УДК 621.313.333:62–83

РАЗРАБОТКА И ЛАБОРАТОРНОЕ АПРОБИРОВАНИЕ МЕТОДА ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ

А.С. Глазырин, Е.В. Боловин

Томский политехнический университет
E-mail: asglazyrin@tpu.ru

Рассмотрены методы идентификации параметров динамических моделей электродвигателей на основе решения систем разностных уравнений. В первом методе при составлении системы линейных алгебраических уравнений для процедуры идентификации используются отдельно уравнения электрического равновесия и уравнение движения двигателя. Во втором методе используется интегро-дифференциальное уравнение, описывающие взаимодействие электрической и механической части двигателя. Лабораторное апробирование показало работоспособность и эффективность динамической идентификации при совместном использовании обоих методов.

Ключевые слова:
Двигатель постоянного тока, идентификация параметров, разностные схемы.

Key words:
DC-motor, identification of the parameters, difference schemes.

Введение

Современный электропривод строится на основе микропроцессорных систем управления с минимально необходимым набором датчиков. Алгоритмы управления при этом достаточно критичны изменению параметров регулируемого электродвигателя. В основе большинства современных методов динамической идентификации параметров электрических двигателей лежат такие процедуры как калмановская фильтрация [1], генетические алгоритмы [2], метод наименьших квадратов и другие, каждый из которых имеет свой набор достоинств и недостатков, широко освещённых в специальной литературе [3]. Одним из основных требований к процедуре динамической идентификации параметров является получение несмещённых оценок, асимптотически стремящихся к истинным значениям искомых параметров. Исходя из этого требования, значительный научный интерес представляют методы, основанные на решении разностных уравнений, описывающих динамику электродвигателей, или так называемые разностные схемы.

Цель представленной работы – разработать метод идентификации параметров двигателя постоянного тока независимого возбуждения (ДПТ НВ) на основе разностных схем.

Динамическая идентификация параметров электродвигателей с использованием датчиков тока, напряжения и скорости

Составим разностную схему для идентификации параметров ДПТ НВ. Математическую модель двигателя при общеизвестных допущениях можно составить из уравнения электрического равновесия якорной цепи и уравнения движения якоря. Уравнение электрического равновесия якорной цепи составим на основе второго закона Кирхгофа

$$U(t) = R \cdot i(t) + L\frac{di(t)}{dt} + c \cdot \omega(t), \qquad (1)$$

где $U(t)$ – напряжение, В, приложенное к якорю в момент времени t, с; R – сопротивление якорной цепи, Ом; $i(t)$ – ток якоря, А; L – индуктивность якорной цепи, Гн; c – коэффициент, В·с/рад, характеризующий связь между током $i(t)$ и электромагнитным моментом $M=c\cdot i$, Н·м, либо между круговой частотой вращения якоря ω, рад/с, и ЭДС движения $e(t)=c\cdot\omega(t)$, В.

Уравнения движения якоря ДПТ НВ составим на основе второго закона Ньютона для вращательного движения

$$J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} = M(t) - Mc(t) = c \cdot i(t) - Mc(t), \qquad (2)$$

где J – эквивалентный момент инерции, приведённый к валу двигателя; $Mc(t)$ – момент сопротивления нагрузки на валу.

Для получения оценок сопротивления $\hat{R}$ и индуктивности $\hat{L}$ якорной цепи дифференциальное уравнение (1) преобразуем к виду

$$\hat{R} \cdot i(t) + \hat{L} \cdot \frac{di(t)}{dt} = U(t) - c \cdot \omega(t). \qquad (3)$$

Затем с учётом интервала Δt дискретизации по времени измерительной системы перейдём от дифференциальных уравнений (ДУ) к системе разностных уравнений (РУ) относительно текущего t_j и предыдущего $t_{j-1}=t_j-\Delta t$ моментов времени при условии постоянства оценок сопротивления и индуктивности

$$\begin{bmatrix} i_j & \left(\frac{di(t)}{dt}\right)_j \\ i_{j-1} & \left(\frac{di(t)}{dt}\right)_{j-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{R} \\ \hat{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_j - c \cdot \omega_j \\ U_{j-1} - c \cdot \omega_{j-1} \end{bmatrix}, \qquad (4)$$

