{2\pi}{m}\right)$ ($\varphi=\sqrt{-1}$, m – количество фаз СГ), тогда изображающий вектор фазных токов СГ при m=2 запишется в виде

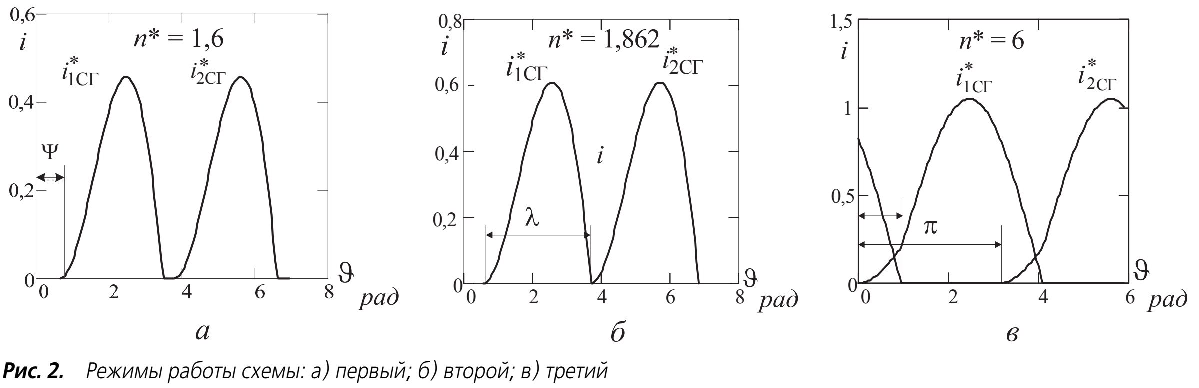

Рис. 2. *Режимы работы схемы: а) первый; б) второй; в) третий*

$$i^*_{\alpha\beta} = i^*_{1\text{СГ}} + a i^*_{2\text{СГ}} = i^*_{1\text{СГ}} - i^*_{2\text{СГ}}. \qquad (5)$$

Из соотношения (5) очевидно, что $i^*_\beta=0$. Нулевая последовательность этих токов определится следующим образом:

$$i^*_0 = \frac{1}{2}(i^*_{1\text{СГ}} + i^*_{2\text{СГ}}).$$

Суммируя (3) и (4) получим уравнение для i_0^* и, применяя оператор «a» к (4) с последующим суммированием результата с (3), получим уравнение для $i^*_{\alpha\beta}$. После выполнения указанных операций будем иметь

$$n^*(1 - X^*_s F\gamma)\frac{di^*_{\alpha\beta}}{d\vartheta} = u^*_{\alpha\beta},$$

$$n^*(1 + X^*_s F\gamma)\frac{di^*_0}{d\vartheta} = u^*_0, \qquad (6)$$

где

$$F\gamma = F_1 + F_2 - 1, \quad \Delta e^*_{\alpha\beta} = F_1 e^*_1 - F_2 e^*_2 = e^*_1(F_1 + F_2),$$

$$F_{\alpha\beta} = F_1 - F_2,$$

$$u^*_{\alpha\beta} = \Delta e^*_{\alpha\beta} - F_{\alpha\beta}; \quad \Delta e^*_0 = \frac{1}{2}e^*_1(F_1 - F_2);$$

$$u^*_0 = \Delta e^*_0 - F_0; \quad F_0 = \frac{F_1 + F_2}{2}. \qquad (7)$$

Первое соотношение в системе уравнений (6) позволяет определить симметричные составляющие фазных токов СГ, т. е. гармоники с порядковыми номерами $2k-1$, а второе – нулевую последовательность, содержащую гармоники порядка $2k$. Очевидно, что ток нагрузки системы $i^*_{\text{н}}=2i^*_0$, а токи фаз генератора через обобщенный вектор ($i^*_{\alpha\beta}$) и ток нулевой последовательности определяются соотношениями

$$i^*_{1\text{СГ}} = i^*_0 + \frac{1}{2}i^*_{\alpha\beta} = i^*_0 + i^*_{1\text{с}}, \quad i^*_{2\text{СГ}} = i^*_0 - \frac{1}{2}i^*_{\alpha\beta} = i^*_0 + i^*_{2\text{с}}, \quad (8)$$

где

$$i^*_{1\text{с}} = \frac{1}{2}i^*_{\alpha\beta}, \quad i^*_{2\text{с}} = -\frac{1}{2}i^*_{\alpha\beta} \qquad (9)$$

– симметричные составляющие фазных токов СГ.

