Выводы

- 1. Разработаны методы, позволяющие на стадии проектирования многофункциональных фильтров топливных систем машин с дизельными двигателями рассчитать их стандартные параметры.
- 2. Предложена модернизированная топливная система подогрева топлива машины с помощью двухфункционального фильтра с управляемой пористой структурой и самоподогревом от бортового электроснабжения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Бродский Г.С., Сухоруков А.Н., Зуев В.И., Башева А.А. Результаты испытаний фильтров и фильтрующих элементов для СДМ // Строительные и дорожные машины. 1992. № 11–12. С. 7–9.
- 2. Gustavsson J. Can we trust air filters? // Filtration & Separation. 2000. V. 37. № 2 (March). P. 16–22.
- Бродский Г.С. Эффективность современных фильтрационных технологий при эксплуатации горных машин // Горная промышленность. – 2002. – № 5. – С. 2–6.
- Бродский Г.С. Фильтры и системы фильтрации для мобильных машин. – М.: Гемос, 2004. – 360 с.

- 3. Получены расчетные зависимости начального гидравлического сопротивления фильтра-нагревателя со спирально навитой пористой лентой, подтвержденные экспериментально.
- Результаты тепловых испытаний системы подогрева и фильтрации топлива подтверждают адекватность теоретических представлений и могут быть использованы для оптимизации элементов топливных систем для мобильных машин, эксплуатируемых при низких температурах.
- Фильтроэлемент: пат 208494 Рос. Федерация № 4816035/06; заявл. 05.03.90; опубл. 28.04.94, Бюл. № 28. — 4 с.
- Удлер Э.И. Фильтрация нефтепродуктов. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1988. – 216 с.
- Фильтроэлемент: пат 2186608 Рос. Федерация № 2001100255; заявл. 04.01.01; опубл. 10.08.02, Бюл. № 31. – 3 с.
- Удлер Э.И., Зуев В.И. Фильтрующие топливно-масляные элементы из бумаги и картона. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1983. 140 с.
- 9. Удлер Э.И. Фильтрация углеводородных топлив. Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1981. 152 с.

Поступила 05.09.2011 г.

УДК 544.733.422:519.87

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭВОЛЮЦИИ ЖИДКОКАПЕЛЬНЫХ АЭРОЗОЛЕЙ

О.Б. Кудряшова

Институт проблем химико-энергетических технологий СО РАН, г. Бийск E-mail: olgakudr@inbox.ru

Математическая модель основана на уравнении Смолуховского, описывающем динамику изменения функции распределения частиц жидкокапельных аэрозолей по размерам с учетом испарения и осаждения. Применяя теорию размерностей, удалось получить критерии, характеризующие относительную эффективность процессов коагуляции и испарения. Проведен параметрический анализ уравнений в безразмерном виде. Представлены результаты экспериментального исследования дисперсных параметров аэрозоля.

Ключевые слова:

Жидкокапельный аэрозоль, распределение по размерам, испарение, коагуляция, осаждение.

Key words:

Liquid-drop aerosol, size distribution, evaporation, coagulation, sedimentation.

Несмотря на то, что эволюция аэрозольных облаков исследовалась уже много десятилетий, полного понимания процессов, происходящих в жидкокапельном аэрозоле, до сих пор нет. Особенно сложными нам представляются вопросы описания кинетики субмикронных облаков: необходимо взаимосвязанно учитывать быстрое испарение капель, обусловленное с кривизной их поверхности, процессы осаждения и коагуляции. Предложенная в работе физико-математическая модель позволяет учесть эти процессы и получить представление об изменении дисперсных па-

раметров аэрозоля в зависимости от времени. Это представляет не только теоретический интерес, но является важным при разработке практических приложений, например, в области экологии (нейтрализация вредных выбросов, адсорбция токсичных веществ, дезинфекция помещений).