где i_j, i_{j-1} – токи, $\left(\frac{di(t)}{dt}\right)_j$; $\left(\frac{di(t)}{dt}\right)_{j-1}$ – производные токов; U_j, U_{j-1} – напряжения; ω_j, ω_{j-1} – угловые скорости вала ДПТ НВ на текущем и предыдущем

шагах. Из (4) выразим вектор оценок на текущем шаге дискретизации по времени

$$\begin{bmatrix}\widehat{R}_j\\ \hat{L}_j\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} i_j & \left(\frac{di(t)}{dt}\right)_j\\ i_{j-1} & \left(\frac{di(t)}{dt}\right)_{j-1}\end{bmatrix}^{-1}\cdot\begin{bmatrix}U_j-c\cdot\omega_j\\ U_{j-1}-c\cdot\omega_{j-1}\end{bmatrix}. \quad (5)$$

На основании уравнения движения (2) найдём оценки момента сопротивления на валу ДПТ НВ и момента инерции $\hat{J}$. Для этого преобразуем уравнение к виду

$$\widehat{M}_C+\frac{d\omega(t)}{dt}\cdot\widehat{J}=c\cdot i(t). \quad (6)$$

С учетом замечаний, приведённых при выводе системы РУ (4), составим по уравнению (6) систему РУ для оценок $\hat{M}_C$ и $\hat{J}$

$$\begin{bmatrix}1 & \left(\frac{d\omega(t)}{dt}\right)_j\\ 1 & \left(\frac{d\omega(t)}{dt}\right)_{j-1}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\widehat{M}_C\\ \widehat{J}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}c\cdot i_j\\ c\cdot i_{j-1}\end{bmatrix}. \quad (7)$$

Вектор оценок $[\hat{M}_C\hat{J}_j]^T$ на текущем интервале дискретизации по времени

$$\begin{bmatrix}\widehat{M}_{C_j}\\ \widehat{J}_j\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & \left(\frac{d\omega(t)}{dt}\right)_j\\ 1 & \left(\frac{d\omega(t)}{dt}\right)_{j-1}\end{bmatrix}^{-1}\cdot\begin{bmatrix}c\cdot i_j\\ c\cdot i_{j-1}\end{bmatrix}. \quad (8)$$

Оценки, полученные по выражениям (5) и (8) во время переходных и установившихся режимов, содержат случайную составляющую с дисперсией, нередко значительно превышающей величину математического ожидания оценок, что потребовало дополнительной фильтрации рассчитанных оценок параметров.

Динамическая идентификация параметров ДПТ НВ с использованием датчиков тока и напряжения

Идентификацию параметров ДПТ НВ можно произвести с применением только датчиков тока и напряжения.

Для этого составим систему дифференциальных уравнений (СДУ) основанную на (1) и (2).

Для нахождения параметров ДПТ НВ примем следующие допущения.

- коэффициент связи c известен;
- момент нагрузки $M_C(t)$ равен нулю, т. е. двигатель работает вхолостую.

Для определения оценок параметров двигателя ($\hat{R}_я$, $\hat{L}_я$, $\hat{J}_{дв}$) необходимо преобразовать СДУ так, чтобы избавиться от скорости и ее производной. Это можно сделать следующим образом

$$\begin{cases}U(t)=i(t)\cdot R_я+L_я\cdot\dfrac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}+\omega(t)\cdot c;\\ i(t)\cdot c-M_C(t)=J_{дв}\cdot\dfrac{\mathrm{d}\omega(t)}{\mathrm{d}t}.\end{cases}$$

Выразим из второго уравнения производную скорости

$$\frac{\mathrm{d}\omega(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{i(t)\cdot c-M_C(t)}{J_{дв}}.$$

Продифференцируем первое уравнение и подставим производную

$$\frac{\mathrm{d}U(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}i(t)\cdot R_я}{\mathrm{d}t}+L_я\cdot\frac{\mathrm{d}^2i(t)}{\mathrm{d}t^2}+\frac{\mathrm{d}\omega(t)\cdot c}{\mathrm{d}t};$$

$$\frac{\mathrm{d}U(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}i(t)\cdot R_я}{\mathrm{d}t}+L_я\cdot\frac{\mathrm{d}^2i(t)}{\mathrm{d}t^2}+\frac{i(t)\cdot c-M_C(t)}{J_{дв}}\cdot c.$$

