#### Выводы

Анализ распределения усилий в зацеплении передачи с промежуточными телами качения и свободной обоймой с учетом погрешностей изготовления колес с циклоидальным профилем и тел качения показал, что при увеличении зазоров в зацеплении, усилия, действующие на тела качения, увеличиваются незначительно. При уменьшении точности (с H7 до H10) зазоры в зацеплении увели-

чиваются на порядок, в то же время максимальная нагрузка на тело качения увеличивается не более чем на 3 %. Выведены зависимости, позволяющие определить число тел качения, не участвующих в передаче усилий на угле 180°, и распределение усилий между уменьшенным числом тел качения. Определена величина угла прерывания контакта тел качения с циклоидальным профилем в зависимости от исходных параметров передачи.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Кудрявцев В.Н. Планетарные передачи. Л.: Машиностроение,  $1966.-308~{\rm c}.$
- Ан Й-Кан, Беляев А.Е. Синтез планетарных передач применительно к роторным гидромашинам. Новоуральск: НПИ МИФИ, 2001. 92 с.
- Шанников В.М. Планетарные редукторы с внецентроидным зацеплением. – Л.: Машгиз, 1948. – 173 с.
- Lai T.S. Design and machining of the epicycloid planetary gear of cycloid drives // Intern. J. Adv. Manufact. Tech. – 2006. – № 28. – P. 665–670.
- Terada H. The Development of gearless reducers with rolling balls // J. of Mech. Science and Tech. – 2010. – № 24. – P. 189–195.
- Ефременков Е.А. Разработка методов и средств повышения эффективности передач с промежуточными телами качения: дис. ... канд. техн. наук. – Томск, 2002. – 126 с.

Поступила 23.12.2011 г.

УДК 62-231

# СИНТЕЗ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ПЕРЕДАЧИ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ С УЛУЧШЕННЫМИ КАЧЕСТВЕННЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

А.В. Черемнов, Ан И-Кан, О.П. Ивкина

Томский политехнический университет E-mail: arsenij85@sibmail.com

Выявлены причины возникновения избыточных связей в составе передач с промежуточными телами качения. Показана возможность создания механической передачи, обладающей высоким коэффициентом полезного действия, на базе передачи с промежуточными телами качения.

## Ключевые слова:

Кинематическая пара, избыточные связи, трение качения, передача, синтез.

## Key words:

Kinematic pair, reduntant constraint, rolling friction, gear, synthesis.

## Введение

Важнейшей задачей современного машиностроения, в условиях рыночной экономики, является улучшение качества выпускаемой продукции, экономия материалов, поиск путей снижения массы и габаритов изделий.

Наилучшим образом, из всех видов зубчатых передач, этим требованиям удовлетворяют передачи с промежуточными телами качения (ПТК), отличающиеся существенно меньшими габаритами, весом и большей нагрузочной способностью по сравнению с другими видами передач. Отмеченное преимущество объясняется распределением нагрузки среди большого количества промежуточных тел (до 50 %) и рациональным использованием внутреннего пространства передач этого типа. Следовательно, в самой схеме передачи с ПТК, при прочих равных условиях, заложены возможности получения значительно меньших габаритов и веса.

Несмотря на обилие работ по передачам с ПТК [1–3], имеется мало публикаций, в которых рассматривается пространственное зацепление посредством промежуточных тел качения.

Известно, что все зубчатые передачи являются многопарными, т. е. в зацеплении одновременно участвует две и более пар зубьев. Многопарность зацепления обеспечивает плавность хода передачи, однако, появляются избыточные связи, которые приводят к снижению нагрузочной способности и сокращению ресурса работы зубчатых колес.

В работе [4] отмечено, что самоустанавливающиеся механизмы (механизмы, в которых отсутствуют избыточные связи) обладают наиболее высоким коэффициентом полезного действия (КПД), способны работать при более высоких нагрузках и менее чувствительны к погрешностям изготовления. Таким образом, для получения передачи с ПТК, обладающей высоким КПД, необходимо,

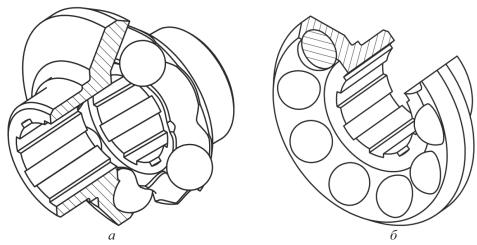


Рис. 1. Шариковая передача

прежде всего, раскрыть статическую неопределимость механизмов данного типа.