В атмосфере присутствует аэрозоль многомодальной структуры с характерными размерами от долей до десятков и сотен мкм [1]. В модельном аэрозоле, полученном в лабораторных условиях, распределение частиц по размерам можно считать одномодальным и соответствующим гамма-ра-

спределению: $f(D)=aD^{\alpha}\exp(-bD)$, где D- диаметр частицы; b, $\alpha-$ параметры распределения; a- нормировочный коэффициент.

Рассмотрим трансформацию распределения частиц по размерам с течением времени. Следуя [1, 2], запишем балансовое уравнение (интегральный вариант уравнения Смолуховского), описывающее изменение со временем функции распределения частиц по размерам в предположении пространственной однородности облака частиц:

$$\frac{\partial f(D,t)}{\partial t} = I_1 + I_2 + I_3,\tag{1}$$

где I_1 описывает убыль капель с диаметром D за единицу времени в единице объема за счет столкновения капли диаметра D с любой каплей диаметра D:

$$I_{1} = -f(D,t) \int_{0}^{\infty} K(D,D') f(D',t) dD',$$
 (2)

где K(D,D') — вероятность столкновения капель с диаметрами D и D' в единицу времени. Примем вероятность столкновения частиц пропорциональной их массам: $K(D,D')=b_k(D^3+D'^3)$.

Член I_2 описывает возникновение частиц диаметра D за счет столкновения капель с диаметрами D'и D-D':

$$I_{2} = \frac{1}{2} \int_{0}^{D} K(D - D', D') f(D', t) f(D - D', t) dD',$$

член I_3 — уменьшение массы капель за счет их испарения.

Уравнение Максвелла описывает скорость испарения капли за счет кривизны ее поверхности и имеет вид:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{2\pi D_f M(p_{drop} - p_{pl})}{RT},$$
(3)

где m — масса капли; D_f — коэффициент диффузии; M — молекулярный вес жидкой капли; R — универсальная газовая постоянная; T — абсолютная температура; p_{drop} и p_{pl} — парциальное давление над каплей и плоской поверхностью.

Член I_3 описывает уменьшение массы частиц за счет их испарения и определяется уравнением Максвелла, продифференцированном по массе частицы:

$$I_{s} = \frac{\partial}{\partial m} \left(\frac{dm}{dt} f(D) \right) =$$

$$= \frac{\partial}{\partial m} \left[\frac{2\pi D_{f} M(p_{drop} - p_{pl}) f(D)}{RT} \right].$$

Учитывая формулу Томсона (Кельвина):

$$\ln(p_{drop} / p_{pl}) = \frac{4\sigma M}{\rho_w RTD}$$
, где σ — поверхностное на-

тяжение; $\rho_{\scriptscriptstyle w}$ — плотность жидкости, выражая массу частицы через ее диаметр, получим:

$$I_{\scriptscriptstyle 3} = \frac{\partial}{\partial D} \left[4\pi D_f M p_{\scriptscriptstyle pl} \left(\exp \left(\frac{4\sigma M}{\rho_{\scriptscriptstyle MR} RTD} \right) - 1 \right) \frac{f(D)}{RTD \rho_{\scriptscriptstyle MR}} \right].$$

Начальные условия для ур. (1): при $t=t_0 f(D,t_0)=f_0(D)$ — начальное распределение частиц по размерам.

При моделировании процессов седиментации в эволюции аэрозолей [2, 3] обычно принято считать, что все частицы, масса которых превышает критическое значение, сразу выпадают в осадок и не принимают участие в коагуляции. На наш взгляд, это не точно отражает физическую картину процесса, т. к. никакие частицы не выпадают в осадок мгновенно, а нас интересует именно динамика процесса, в том числе, время осаждения. Поэтому необходимо учитывать зависимость критического размера от времени. Эта зависимость будет определяться с помощью выражения для скорости осаждения:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{2G\rho_{w}D^{2}}{9\eta_{0}},\tag{4}$$

где h — высота расположения частицы над землей; G — ускорение свободного падения; η_0 — кинематическая вязкость. Тогда в момент времени t все капли диаметра, больше $D_{\kappa p}$, выпадут в осадок. Величина $D_{\kappa p}$, как следует из ур. (4), определяется выра-

жением:
$$D_{\kappa p} = \sqrt{\frac{9\eta_0 H}{2G\rho_w t}}$$
, где $H-$ высота облака. Ура-

внение (2) перепишется в виде:

$$I_1 = -f(D,t) \int_{0}^{D_{sp}(t)} K(D,D') f(D',t) dD'.$$

Таким образом, спектр частиц на каждый момент времени t будет обрезан справа за счет седиментации крупных частиц, причем постепенно эта граница будет смещаться в сторону все более малых частиц.