Избавимся от производной в левой части уравнения

$$\int\frac{\mathrm{d}U(t)}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t=R_я\int\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t+L_я\int\frac{\mathrm{d}^2i(t)_я}{\mathrm{d}t^2}\mathrm{d}t+$$

$$+\int\frac{i(t)\cdot c^2}{J_{дв}}\mathrm{d}t-\int\frac{M_C(t)\cdot c}{J_{дв}}\mathrm{d}t;$$

$$U(t)=i(t)\cdot R_я+\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}\cdot L_я+$$

$$+\int\frac{i(t)\cdot c^2}{J_{дв}}\mathrm{d}t-\int\frac{M_C(t)\cdot c}{J_{дв}}\mathrm{d}t.$$

Так как M_C=0

$U(t)$ = (9)

С учетом замечаний, приведённых при выводе системы разностных уравнений (4), составим по уравнению (9) РУ для оценок

$$U_j=i_j\cdot R_я+\left(\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\right)_j\cdot L_я+(\int i\mathrm{d}t)_j\frac{c^2}{J_{дв}}. \quad (10)$$

В полученном уравнении (10) присутствуют производная и интеграл от тока, что недопустимо для дальнейшего решения. Для избавления от них воспользуемся одним из методов дискретизации, который состоит в непосредственной замене всех переменных их дискретными значениями, причем производная заменяется левой разностью первого порядка, а интеграл – суммой, вычисленной по методу прямоугольников [4]. Таким образом, получаем на j-м шаге, учитывая Δt – время шага

$$U_j=i_j\cdot R_я+\frac{i_j-i_{j-1}}{\Delta t}\cdot L_я+\Delta t\cdot_j\frac{c^2}{J_{дв}}\sum_{j=0}^{j-1}i_j.$$

Так как неизвестно три параметра, а именно $\hat{R}_я$, $\hat{L}_я$, $\hat{J}_{дв}$ то необходима система, состоящая из трех уравнений

$$\begin{cases}U_j=i_j\cdot R_я+\dfrac{i_j-i_{j-1}}{\Delta t}\cdot L_я+\Delta t\cdot_j\dfrac{c^2}{J_{дв}}\sum\limits_{j=0}^{j-1}i_j;\\ U_{j-1}=i_{j-1}\cdot R_я+\dfrac{i_{j-1}-i_{j-2}}{\Delta t}\cdot L_я+\Delta t\cdot_j\dfrac{c^2}{J_{дв}}\sum\limits_{j=0}^{j-2}i_{j-1};\\ U_{j-2}=i_{j-2}\cdot R_я+\dfrac{i_{j-2}-i_{j-3}}{\Delta t}\cdot L_я+\Delta t\cdot_j\dfrac{c^2}{J_{дв}}\sum\limits_{j=0}^{j-3}i_{j-2}.\end{cases} \quad (11)$$

Преобразуем (11) в матричный вид:

$$\begin{bmatrix} U_j \\ U_{j-1} \\ U_{j-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_j & DI_j & \sum I_j \\ I_{j-1} & DI_{j-1} & \sum I_{j-1} \\ I_{j-2} & DI_{j-2} & \sum I_{j-2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} (\widehat{R}_{\text{я}})_j \\ (\hat{L}_{\text{я}})_j \\ \dfrac{c^2}{\widehat{J}_{\text{дв}}} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Здесь $\sum I_j = \Delta t \sum_{j=0}^{j-1} i_j$.

Решим (12) методом обратных матриц

$$\begin{bmatrix} (\widehat{R}_{\text{я}})_j \\ (\hat{L}_{\text{я}})_j \\ \widehat{A}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_j & DI_j & \sum I_j \\ I_{j-1} & DI_{j-1} & \sum I_{j-1} \\ I_{j-2} & DI_{j-2} & \sum I_{j-2} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} U_j \\ U_{j-1} \\ U_{j-2} \end{bmatrix},$$

где $\widehat{A}_j = \dfrac{c^2}{\widehat{J}_{\text{дв}}}$.

