

Выводы

Создана оптико-электронная система диагностики бронхо-лёгочных заболеваний, характеризующихся динамическими изменениями просвета дыхательных путей, позволяющая:

- регистрировать колебания небольших сегментов исследуемого органа с высокой степенью чувствительности;

- реализовать высокую степень помехозащищённости, т. к. источник и приемник зонда в оптическом устройстве развязаны электрически;
- визуализировать работу диагностируемого органа в реальном времени;
- применять биологически неактивное ИК излучение для диагностики заболевания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Понтер С.В., Вотяков В.Ф., Телупушкина О.В. Зонды, применяемые для функциональной диагностики органов желудочно-кишечного тракта // Современные техника и технологии: Матер. XV Междунар. научно-практ. конф. – г. Томск, 4–8 мая 2009. – Томск, 2009. – Т. 1. – С. 586–588.
2. Петровский Б.В., Перельман М.И., Королева Н.С. Трахеобронхиальная хирургия. – М.: Медицина, 1988. – 278 с.

3. Способ исследования моторной функции органов желудочно-кишечного тракта и устройство для его осуществления: пат. 2307583 Рос. Федерация. Заявл. 29.03.06; опубл. 10.10.07.
4. Понтер С.В., Дамбаев Г.Ц., Вотяков В.Ф. Оптико-электронная регистрация функциональных нарушений полых трубчатых органов с использованием инфракрасного излучения // Имплантаты с памятью формы. – 2008. – № 2. – С. 26–32.

Поступила 23.06.2011 г.

УДК 62-83:621.313.333

УРАВНЕНИЯ ДИНАМИКИ АСИНХРОННОЙ МАШИНЫ, ИНВАРИАНТНЫЕ К СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

А.А. Федоренко, Э.Н. Лазовский, М.А. Печатнов

Политехнический институт Сибирского федерального университета, г. Красноярск
E-mail: lazovski@bk.ru

Приведены два варианта математических моделей асинхронной машины, инвариантных к скорости вращения координатной системы. Показаны особенности программного обеспечения таких моделей, обусловленные наличием операций деления, и дана их сравнительная оценка с моделями в декартовых координатах. Отмечена возможность использования в качестве переменных состояния асинхронной машины модулей результирующих векторов трехфазных переменных и их фазовых сдвигов относительно друг друга для разработки новых структур автоматизированных асинхронных электроприводов.

Ключевые слова:

Асинхронная машина, результирующий вектор, математическая модель, полярные координаты.

Key words:

Asynchronous machine, resultant of vectors, mathematical model, polar coordinates.

Фрагменты уравнений асинхронной машины, в которых векторные переменные представлены их полярными координатами, находят все большее применение как при проектировании систем автоматического управления асинхронными электроприводами, так и при анализе их динамических и установившихся режимов [1, 2]. В работе [3] приведены шесть вариантов записи таких уравнений, описывающих процессы в ненасыщенной асинхронной машине с короткозамкнутым ротором при общепринятых допущениях [4]. Однако, уравнения в полярных координатах изучены мало, а их свойства изучены недостаточно. Это ограничивает применение таких уравнений в инженерной практике.

Цель настоящей работы восполнить указанный пробел в области математического моделирования установившихся и переходных процессов в асинхронных электрических машинах.

Как отмечено в [4], наибольшее распространение получили дифференциальные уравнения, в которых связь электромагнитного момента M_d двигателя с результирующим вектором напряжения статора \vec{U}_s выражена через промежуточные векторные переменные, ток статора \vec{i}_s и потокосцепление ротора $\vec{\psi}_r$ (система $\vec{i}_s - \vec{\psi}_r$), или потокосцепление статора $\vec{\psi}_s$ и потокосцепление ротора $\vec{\psi}_r$ (система $\vec{\psi}_s - \vec{\psi}_r$).