### Решение задачи

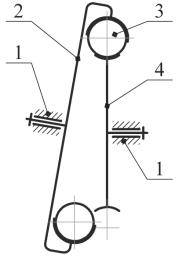
Одним из основных показателей качества зацепления является КПД, который, согласно [5], приближенно можно определить по формуле

$$\eta \approx 1 - 2,3 f\left(\frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2}\right),$$

здесь f — коэффициент трения скольжения;  $z_1$ ,  $z_2$  — числа зубьев колес.

Отсюда следует, что заменой трения скольжения трением качения можно повысить КПД передачи. В связи с этим применение передач с ПТК позволит повысить КПД механических приводов и высвободить часть энергии производственных мошностей.

В работе [6] представлена передача с ПТК, позволяющая передать движение под углом. Модель данной передачи представлена на рис. 1, a, кинематическая схема, на рис. 2. На рис. 1,  $\delta$  продемонстрирована установка тел качения в обойме.



**Рис. 2.** Кинематическая схема шариковой передачи: 1) стойка; 2) обойма; 3) тело качения; 4) колесо

Рассмотрим схему передачи, рис. 2, с позиции структурного анализа. Предположим, что в контакте находится только одно тело качения. Тогда будем иметь три подвижных звена (n=3). При этом стойка — 1 и обойма — 2 образуют одноподвижную пару пятого класса  $p_5$ , обойма — 2 и тело качения — 3 образуют кинематическую пару третьего класса  $p_3$ , тело качения — 3 и колесо — 4 образуют кинематическую пару второго класса  $p_2$ , колесо — 4 и стойка — 1 образуют кинематическую пару пятого класса  $p_5$ . Следует учесть, что тело качения вносит три местных подвижности ( $w_M$ =3). Для анализа данной схемы воспользуемся формулой Сомова—Малышева

$$w = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 - w_M,$$
 (\*)

где n — количество подвижных звеньев;  $p_5$ ,  $p_4$ ,  $p_3$ ,  $p_2$ ,  $p_1$  — количество кинематических пар соответствующего класса;  $w_M$  — число местных подвижностей.

Подставив значения, приведенные выше, в формулу (\*), получим

$$w = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 2 - 4 \cdot 0 - 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 - 0 - 3 = 0.$$

Данный результат свидетельствует о том, что в приведенной на рис. 2 передаче имеется одна избыточная связь. Для удаления избыточной связи необходимо внести одну подвижность. Повысим класс одной из кинематических пар рассматриваемой передачи. Единственной кинематической парой, в которой имеется возможность перейти на более высокий класс без нарушения кинематики передачи, является пара тело качения — колесо. Заменим пару второго класса  $p_2$  на пару первого класса  $p_1$ . На рис. 3 продемонстрирована данная замена. Тогда, решая уравнение (\*), будем иметь

$$w = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 2 - 4 \cdot 0 - 3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 1 - 3 = 1$$

что свидетельствует о работоспособности рассматриваемой схемы.

Проверим приведенную на рис. 2 передачу, на наличие избыточных связей при участии в передаче движения двух тел качения. Кинематические пары, образованные звеньями приведены выше. Количество звеньев возрастает на единицу.

$$W = 6 \cdot 4 - 5 \cdot 2 - 4 \cdot 0 - 3 \cdot 2 - 2 \cdot 0 - 2 - 6 = 0.$$

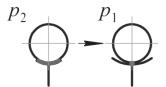


Рис. 3. Переход от поверхностного контакта к точечному

Полученный результат свидетельствует о появлении избыточной связи. Анализируя кинематическую схему передачи, рис. 1, можно обратить внимание на то, что тело качения -3, перекатываясь по колесу -4, вертится в пазах обоймы -2. Эти обстоятельства заставляют искать другие, более рациональные варианты.