Для приведения ур. (1) к безразмерному виду необходимо выбрать характерные масштабы: диаметр и время. В качестве характерного диаметра выберем медианный: $D_0 = \alpha/b$. В качестве характерного времени, если рассматривать только жидкокапельные аэрозоли, можно взять время испарения капли диаметра D_0 , но для построения более общей модели, которая учитывает неиспаряемые жидкости или твердофазные аэрозоли, предпочтительнее выбрать другое характерное время, а именно: время осаждения частицы диаметра D_0 . Итак, в качестве масштаба по времени введем время жизни частицы диаметра D_0 (за счет седиментации):

$$t_l = \frac{9\eta_0 H}{2GD_0^2}$$
 (дольше всего будет «жить» капля диа-

метра D_0 , находящаяся на высоте H).

Обозначим безразмерный диаметр как x, а безразмерное время как θ . Тогда $D=D_0x$, $f_0(x)=a_1x^\alpha e^{-\alpha x}$, $a_1=aD_0^{\alpha}$, $\theta=t/t_l$. Ур. (1) в безразмерном виде запишется следующим образом:

$$\frac{df(x,\theta)}{d\theta} = I_1 + I_2 + I_3$$
, при $\theta = 0$ $f(x,0) = f_0(x)$; (5)

$$\begin{split} I_{1} &= -f(x,\theta) \int_{0}^{x_{xp}(\theta)} K(x,x') f(x',\theta) dx', \\ I_{2} &= \frac{1}{2} \int_{0}^{x} K(x-x',x') f(x',\theta) f(x-x',\theta) dx', \\ K(x,x') &= \overline{b_{k}}(x^{3}+x^{13}), \\ \overline{b_{k}} &= b_{k} D_{0}^{4} t_{l} = b_{k} D_{0}^{2} \frac{9\eta_{0} H}{2G}, \end{split}$$

 $x_{\kappa\rho}(\theta)=1/\sqrt{\theta}$. Все частицы, для которых $x>x_{\kappa\rho}$ в момент θ , выпадут в осадок.

$$\begin{split} I_{_{3}} &= -\frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} 2\pi D_{_{f}} M p_{_{pl}} \left(\exp\left(\frac{4\sigma M}{\rho_{_{w}} RTD_{_{0}} x}\right) - 1 \right) \times \\ \times \frac{f(x,\theta)}{RTD_{_{0}}^{2} x \rho_{_{w}}} \end{bmatrix} \frac{1}{t_{_{l}}} &= \\ &= -\mathrm{Ku} \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\exp\left(\frac{\mathrm{To}}{x}\right) - 1 \right) \frac{f(x,\theta)}{x} \right], \end{split}$$

где безразмерный комплекс Ku, характеризующий отношение скорости испарения к скорости седиментации определяется как:

$$Ku = \frac{9\eta_0 H D_f M p_{pl}}{RT \rho_w G D_0^4} = \frac{t_l}{t_e}; \ t_e = \frac{RT \rho_w D_0^2}{2D_f M p_{pl}}$$

- время испарения плоской поверхности.

Параметр, характеризующий испарение за счет

кривизны поверхности:
$$To = \frac{4\sigma M}{\rho_w RTD_0}$$
 — логарифм

отношения парциального давления над каплей диаметром D_0 к парциальному давлению над плоской поверхностью.