Для указанных сочетаний векторных переменных эти уравнения в полярных координатах имеют вид:

Модель в переменных $\vec{i}_s - \vec{\psi}_r$:

$$U_s \cdot \cos(\theta_{u_s} - \theta_{i_s}) = r_s \left(T_s \frac{di_s}{dt} + i_s \right) + K_r z_p \omega \psi_r \sin(\theta_{i_s} - \theta_{\psi_r}) - \frac{K_r}{T_r} \psi_r \cos(\theta_{i_s} - \theta_{\psi_r}),$$

$$\begin{aligned} \frac{d\theta_{i_s}}{dt} &= \frac{U_s \sin(\theta_{u_s} - \theta_{i_s})}{r_s T_s i_s} - \omega_k - \\ & - \frac{K_r z_p \omega \psi_r \cos(\theta_{i_s} - \theta_{\psi_r})}{r_s T_s i_s} - \frac{K_r \psi_r \sin(\theta_{i_s} - \theta_{\psi_r})}{T_r r_s T_s i_s}, \\ i_s \cos(\theta_{i_s} - \theta_{\psi_r}) &= \frac{1}{K_r r_s T_r} \left(T_r \frac{d\psi_r}{dt} + \psi_r \right), \\ \frac{d\theta_{\psi_r}}{dt} &= \frac{K_r r_s i_s \sin(\theta_{i_s} - \theta_{\psi_r})}{\psi_r} - \omega_k - z_p \omega, \\ J \frac{d\omega}{dt} &= M_s - M_c, \\ M_s &= \frac{3}{2} K_r z_p i_s \psi_r \sin(\theta_{i_s} - \theta_{\psi_r}). \end{aligned} \quad (1)$$

Модель в переменных $\bar{\psi}_s - \bar{\psi}_r$:

$$\begin{aligned} U_s \cdot \cos(\theta_{u_s} - \theta_{\psi_s}) &= \frac{r_s}{L_s} \left(L_s \frac{d\psi_s}{dt} + \psi_s \right) - \\ & - \frac{K_r r_s}{L_s} \psi_s \cos(\theta_{\psi_s} - \theta_{\psi_r}), \\ \frac{d\theta_{\psi_s}}{dt} &= \frac{K_r r_s \psi_r \sin(\theta_{\psi_s} - \theta_{\psi_r})}{L_s \psi_s} - \omega_k + \frac{U_s}{\psi_s} \sin(\theta_{u_s} - \theta_{\psi_s}), \\ \psi_s \cos(\theta_{\psi_s} - \theta_{\psi_r}) &= \frac{1}{K_s} \left(L_s \frac{d\psi_r}{dt} + \psi_r \right), \\ \frac{d\theta_{\psi_r}}{dt} &= \frac{K_s r_s \psi_s \sin(\theta_{\psi_s} - \theta_{\psi_r})}{L_r \psi_r} - \omega_k + z_p \omega, \\ J \frac{d\omega}{dt} &= M_s - M_c, \\ M_s &= \frac{3}{2} \frac{K_r z_p}{L_s} \psi_s \psi_r \sin(\theta_{\psi_s} - \theta_{\psi_r}). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь U_s, i_s, ψ_s, ψ_r – модули результирующих векторов напряжения, тока, потокосцепления статора и потокосцепления ротора; $\theta_{u_s}, \theta_{i_s}, \theta_{\psi_s}, \theta_{\psi_r}$ – аргументы соответствующих векторов (углы между соответствующими векторами и полярной осью); ω_k, ω – угловые скорости вращения полярной оси и ротора электрической машины; M_s, M_c – электромагнитный момент двигателя и момент статического сопротивления; z_p – число пар полюсов обмотки статора; J – суммарный момент инерции, приведенный к валу двигателя; L_m, L_s, L_r, r_s, r_r – параметры цепей асинхронной машины, приведенные к обмотке статора; $L_s = (L_s - L_m) + K_r(L_r - L_m)$ – эквивалентная индуктивность рассеяния фазы двигателя; $r_s = r_s + K_r^2 r_r$ – эквивалентное активное сопротивление фазы двигателя; $L'_s = (1 - K_r K_s) L_s, L'_r = (1 - K_s K_r) L_r$ – индуктивности рассеяния статора и ротора; $T_s = \frac{L_s}{r_s}, T_r = \frac{L_r}{r_r}$ – электромагнитные постоянные времени главной цепи двигателя и цепи ротора; $K_s = \frac{L_m}{L_s}, K_r = \frac{L_m}{L_r}$ – коэффициенты связи статора и ротора.