Выявим причину возникновения избыточной связи в рассмотренной передаче согласно методике, описанной в работе [7]. В исходном варианте с одним промежуточным телом качения имеем три подвижных звена  $n_1$ =3, при этом тело качения обладает тремя местными подвижностями  $w_{\rm MI}$ =3. Определим приращение числа степеней свободы

$$\Delta w_i = w_i^r - w_i^s = 4 - 0 = 4,$$

где  $w_i^r$  — число степеней свободы i-й цепи относительно предшествующего механизма;  $w_i^s$  — число степеней свободы, отнятое i-й цепью у предшествующего механизма.

Суммарное число активных связей

$$s_1 = 6n_1 - \Delta w_1 = 6 \cdot 3 - 4 = 14.$$

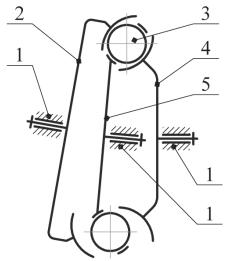
Количество кинематических пар

$$p_1 = n_1 + 1 = 3 + 1 = 4$$
.

Для схемы, приведенной на рис. 2, четырнадцать связей без нарушения кинематики передачи раскладываются по четырем кинематическим парам в следующем варианте: 5+3+1+5. Именно этот вариант был принят ранее. Введем вторую кинематическую цепь, состоящую из одного звена (промежуточного тела качения), обладающую следующими параметрами:  $n_2=1$ ,  $\Delta w_2=w_2^r-w_2^s=3-0=3$ . По ним находим:  $s_2=6$   $n_2-\Delta$   $w_2=6\cdot 1-3=3$ ;

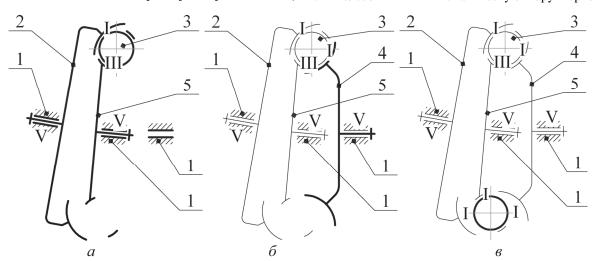
 $p_2$ = $n_2$ +1=1+1=2. Вариант раскладки связей по кинематическим парам имеется только один: 2+1. Согласно полученному результату приходим к выводу, что тело качения — 3 и обойма — 2 должны контактировать по кинематической паре второго класса, что может привести к смещению тела качения относительно траектории движения. Таким образом, приходится вводить дополнительную избыточную связь. Следовательно, в рассмотренной передаче отсутствует возможность организации многопарного зацепления без избыточных связей.

В исследованной схеме обойма выполняла силовую функцию и функцию сепаратора. Именно это обстоятельство не позволило нам получить передачу без избыточных связей. Разнесем функции обоймы. Для этого введем дополнительное звено рис. 4.



**Рис. 4.** Кинематическая схема конической передачи с ПТК: 1) стойка; 2) колесо; 3) тело качения; 4) колесо; 5) сепаратор

В кинематической схеме, рис. 4, стойка — 1 и колесо — 2 образуют одноподвижную пару пятого класса  $p_5$ , колесо — 2 и тело качения — 3 — кинематическую пару первого класса  $p_1$ , тело качения — 3 и колесо — 4 — кинематическую пару первого



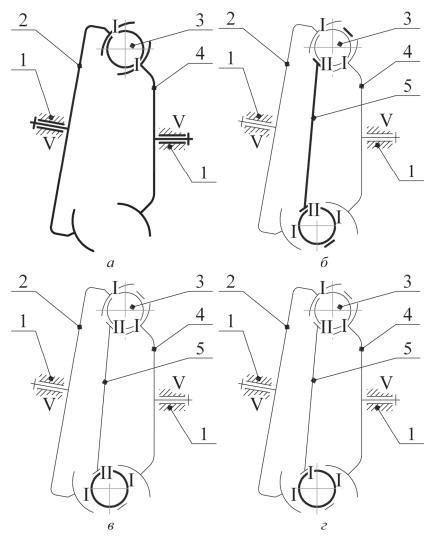
**Рис. 5.** Устранение избыточных связей в передаче с промежуточными телами качения: 1) стойка; 2) колесо; 3) тело качения; 4) колесо; 5) сепаратор