Дифференцируя выражение для I_3 , получим:

$$I_{3} = \frac{\mathrm{Ku}}{x} \begin{bmatrix} \frac{\mathrm{To}}{x^{2}} \exp\left(\frac{\mathrm{To}}{x}\right) + \\ + \left(\frac{f(x,\theta)}{x} - \frac{\partial f(x,\theta)}{\partial x}\right) \left(\exp\left(\frac{\mathrm{To}}{x}\right) - 1\right) \end{bmatrix}.$$

Введем диаметр x_{\min} — такой, меньше которого на момент времени θ все капли испарятся.

Он определится из уравнения:
$$\theta = \frac{x_{\min}^2}{\text{Ku}(e^{\text{To}/x_{\min}} - 1)}$$
,

которое получается путем интегрирования уравнения Максвелла (3), с учетом уравнения Томсона, в безразмерном виде. В спектре частиц в следующий момент времени опять появятся капли диаметра, меньше x_{\min} , за счет испарения более крупных капель, поэтому обрезания спектра, как справа за счет седиментации, не будет. Знание этого диаметра поможет вычислить убыль массы капель за счет испарения. Суммарно убыль массы капель за счет испарения и седиментации на момент времени θ составит:

$$\Delta m = \int_{0}^{\theta} \left(\int_{0}^{x_{\min}(\theta)} f(x,\theta) dx + \int_{x_{np}(\theta)}^{\infty} f(x,\theta) dx \right) d\theta.$$

Математическая модель в безразмерном виде (5), описывающая эволюцию жидкокапельного аэрозоля, имеет следующие параметры: α , То, Кu, \bar{b}_k . Основной параметр, определяющий соотношение процессов испарения и седиментации — Ku.

Проведем оценку времени осаждения водяных капель разных размеров под действием гравитации в воздухе (при нормальных условиях). Расчеты показывают, что быстро осаждаются лишь капли с радиусом более 1 мкм: для D=20 мкм время осаждения составит 0,69 мин, а для D=0,2 мкм - 116 ч. Таким образом, для среднедисперсных аэрозолей осаждение следует учитывать, только если нас интересует время, измеряемое часами, а не минутами. Испарение же субмикронной водяной капли происходит за доли секунды. При таких условиях критерий Ku >> 1, $Ku \sim 10^9 ... 10^{11}$. Но для других условий, например, повышенной влажности, капель трудноиспаряемых жидкостей, а также для грубодисперсных жидкокапельных аэрозолей критерий Ки становится ~1. В этом случае процессы испарения и седиментации будут идти с одинаковой по порядку величины скоростью. Дальнейшее уменьшение Ки говорит о преобладании скорости седиментации перед испарением; в пределе, например, для твердофазных аэрозолей, Ки=0 и испарения не происходит.

Параметр То показывает, насколько для данного физико-химического состава капли скорость испарения зависит от кривизны поверхности. Для водяной капли при нормальных условиях $\text{То} \sim 10^{-3}$. Другие параметры модели: α — параметр, характеризующий начальное распределение частиц по размерам; \bar{b}_k — скорость коагуляции. Скорость коагуляции может существенно меняться при специальных воздействиях. Так, например, ультразвуковое воздействие на резонансных частотах увеличивает скорость коагуляции в десятки раз [4].

Результаты проведенных расчетов с помощью модели (5) для случая отсутствия испарения (Ku=0) приведены на рис. 1, 2. Параметры расчета: α =1, D_0 =1 мкм, t_i =1E+10 c, \bar{b}_k =1 (рис. 1) и b_k =1000 (рис. 2). Как видно из расчетов, ускорение процессов коагуляции приводит к существенному различию вида функции распределения и количества осевшего аэрозоля: 5,5 % \bar{b}_k =1 для и 0,13 % для \bar{b}_k =1000.

Результаты проведенных расчетов для случая преобладания испарения над процессами коагуляции и осаждения (Ku>>1) приведены на рис. 3, 4. Параметры расчета: α =1, D_0 =1 мкм, t_i =1E+10 c, \bar{b}_k =1000, To=0,001, Ku=1E+10 (рис. 3) и Ku=1E+7 (рис. 4). Последняя кривая (3) на рис. 3, 4 отражает функцию распределения при почти полном испарении аэрозоля: Δm =0,99. Как видно из рисунков, функция распределения частиц по размерам в случае преобладания испарения не претерпевает значительных изменений, за исключением области малых частиц (x<0,4). Доля малых частиц со временем быстро возрастает, а распределение больших капель остается практически неизменным.