Экспериментальная проверка методов идентификации

Для проверки эффективности идентификации параметров ДПТ НВ с применением совместного использования разработанных выше методов при решении реальных задач проводилось исследование двигателя с использованием экспериментальных данных, полученных с лабораторной установки.

В ходе экспериментов были получены переходные характеристики тока и напряжения якоря, скорости вращения вала двигателя при пуске. (рис. 1). Пульсации тока, скорости и напряжения затрудняют применение метода идентификации. Для уменьшения случайной составляющей в выходных сигналах датчиков воспользуемся трехкратным полинимиальным сглаживанием по тринадцати точкам [5].

Построены процессы идентификации после двойного нелинейного прогнозирующего фильтрования для активного сопротивления *Rf* и момента инерции *Jf* (рис. 2) и сравнение их с реальными значениями. Среднеквадратичные ошибки оценивания параметров активного сопротивления и момента инерции равны 1,828 и 1,691 % соответственно.

Полученные результаты показали, что разница между реальными и оцененными значениями параметров составляют не более 2 %, соответственно процедура идентификация параметров реального двигателя постоянного тока методом обратной матрицы работоспособна.

В ходе исследований подтверждена работоспособность и эффективность методов идентификации параметров двигателя постоянного тока независимого возбуждения при получении оценок активного сопротивления и момента инерции, однако рассчитать оценку индуктивности указанными методами на основе экспериментальных данных не представляется возможным. В качестве вероятных причин можно отметить плохую обусловленность матрицы коэффициентов СЛАУ, недостаточно эффективный метод цифрового дифференцирования переменных.

Выводы

1. Изучена возможность применения метода решения разностных уравнений при динамической идентификации параметров электрических двигателей.
2. При нахождении оценок параметров использованы два метода, основывающихся на разностных уравнениях, описывающих двигатель постоянного тока независимого возбуждения, при этом для сбора информации необходимо всего три датчика: скорости, напряжения и тока.
3. В ходе экспериментальной апробации метода было выявлено, что погрешности расчета оце-