класса  $p_1$ , колесо — 4 и стойка — 1 — кинематическую пару пятого класса  $p_5$ , сепаратор — 5 и тело качения — 3 — пару третьего класса  $p_3$ , сепаратор — 5 и стойка — 1 — пару пятого класса  $p_5$ . Тело качения вносит три местные подвижности. Рассмотрим синтез данной передачи, оставляя все параметры без изменения. В исходном виде первая цепь (2–3–5) имеет  $n_1$ =3,  $\Delta w_1$ = $w_1$ ' $-w_1$ '=4–0=4. Далее определим  $s_1$ =6 $n_1$ - $\Delta w_1$ =6·3–4=14 и  $p_1$ = $n_1$ +1=3+1=4. Четырнадцать связей раскладываются по четырем кинематическим парам: 5+1+3+5, рис. 5, a.

Вторая цепь, состоящая из одного звена — 4 имеет в исходном механизме  $n_2$ =1,  $\Delta w_2$ = $w_2$ '- $w_2$ '=0-0=0. Оставим и эти параметры без изменения. По ним найдем суммарное число активных связей и количество кинематических пар:  $s_2$ = $6n_2$ - $\Delta w_2$ = $6\cdot 1$ -0=6 и  $p_2$ = $n_2$ +1=1+1=2. Шесть связей по двум кинематическим парам можно расписать следующим образом: 1+5; 2+3; 3+3; 4+2. Все остальные варианты являются результатом перестановки приведенных выше сочетаний. В нашем случае оптимальным является первый вариант 1+5, рис. 5,  $\delta$ .

Теперь проверим возможность создания много-парного зацепления без избыточных связей. Введем третью кинематическую однозвенную цепь, состоящую из тела качения ( $n_3$ =1,  $\Delta w_3$ = $w_3$ ′- $w_3$ '=3-0=3,  $s_3$ =6 $n_3$ - $\Delta w_3$ =6·1-3=3,  $p_3$ = $n_3$ +1=1+1=2). Три связи по двум кинематическим парам раскладываются как 1+2. Выше отмечалось, что контакт тела качения и колеса происходит по кинематической паре первого класса. Тогда при создании многопарного зацепления нам достаточно двух активных связей: 1+1. Третью подвижность скомпенсируем кинематической парой: тело качения — сепаратор, рис. 5,  $\theta$ . Подобным образом в зацепление можно ввести сколько угодно промежуточных тел, не нарушая самоустанавливаемости передачи.

Не трудно заметить, что передача, рис. 4, является двухступенчатым вариантом передачи, приведенной на рис. 2. Но сепаратор — 5 и цепочка промежуточных тел в схеме, рис. 4, являются паразитным колесом. Отметим, что схема, рис. 3, сложна в изготовлении, т. к. требует дополнительной опоры сепаратору. Что, в свою очередь, влияет на КПД передачи в целом.



**Рис. 7.** Образование передачи с промежуточными телами качения без избыточных связей: 1) стойка; 2) колесо; 3) тело качения; 4) колесо; 5) сепаратор



**Рис. 6.** Силовое взаимодействие тела качения и зубчатых колес

Рассмотрим возможность создания передачи без опоры сепаратора. Данный вариант возможен в случае, если сепаратор не выполняет силовой функции, а предназначается только для удержания промежуточных тел на заданном расстоянии. Это возможно, если силы, действующие на тело качения со стороны зубчатых колес, будут взаимно компенсироваться, рис. 6. Т. к. сепаратор представляет собой тонкостенное изделие, то более практичным окажется создание пар второго класса, нежели третьего.

Зададимся параметрами нового механизма: количество избыточных связей  $q_i$ =0, степень подвижности механизма w=1, количество звеньев n остается неизменным. Уравнение подвижности синтезируемой цепи имеет вид:

$$w = w_0 + \Delta w_1 + \Delta w_2 + ... + \Delta w_n$$

где  $w_0$  и w — число степеней свободы начального и конечного объекта.

Первая цепь (2—3-4), составляющая механизм, обладает следующими параметрами  $n_1$ =3,  $\Delta w_1$ = $w_1$ '- $w_1$ 's=6-0=6. Далее определим  $s_1$ =6 $n_1$ - $\Delta w_1$ = =6·3-6=12 и  $p_1$ = $n_1$ +1=3+1=4. Двенадцать связей раскладываются на четыре кинематические пары: 5+1+1+5, рис. 7, a. В данной цепи имеем две вредные подвижности, которые необходимо устранить.