Следует отметить, что под знаком производных вторых и четвертых уравнений систем уравнений (1) и (2) в качестве переменных состояния фигурируют аргументы результирующих векторов, зависящие от положения и скорости вращения полярной оси системы координат. Аргументом тригонометрических функций являются не зависящие от положения и скорости вращения полярной оси разности аргументов этих векторов, которые необходимо вычислять дополнительно. Кроме того, если скорость вращения координатной системы не будет синхронизирована со скоростью вращения результирующих векторов, переменные $\theta_{u_s}, \theta_{i_s}, \theta_{\psi_s}, \theta_{\psi_r}$ будут неограниченно возрастать (в том числе и при $\omega_k = 0$). Это необходимо учитывать как при проведении исследований с использованием таких моделей, так и при построении систем управления этими переменными.

Более удобны математические модели асинхронной машины, в которых в качестве переменных состояния используются сигналы:

$$\begin{aligned} \varphi_{u_s i_s} &= \theta_{u_s} - \theta_{i_s}; \\ \varphi_{u_s \psi_s} &= \theta_{u_s} - \theta_{\psi_s}; \\ \varphi_{i_s \psi_r} &= \theta_{i_s} - \theta_{\psi_r}; \\ \varphi_{\psi_s \psi_r} &= \theta_{\psi_s} - \theta_{\psi_r}, \end{aligned} \quad (3)$$

характеризующие взаимное угловое расположение соответствующих векторов относительно друг друга.

Для получения таких моделей дополнительно к системам уравнений (1) и (2) введем в рассмотрение следующее уравнение:

$$\frac{d\theta_{u_s}}{dt} = \omega_{u_s} - \omega_k, \quad (4)$$

где ω_{u_s} – скорость вращения результирующего вектора напряжения статора относительно оси неподвижной в пространстве. Напомним, что в этом случае ω_{u_s} есть частота питающего двигателя трехфазного напряжения.

Вычтя из уравнения (4) вторые уравнения систем уравнений (1) и (2), а из вторых уравнений – четвертые и, произведя в полученных выражениях замену переменных с учетом (3), можем представить математические модели асинхронной машины в следующем виде:

Модель в переменных $\bar{i}_s - \bar{\psi}_r$:

$$\begin{aligned} U_s \cos(\varphi_{u_s i_s}) &= r_s \left(T_s \frac{di_s}{dt} + i_s \right) + \\ & + K_r z_p \omega \psi_r \sin(\varphi_{i_s \psi_r}) - \frac{K_r}{T_r} \psi_r \cos(\varphi_{i_s \psi_r}), \\ \frac{d\varphi_{u_s i_s}}{dt} &= \frac{U_s \sin(\varphi_{u_s i_s})}{r_s T_s i_s} - \omega_{u_s} - \\ & - \frac{K_r z_p \omega \psi_r \cos(\varphi_{i_s \psi_r})}{r_s T_s i_s} - \frac{K_r \psi_r \sin(\varphi_{i_s \psi_r})}{T_r r_s T_s i_s}, \\ i_s \cos(\varphi_{i_s \psi_r}) &= \frac{1}{K_r r_s T_r} \left(T_r \frac{d\psi_r}{dt} + \psi_r \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_{i_s\psi_r}}{dt} &= \frac{K_r r_s i_s \sin(\varphi_{i_s\psi_r})}{\psi_r} - \omega_{u_s} - z_p \omega, \\ J \frac{d\omega}{dt} &= M_3 - M_c, \\ M_3 &= \frac{3}{2} K_r z_p i_s \psi_r \sin(\varphi_{i_s\psi_r}). \end{aligned} \quad (5)$$