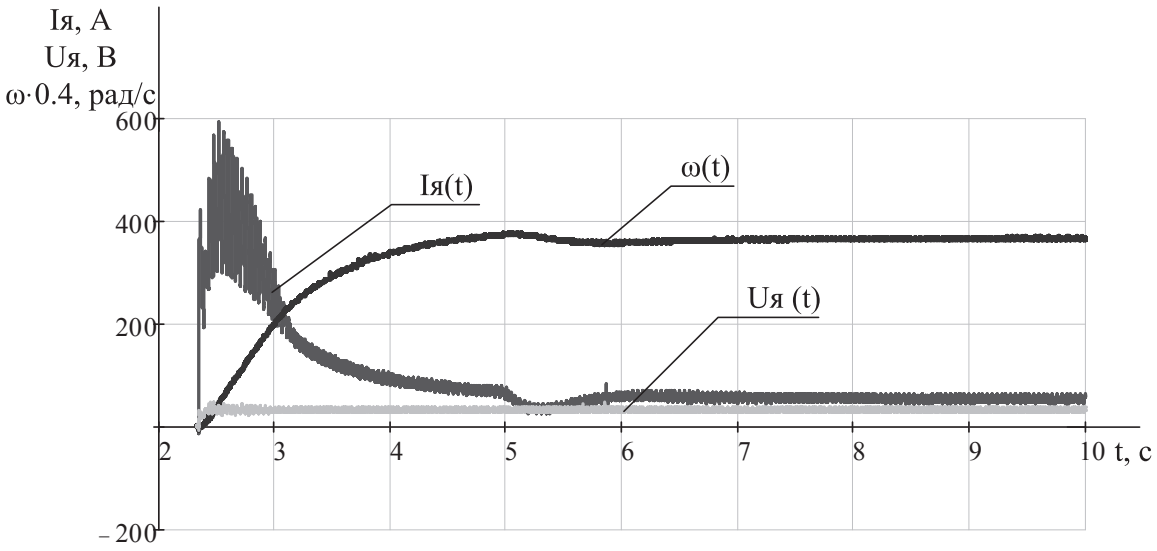

Рис. 1. *Переходные процессы тока, напряжения и скорости*

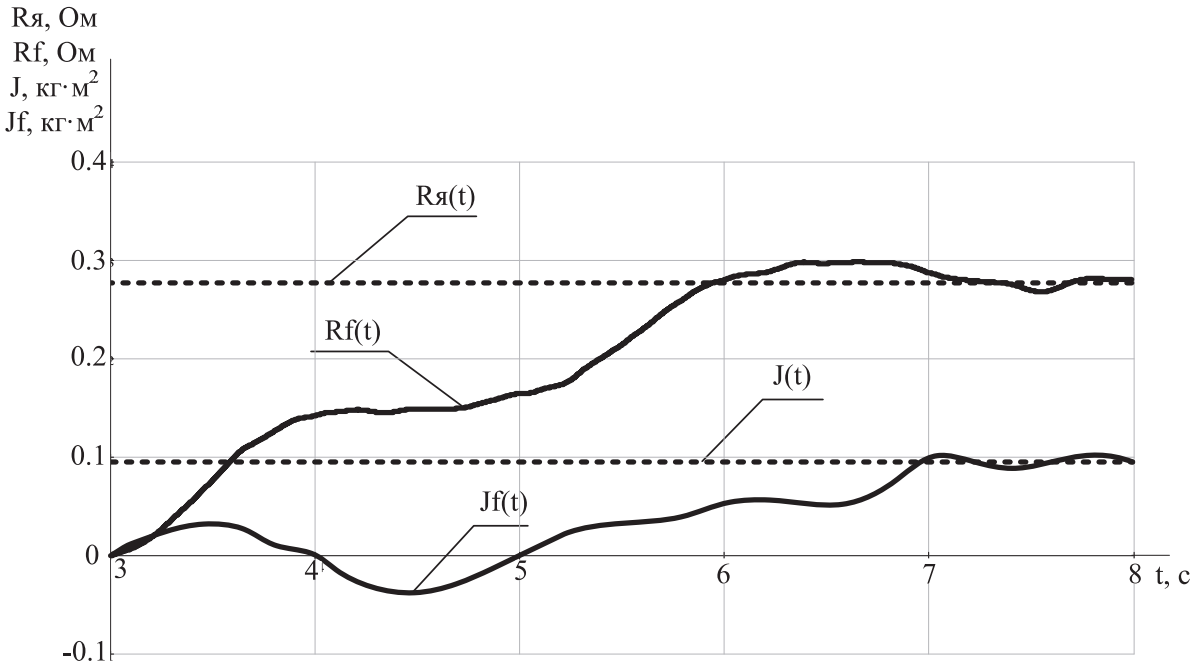

Рис. 2. *Переходный процесс оценок активного сопротивления якоря и момента инерции ДПТ НВ*

нок не превышают 2 %, таким образом, процедура идентификация параметров реального двигателя постоянного тока методом обратной матрицы работоспособна и ее применение возможно для всех двигателей общепромышленного назначения и части двигателей специального назначения.

4. Представленный алгоритм динамической идентификации позволяет оперативно определять параметры двигателя, что дает возможность подстраивать систему управления электропривода, в зависимости от изменений параметров двигателя, что актуально для адаптивного электропривода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ланграф С.В., Глазырин А.С., Глазырина Т.А. и др. Исследование параметрической работоспособности бездатчикового векторного асинхронного электропривода с идентификатором Калмана // Известия Томского политехнического университета. – 2010. – Т. 317. – № 4. – С. 120–123.
2. Ткачук Р.Ю., Глазырин А.С., Полищук В.И. и др. Нейросетевая идентификация и диагностика электрических машин в условиях сильных импульсных помех // Научные проблемы транспорта и Дальнего Востока. – 2011. – № 2. – С. 282–286.
3. Каширских В.Г., Анисимов А.Г. Оценка параметров постоянного тока с помощью метода наименьших квадратов // Вестник Кузбасского государственного технического университета. – 2003. – № 4. – С. 70–75.
4. Ильинский Н.Ф., Козаченко В.Ф. Общий курс электропривода. – М.: Энергоатомиздат, 1992. – 544 с.
5. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования в экономике. – М.: Изд-во ММИЭИФ, 2003. – 50 с.

Поступила 15.10.2012 г.