Обобщенный вектор напряжения синхронного генератора вычисляется согласно выражению

$$u^*_{\text{СГ}\alpha\beta} = e^*_{\alpha\beta} - 2\frac{n^*}{1+q}\frac{di^*_{\alpha\beta}}{d\vartheta}, \qquad (10)$$

где $e^*_{\alpha\beta}=e_1^*-e_2^*=2e_1^*$. При выводе (10) учтено соотношение $X^*_s=-1/(1+q)$.

Из системы уравнений (6) получим

$$\frac{di^*_{\alpha\beta}}{d\vartheta} = \frac{1+q}{n^*(1+q+F\gamma)}u^*_{\alpha\beta}, \quad \frac{di^*_0}{d\vartheta} = \frac{1+q}{n^*(1+q-F\gamma)}u^*_0. \quad (11)$$

Подставив (11) в (10), запишем

$$u^*_{\text{СГ}\alpha\beta} = e^*_{\alpha\beta} - \frac{2}{1+q+F\gamma}u^*_{\alpha\beta}.$$

Принимая во внимание, что сопротивление дросселя L_f в относительных единицах равно $n^*\dfrac{q}{1+q}$, определим соотношение для обобщенного вектора напряжений на нем, а также напряжений нулевой последовательности:

$$u^*_{f\alpha\beta} = \frac{n^* q}{1+q}\frac{di^*_{\alpha\beta}}{d\vartheta} = \frac{q}{1+q+F\gamma}u^*_{\alpha\beta},$$

$$u^*_{f0} = \frac{n^* q}{1+q}\frac{di^*_0}{d\vartheta} = \frac{q}{1+q+F\gamma}u^*_0. \qquad (12)$$

Учитывая (6) и (11), можем получить аналогичные составляющие напряжений на входе выпрямителя:

$$u^*_{\text{ПП}\alpha\beta} = e^*_{\alpha\beta} - n^*\frac{2+q}{1+q}\frac{di^*_{\alpha\beta}}{d\vartheta} = e^*_{\alpha\beta} - \frac{2+q}{1+q+F\gamma}u^*_{\alpha\beta},$$

$$u^*_{\text{ПП}0} = -u^*_{f0}. \qquad (13)$$

Таким образом, напряжение нулевой последовательности, генерируемое противо-ЭДС посредством полупроводникового преобразователя, в цепи СГ уравновешивается напряжением на внешнем дросселе.

Учитывая, что относительное значение индуктивного сопротивления рассеяния СГ равно $X^*_\delta = \dfrac{q_\delta}{1+q}$, $q_\delta = \dfrac{L_\delta}{L''_d + L''_q}2$, ($L_\delta$ – индуктивность рассеяния), получим выражение для обобщенного вектора напряжения СГ до индуктивности рассеяния:

$$u^*_{\delta\alpha\beta} = e^*_{\alpha\beta} - 2\frac{1-q_\delta}{1+q+F\gamma}u^*_{\alpha\beta}.$$

Из соотношения (13) следует, что токи симметричных составляющих ограничиваются во входной цепи полупроводникового преобразователя индуктивным сопротивлением:

$$X^*_{\text{экс}} = n^*\frac{2+q}{1+q},$$

причем выходное сопротивление СГ для них определяется выражением

$$X^*_{\text{СГс}} = n^*\frac{2}{1+q}.$$

Эквивалентное сопротивление для токов нулевой последовательности $X^*_{\text{эк}0} = n^*\dfrac{q}{1+q}$.