Модель в переменных $\bar{\psi}_s - \bar{\psi}_r$:

$$\begin{aligned} U_s \cos(\varphi_{u_s\psi_s}) &= \frac{r_s}{L_s} \left(\frac{L_s}{r_s} \frac{d\psi_s}{dt} + \psi_s \right) - \frac{K_r r_s}{L_s} \psi_r \cos(\varphi_{\psi_s\psi_r}), \\ \frac{d\varphi_{u_s\psi_s}}{dt} &= \frac{K_r r_s}{L_s} \frac{\psi_r}{\psi_s} \sin(\varphi_{\psi_s\psi_r}) + \omega_{u_s} - \frac{U_s}{\psi_s} \sin(\varphi_{u_s\psi_s}), \\ \psi_s \cos(\varphi_{\psi_s\psi_r}) &= \frac{1}{K_s} \left(\frac{L_r}{r_r} \frac{d\psi_r}{dt} + \psi_r \right), \\ \frac{d\varphi_{\psi_s\psi_r}}{dt} &= \frac{K_s r_r}{L_r} \frac{\psi_s}{\psi_r} \sin(\varphi_{\psi_s\psi_r}) - \omega_{u_s} + z_p \omega, \\ J \frac{d\omega}{dt} &= M_3 - M_c, \\ M_3 &= \frac{3}{2} \frac{K_r z_p}{L_s} \psi_s \psi_r \sin(\varphi_{\psi_s\psi_r}). \end{aligned} \quad (6)$$

Математические модели (5), (6) инвариантны к скорости вращения системы координат, а переменные ω_{u_s} , U_s , i_s , ψ_s , ψ_r , $\varphi_{u_s i_s}$, $\varphi_{u_s \psi_s}$, $\varphi_{\psi_s \psi_r}$ ограничены по величине и в установившемся режиме имеют постоянные значения.

Математические модели асинхронной машины для любой другой комбинации результирующих векторов можно получить аналогичным образом.

Обратим внимание, что переменные $\varphi_{u_s i_s}$, $\varphi_{u_s \psi_s}$ есть фазовый сдвиг между вектором напряжения \bar{U}_s и вектором тока статора (вектором потокосцепления ротора). Производная от $\varphi_{u_s i_s}$, $\varphi_{u_s \psi_s}$ по времени – это скорость изменения фазового сдвига, или, другими словами, абсолютное скольжение результирующего вектора тока статора (вектора потокосцепления ротора) относительно результирующего вектора напряжения.

С учетом изложенного, уравнениям (5) и (6) соответствуют структурные схемы асинхронной машины, рис. 1 и 2.

Однако, при моделировании возникают трудности обеспечения работоспособности таких моделей, обусловленные наличием режима деления на ноль. Эти трудности легко устраняются введением пренебрежимо малых начальных значений модулей векторных переменных.

Согласно этих схем в пакете прикладных математических программ Matlab выполнены исследования всевозможных режимов работы большого количества асинхронных машин серии 4А. Исследовались процессы в двигателях различных мощностей, номинальных параметров, чисел пар полюсов и т. д. Исследования выполнялись в сравнении с результатами, полученными на моделях в декартовых координатах.

В качестве примера на рис. 3 приведены графики изменения переменных состояния асинхронной машины 4А132М4У3 при прямом пуске на номинальные параметры сети.

Проведенные исследования свидетельствуют о том, что при использовании ур. (5), (6) и структурных схем, рис. 1, 2, можно вычислять электромаг-