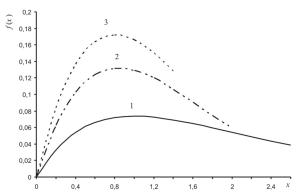


Рис. 1. Функция распределения частиц по размерам в нулевой момент времени (1), при θ =0,25 (2) и при θ =0,5 (3) – расчет для \bar{b}_k =1

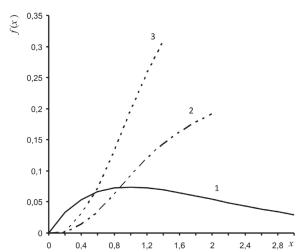


Рис. 2. Функция распределения частиц по размерам в нулевой момент времени (1), при θ =0,25 (2) и при θ =0,5 (3) – расчет для \bar{b}_k =1000

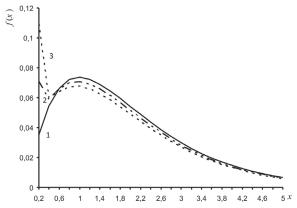


Рис. 3. Функция распределения частиц по размерам в нулевой момент времени (1), при θ =1.5E-9 (3) – расчет для Ku=1E+10

Расчеты для случая равноценности процессов испарения, коагуляции и осаждения (Ku=1) отображены на рис. 5. Параметры расчета: α =1, D_0 =1 мкм, t_1 =1E+6 с, \bar{b}_k =1000, To=0,001. Доля убыли массы аэрозоля за счет испарения и осаждения, соответствующая кривой 3 (θ =0,05), составляет Δm =0,0275. Сравнивая рис. 1, 2 и 5, можно заметить, что максимум функции распределения смет

щается со временем в сторону более малых частиц при ненулевом значении параметра Ки за счет испарения. Сравнивая рис. 3, 4 и 5, можно отметить, что процессы коагуляции и осаждения существенно изменяют со временем вид функции распределения частиц по размерам в аэрозоле. Эту функцию уже нельзя описать с помощью гамма-распределения. Кроме того, спектр обрезан в области крупных частиц за счет осаждения, и точка обрезания спектра смещается со временем в область все более малых размеров.

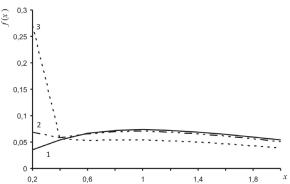


Рис. 4. Функция распределения частиц по размерам в нулевой момент времени (1), при θ =0,00001 (2) и при θ =0,000025 (3) – расчет для Ku=1E+7

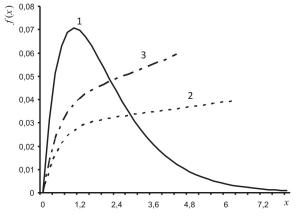


Рис. 5. Функция распределения частиц по размерам в нулевой момент времени (1), при θ =0,025 (2) и при θ =0,05 (3) – расчет для Ku=1

Для проверки адекватности предложенной модели проведено сравнение с экспериментом. Измерения спектра размеров частиц проводилось с помощью модифицированного метода малоуглового рассеяния, основанного на поиске параметров функции распределения частиц по размерам путем решения серии прямых задач оптики аэрозолей [5]. Сущность метода заключается в определении спектра размеров аэрозольных частиц по измеренной малоугловой индикатрисе рассеяния путем сравнения ее с расчетными значениями. Установка позволяет определять параметры гамма-распределения (в диапазоне 1...100 мкм), а также концентрацию аэрозоля в заданном объеме.

Лазерный измерительный комплекс ЛИД-2М [5] состоит из излучателя, фотоприемного блока и блока регистрирующей аппаратуры. В качестве

излучателя использовался гелий-неоновый лазер с длиной волны излучения 0,632 мкм. Установка позволяет регистрировать излучения рассеяния в диапазоне углов Θ =0...15°.