Обобщенные векторы полного потокосцепления и потокосцепления в зазоре СГ определятся соотношениями:

$$\Psi^*_{\alpha\beta} = 2\cos(\vartheta+\psi) + \frac{2}{1+q}i^*_{\alpha\beta},$$

$$\Psi^*_{\delta\alpha\beta} = 2\cos(\vartheta+\psi) + 2\frac{1-q_\sigma}{1+q}i^*_{\alpha\beta}. \qquad (14)$$

Переход в естественные координаты для каждого из определенных выше напряжений и потокосцеплений осуществляется с помощью соотношения, аналогичного (8):

$$u_{j1}^{*}=u_{j0}^{*}+\frac{1}{2}u_{j\alpha\beta}^{*}=u_{j0}^{*}+u_{j\,1c}^{*},$$

$$u_{j2}^{*}=u_{j0}^{*}-\frac{1}{2}u_{j\alpha\beta}^{*}=u_{j0}^{*}+u_{j\,2c}^{*};$$

$$u_{j1c}^{*}=\frac{1}{2}u_{j\alpha\beta}^{*},\ u_{j\,2c}^{*}=-\frac{1}{2}u_{j\alpha\beta}^{*},$$

где u_{j1c}^{*}, u_{j2c}^{*} – симметричные составляющие фазных напряжений.

Расчет мгновенных значений токов и напряжений по найденным соотношениям может быть произведен несколькими способами. С нашей точки зрения наиболее оптимально использовать стандартную процедуру дискретного быстрого преобразования Фурье (БПФ). Действительно, учитывая, что во временной области переключающие функции F_1 и F_2 определены, не составляет труда найти $N=2^h$ значений любого из напряжений, включая производные токов (h – целое число). При этом определяется значение $M=1+2^{(h+1)}$ гармоник, амплитуды которых рассчитываются согласно соотношению [3]:

$$C_j=\frac{1}{\sqrt{M}}\sum_{k=0}^{N-1}u_k e^{2\pi i\,(j/h)k},$$

где $u_k=u(\vartheta_k)$, $\vartheta_k=2\pi/Nk$, $u(\vartheta)$ – мгновенное значение рассчитываемой координаты.

Полученные соотношения не исключают возможности аналитического определения спектральных составляющих искомых координат, что можно сделать путем непосредственного интегрирования найденных соотношений на соответствующих временных интервалах. Наиболее простой способ аналитического определения гармоник можно получить, если во всех выражениях переключающую функцию $F\gamma$, там, где она встречается в знаменателе, заменить на ее среднее значение, т. е. $F\gamma\approx F\gamma_0=\lambda/\pi-1$, а во всех остальных случаях воспользоваться представлением F_1, F_2 и $F\gamma$ в виде ряда Фурье согласно соотношениям (2) и (7). Независимо от используемого способа расчета необходимо иметь в виду, что полученные соотношения не позволяют восстановить среднее значение тока нулевой последовательности $i_0^*=I_н^*/2$, его необходимо определить по результатам расчетов во временной области [2].

Алгоритм расчета с применением БПФ можно представить в виде последовательности операций:

- Рассчитываются в дискретных временных точках производные токов симметричных составляющих и нулевой последовательности по соотношению (11)

$$\delta i_{\alpha\beta k}^{*}=(i_{\alpha\beta}^{*}(\vartheta_k))'=\frac{1+q}{n^{*}[1+q+F\gamma(\vartheta_k)]}u_{\alpha\beta}^{*}(\vartheta_k),$$

$$\delta i_{0k}^{*}=(i_{0}^{*}(\vartheta_k))'=\frac{1+q}{n^{*}[1+q-F\gamma(\vartheta_k)]}u_{0}^{*}(\vartheta_k).$$

- В соответствии с выражением $C_j=\frac{1}{M}\sum_{k=0}^{N-1}u_k e^{2\pi i(j/n)k}$ определяется комплексный массив синусных и косинусных составляющих гармоник производных токов $i_{\alpha\beta}^{*}$ и i_0^{*} и рассчитываются амплитуды и фазы отдельных гармоник:

$$\delta\dot{I}_{\alpha\beta}^{*}=\mathrm{Ffft}\{\delta i_{\alpha\beta k}^{*}\},\quad \delta\dot{I}_{0}^{*}=\mathrm{Ffft}\{\delta i_{0k}^{*}\},$$

$$\delta I_{\alpha\beta s}^{*}=\mathrm{Im}(\delta\dot{I}_{\alpha\beta}^{*}),\quad \delta I_{\alpha\beta c}^{*}=\mathrm{Re}(\delta\dot{I}_{\alpha\beta}^{*}),$$

$$\delta I_{0s}^{*}=\mathrm{Im}(\delta\dot{I}_{0}^{*}),\qquad \delta I_{0c}^{*}=\mathrm{Re}(\delta\dot{I}_{0}^{*}),$$