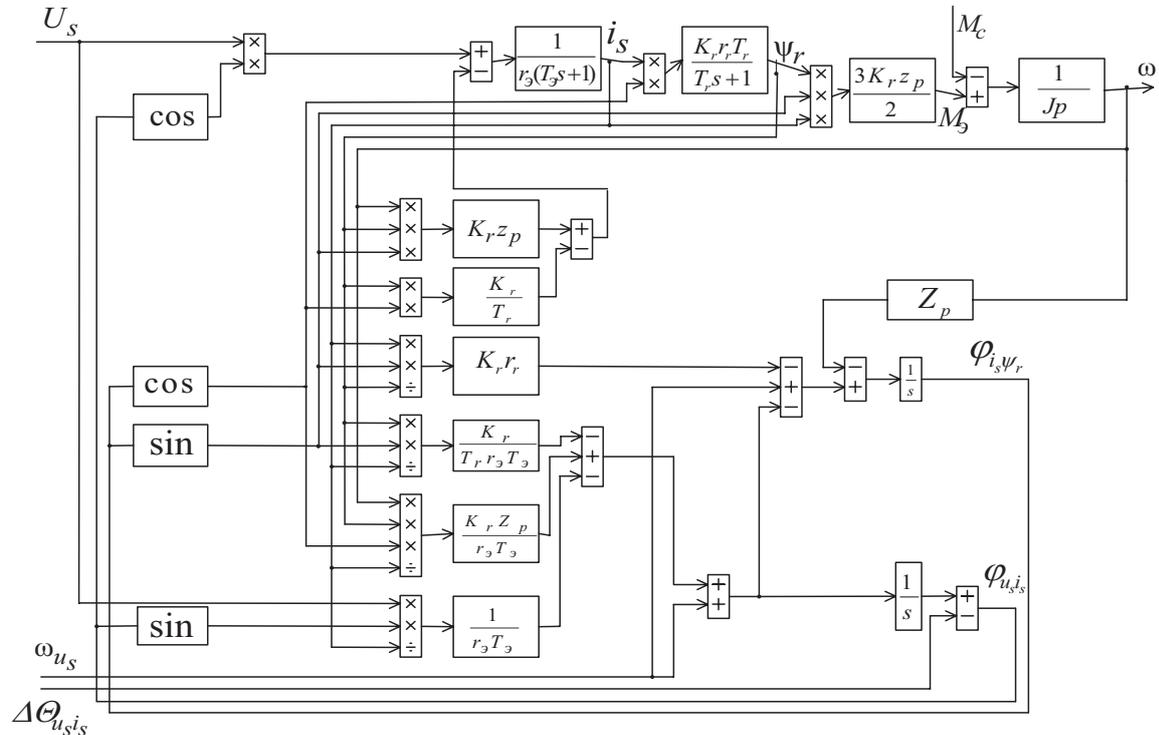


Рис. 1. Структурная схема асинхронной машины в переменных $\bar{\psi}_s - \bar{\psi}_r$