Добавим вторую цепь (3-5). Ввиду отсутствия опоры сепаратора и замены кинематической пары третьего класса парой второго класса получим дополнительно три вредные подвижности, которые необходимо компенсировать также  $p_2=2+1=3$ ,  $\Delta w_2=6$ ,  $s_2=6n_2-\Delta w_2=6\cdot 2-6=6$ ). We ctb связей распишем по четырем активным парам в виде 2+2+1+1, рис. 7, 6, тем самым отказавшись от простой цепи, т. к. тело качения контактирует с тремя звеньями. В итоге получим передачу, состоящую из шести звеньев и обладающую пятью вредными подвижностями, которые скомпенсируем введением пяти дополнительных кинематических однозвенных цепей, состоящих из тела качения, каждая из которых должна отнимать по одной подвижности ( $n_{34567}$ =1,  $\Delta w_{34567}$ = $w_{34577}^r$ - $w_{34567}^s$ =3-1=2,  $s_{34567}=6n_{34567}-\Delta w_{34567}=6\cdot 1-2=4, p_{34567}=n_{34567}+1=1+1=2).$ В каждой из данных цепей мы должны расписать 4 связи по трем кинематическим парам. Наиболее

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Лустенков М.Е. Планетарные шариковые передачи: особенности прочностных расчетов // Вестник машиностроения. 2010. – № 9. – С. 13–17.
- Панкратов Э.Н. Проектирование механических систем автоматизированных комплексов для механообрабатывающего производства. – Томск: Изд-во ТГУ, 1998. – 295 с.
- 3. Я́нгулов В.С. Кинематическая погрешность волновой передачи с промежуточными телами качения // Известия Томского политехнического университета. 2009. Т. 314. № 2. С. 49—54.

эффективный вариант: 1+2+1, приведен на рис. 7, в. Для упрощения схемы на рис. 7, в показано только два тела качения: присутствующее в кинематической цепи и вводимое в цепь.

Дальнейшее увеличение количества тел качения в зацеплении без нарушения самоустанавливаемости механизма возможно, если однозвенная кинематическая цепь, состоящая из тела качения, будет отвечать следующим кинематическим параметрам:  $n_8=1$ ,  $\Delta w_8=w_8{}^r-w_8{}^s=3-0=3$ ,  $s_8=6n_8-\Delta w_8=6\cdot1-3=3$ ,  $p_8=n_8+2=1+2=3$ . Три связи необходимо расписать по трем кинематическим парам в вид: 1+1+1, рис. 7,  $\epsilon$ . При таком решении получаем самоустанавливающуюся передачу с промежуточными телами качения, лишенную опоры сепаратора. Единственное ограничение, накладываемое на данную передачу, — это количество тел качения, которое не может быть менее семи. На рис. 8 представлена модель синтезированной передачи.

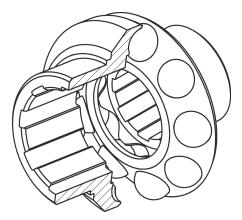


Рис. 8. Дисферическая передача с ПТК

Аналогичным образом может быть синтезирована иная схема передачи с ПТК, в составе которой будут отсутствовать избыточные связи.

## Выводы

- Раскрыта статическая неопределимость пространственной передачи с промежуточными телами качения.
- Синтезирована самоустанавливающаяся передача с промежуточными телами качения, лишенная опоры сепаратора.
- 3. Построена твердотельная модель пространственной передачи с промежуточными телами качения, в структуре которой отсутствуют избыточные связи.
- Решетов Л.Н. Самоустанавливающиеся механизмы. М.: Машиностроение, 1991. – 284 с.
- Кудрявцев В.Н. Планетарные передачи. М.: Машиностроение, 1966. 308 с.
- Шариковая передача: авт. свид. 261072 СССР. № 1293307/25-27; заявл. 27.12.68; опубл. 06.01.70, Бюл. № 4. – 2 с.
- Ермак В.Н. Новый метод выявления и устранения избыточных связей в многоконтурных механизмах // Известия вузов. Сер. Машиностроение. – 2012. – № 1. – С. 18–23.

Поступила 20.04.2012 г.