$$\delta I_{\alpha\beta j}^{*}=\sqrt{(\delta I_{\alpha\beta sj}^{*})^2+(\delta I_{\alpha\beta cj}^{*})^2},$$

$$\delta\varphi_{\alpha\beta j}=\mathrm{arctg}(\delta I_{\alpha\beta cj}^{*}/\delta I_{\alpha\beta sj}^{*}),$$

$$\delta i_{\alpha\beta}^{*}(\vartheta)\cong\sum_{j=1}^{M}\delta I_{\alpha\beta\,(2j-1)}^{*}\sin[(2j-1)\vartheta+\delta\varphi_{\alpha\beta(2j-1)}],$$

$$\delta I_{0j}^{*}=\sqrt{(\delta I_{0sj}^{*})^2+(\delta I_{0cj}^{*})^2},\ \delta\varphi_{0j}=\mathrm{arctg}(\delta I_{0cj}^{*}/\delta I_{0sj}^{*}),$$

$$\delta i_{0}^{*}(\vartheta)\cong\sum_{j=1}^{M}\delta I_{02j}^{*}\sin[2j\vartheta+\delta\varphi_{02j}],$$

где Ffft{...} – оператор БПФ, определенный, например, в среде *Mathcad*.

- Определяются выражения для токов $i_{\alpha\beta}^{*}$ и i_0^{*}:

$$i_{\alpha\beta}^{*}(\vartheta)\cong\sum_{j=1}^{M}I_{\alpha\beta\,(2j-1)}^{*}\sin[(2j-1)\vartheta+\varphi_{\alpha\beta\,(2j-1)}],$$

$$i_{0}^{*}(\vartheta)\cong\sum_{j=1}^{M}I_{02j}^{*}\sin[2j\vartheta+\varphi_{02j}]+I_н^{*}/2,$$

$$I_{\alpha\beta\,(2j-1)}^{*}=\frac{1}{2j-1}\delta I_{\alpha\beta\,(2j-1)}^{*},$$

$$\varphi_{\alpha\beta(2j-1)}=\delta\varphi_{\alpha\beta(2j-1)}-\frac{\pi}{2},\ I_{02j}^{*}=\frac{1}{2j}\delta I_{02j}^{*},$$

$$\varphi_{j2j}=\delta\varphi_{02j}-\frac{\pi}{2}.$$

- По соотношениям (10), (12)–(14) вычисляются все необходимые величины, в том числе заряд цепи, гильбертов образ тока симметричной составляющей.
- По спектральным составляющим рассчитываются действующие значения (модули) электрических величин.

На рис. 3 в качестве примера приведены спектральный состав тока (*а*, *б*), напряжения (*в*, *г*) и потокосцепления (*д*, *е*) СГ, рассчитанные по предложенной методике для режима с $q=0$, $X_\delta^*=0{,}558$ и частот вращения $n^*=1{,}1$, $n^*=5$.

Из рис. 3 следует, что при малых частотах вращения вала СГ напряжение генератора искажено незначительно, ток генератора существенно несинусоидален. С ростом n^* ситуация изменяется на противоположную. Как следует из проведенных авторами расчетов, начиная с $n^*=1{,}862$, напряжение СГ становится прямоугольным и не изменяется ни по форме,