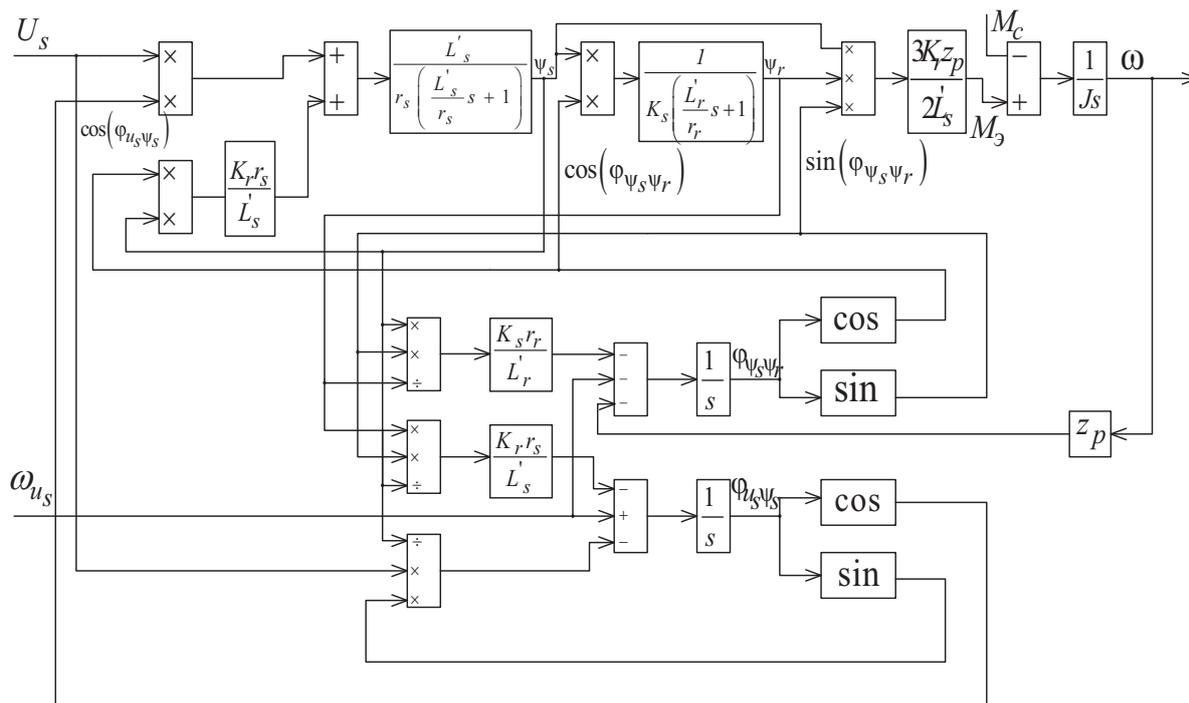


Рис. 2. Структурная схема асинхронной машины в переменных $\bar{\psi}_s, -\bar{\psi}_r$

нитный момент и скорость вращения вала ротора асинхронной машины с той же точностью, что и при использовании уравнения в декартовых координатах (рис. 3, г и б).

График рис. 3, а, характеризует мгновенные амплитудные значения фазных токов статорной обмотки, а график рис. 3, д – мгновенные значения амплитуды пространственной волны потокосцепления с роторной обмоткой.

Кривая рис. 3, в иллюстрирует фазовые сдвиги между фазными напряжениями и токами обмотки статора, которые в установившемся режиме не превышают значения $\pi/2$. Фазовые сдвиги между векторами тока статора и потокосцепления ротора (рис. 3, е) могут превышать несколько оборотов и характеризуются соотношением $\varphi_{i_s \psi_r} = 2\pi K + \Delta\varphi_{i_s \psi_r}$. Здесь K – целое число, значение которого обусловлено типом и параметрами двигателя, а так же алгоритмом формирования его динамических режимов; $\Delta\varphi_{i_s \psi_r}$ – угловое смещение меньше одного оборота.

Представленные уравнения и структурные схемы дают новый набор переменных состояния асинхронной машины (модули и фазовые сдвиги результирующих векторов), которые могут служить основой для создания новых, конкурентно способных, относительно существующих, структур систем автоматического управления асинхронными электроприводами.

При выполнении исследований с помощью разработанных моделей не нужна информация об угловом положении и скорости вращения системы координат.

Выводы

1. Рассмотрены математические модели асинхронной машины, что позволило воспроизводить её установившиеся и динамические процессы с той же точностью, что и модели в декартовых координатах.
2. Использование в качестве переменных состояния асинхронной машины фазовых сдвигов результирующих векторов относительно друг друга позволило получить математические модели, в которых все переменные ограничены по величине и в установившемся режиме имеют постоянные значения независимо от скорости вращения координатной системы.
3. Работоспособность представленных математических моделей при организации вычислительного процесса в цифровой форме обеспечивается введением пренебрежимо малых начальных значений модулей векторных переменных.
4. Выполненные с помощью предлагаемых моделей исследования свидетельствуют о том, что векторные и круговые диаграммы, используемые для анализа установившихся режимов асинхронной машины, характеризуют угловое положение некоторых векторных переменных с точностью кратной $2\pi K$, где K – целое число.
5. Предложенные математические модели позволяют без дополнительных вычислений получать амплитудные значения векторных переменных, их угловое положение относительно друг друга, мгновенные значения $\cos\varphi$ и т. д.

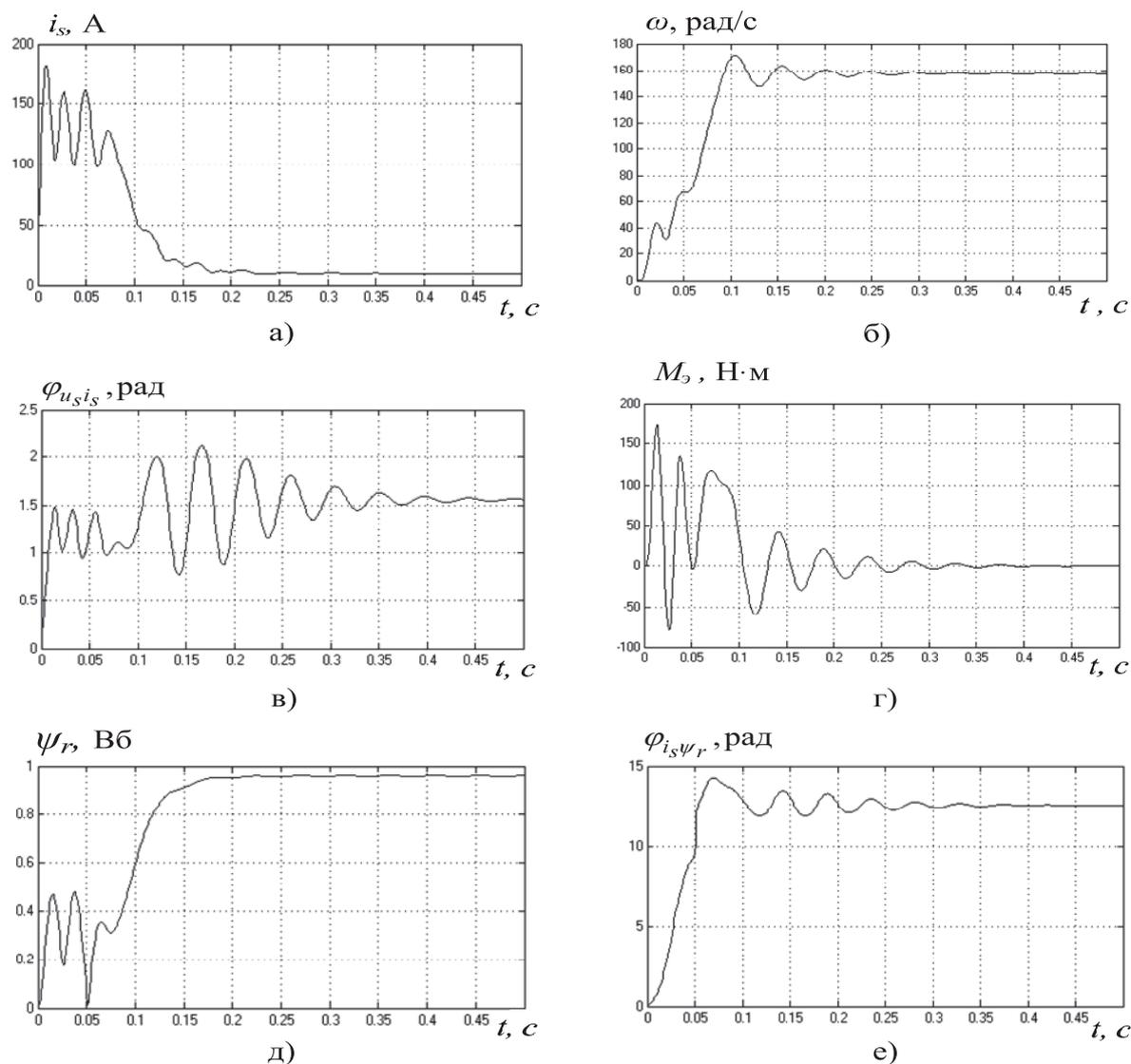


Рис. 3. Графики изменения переменных состояния асинхронной машины 4А132М4УЗ при прямом пуске

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шрейнер Р.Т., Дмитриенко Ю.А. Оптимальное частотное управление асинхронными электроприводами. – Кишинев: Штиинца, 1982. – 224 с.
2. Panasjuk A.I., Panasjuk V.I., Jakubovich L.O. Differential equations of asynchronmachine // Intern. Wiss. Kolloq. Techn. Hochsch. – Ilmenau, 1977. – Bd. 1. – S. 111–114.
3. Карагодин М.С., Федоренко А.А. Уравнения асинхронной машины в полярной системе координат // В кн.: Оптимизация

- режимов работы систем электроприводов / под ред. В.А. Трояна. – Красноярск: Изд-во КПИ, 1982. – 166 с.
4. Шрейнер Р.Т. Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразователями частоты. – Екатеринбург: УРО РАН, 2000. – 654 с.

Поступила 20.12.2011 г.