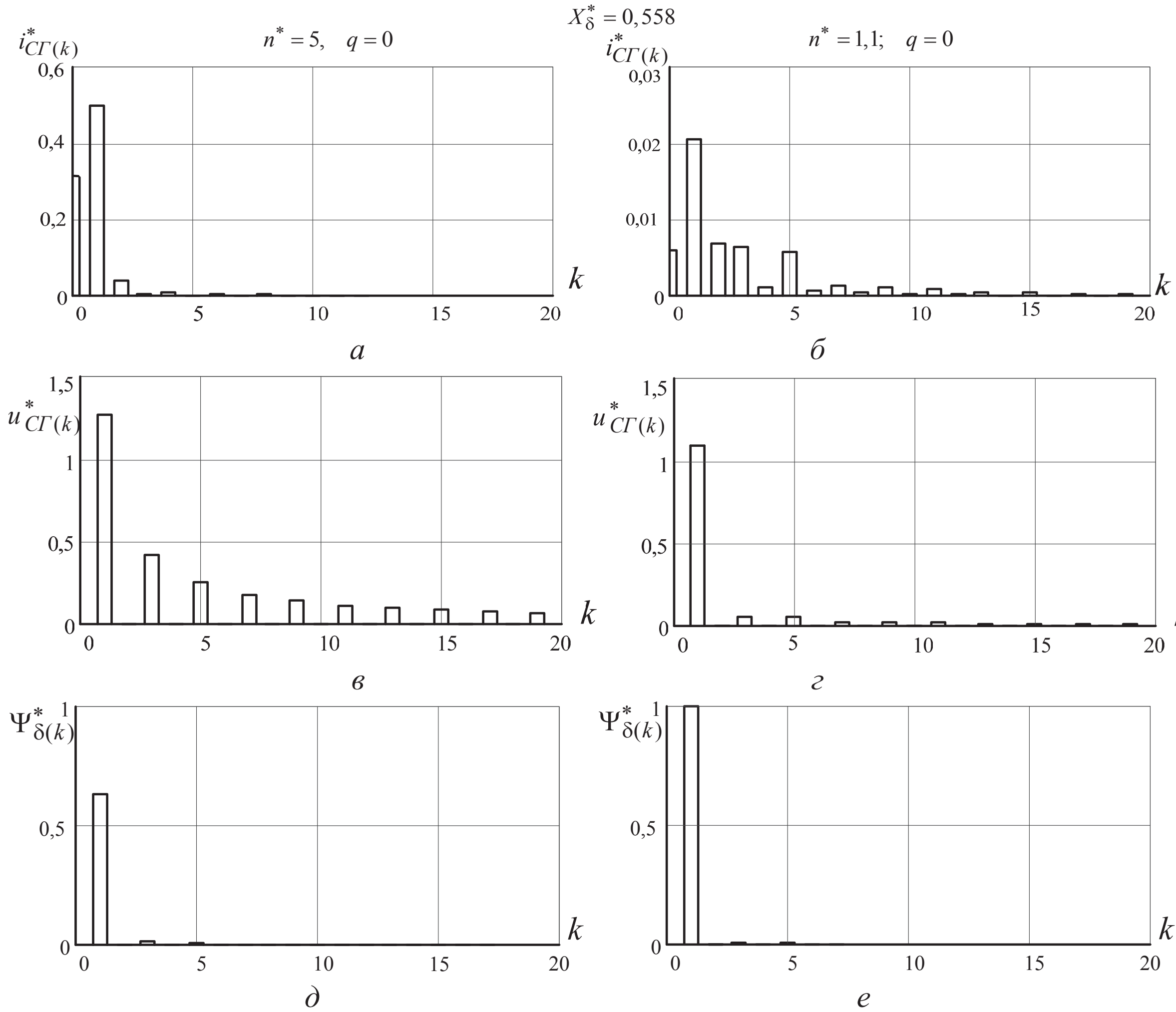

Рис. 3. *Спектральный состав а, б) тока; в, г) напряжения; д, е) потокосцепления СГ*

ни по величине, при условии постоянства противо-ЭДС. В этом диапазоне изменения n^* потокосцепление в зазоре СГ по форме близко к синусоидальному.

Выводы

Предложена модификация метода переключающих функций, которая применима для анализа устройств силовой электроники, в частности, работы вентильного преобразователя в режиме противо-ЭДС, когда пульсации выходного тока имеют значительную величину, а сам ток может носить прерывистый характер.

Исследования электромагнитных процессов в мехатронной системе «синхронный генератор с переменной частотой вращения–управляемый выпрямитель» при работе на противо-ЭДС доказали эффективность предложенного метода. Расширение возможностей метода за счет использования модифицированного метода симметричных составляющих позволяет детально рассмотреть поведение токов и неактивной мощности, потребляемой от синхронного генератора. Подобная детализация открывает возможности синтеза алгоритмов управления, минимизирующих перетоки неактивной мощности от генератора к выпрямителю.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта № 1 G36.31.0010 от 22.10.2010 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Грабовецкий Г.В. Некоторые вопросы динамики вентильных преобразователей частоты с непосредственной связью и естественной коммутацией при совместном и раздельном управлении // Электричество. – 1975. – № 2. – С. 58–60.
2. Харитонов С.А. Электромагнитные процессы в системах генерирования электрической энергии для автономных объектов. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2011. – 536 с.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). – М.: Наука, 1974. – 832 с.

Поступила 05.03.2012 г.