Для генерации аэрозоля использовался метод импульсного распыления [6]. Регистрация дисперсных характеристик аэрозоля производилась методом, описанным выше, в измерительном объеме 1 м³. В эксперименте распылялась вода.

Результаты экспериментальных измерений более наглядно можно представить не счетной, а массовой функцией распределения частиц по размерам, которая связана со счетной соотношением: $g(D)=m/m_{10}f(D)$, где m_{10} — среднеарифметическая

масса частиц:
$$m_{10} = \int_{0}^{\infty} mf(D)dD$$
, m — масса частицы

диаметра D. В безразмерном виде g(x), где $x=D/D_0$. Экспериментально измеренные в начальный момент времени параметры распределения модельного аэрозоля: α =0,38, b=0,184. Параметры расчета: α =0,38, D_0 =2,1 мкм, t_1 =3,5E+10 c, b_k =1000, To=0,0022, Ku=2,9E+10.

Результаты экспериментальных измерений и расчета массовой функции распределения частиц аэрозоля по размерам приведены на рис. 6. Уже через 12 с обнаруживается только 10 % от исходной массы аэрозоля, остальные 90 % массы жидкости испарятся. Это хорошо согласуется с данными расчета члена I_3 модели (86 %). Как видно из сравнения кривых 2, 3 (эксперимент) и 4, 5 (расчет), пик распределения в эксперименте и в расчете хорошо совпадает, но расчетные кривые более «размазаны» при больших диаметрах. В целом, можно говорить о хорошем совпадении модельных расчетов с экспериментальными данными. Отличия в форме кривых можно объяснить ограничениями математического аппарата метода измерений: решение

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- I. Ивлев Л.С., Довгалюк Ю.А. Физика атмосферных аэрозольных систем. СПб.: НИИХ СПбГУ, 1999. 194 с.
- 2. Волощук В.М. Кинетическая теория коагуляции. Л.: Гидрометеоиздат, 1984. 284 с.
- Лушников А.А., Пискунов В.Н. Три новые точно решаемые модели в теории коагуляции // Доклады АН СССР. – 1982. – Т. 267. – № 1. – С. 132–136.
- Хмелев В.Н., Шалунова К.В., Цыганок С.Н., Барсуков Р.В., Сливин А.Н., Шалунов А.В. Ультразвуковая коагуляция аэрозолей. – Бийск: АлтГТУ, 2010. – 228 с.

подбирается в виде гамма-распределения, в то время как в процессе эволюции вид функции распределения может искажаться.

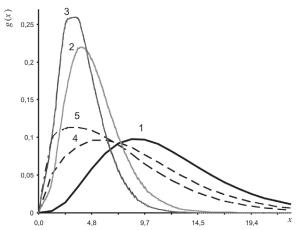


Рис. 6. Функция распределения частиц по размерам в нулевой момент времени (1), при t=6 с (2 – эксперимент, 4 – расчет) и при t=12 с (3 – эксперимент, 5 – расчет)

Выводы

Предложена модель эволюции жидкокапельного аэрозоля с учетом процессов испарения и коагуляции в виде варианта интегрального уравнения Смолуховского в безразмерном виде, со стоком (испарение) и обрезанием спектра (осаждение). Получены безразмерные критерии, характеризующие особенности протекания процессов. С помощью численных расчетов получено распределение частиц аэрозоля по размерам в зависимости от времени, проведены параметрические исследования. Представленные результаты сравнения экспериментальных и теоретических исследований свидетельствуют о физической адекватности предлагаемой математической модели.

- Кудряшова О.Б., Ахмадеев И.Р., Павленко А.А., Архипов В.А. Лазерный метод измерений дисперсного состава и концентрации частиц облака продуктов сгорания // Сб. матер. XIV Симп. по горению и взрыву. — Черноголовка: ИПХФ РАН, 2008. — С. 105.
- 6. Кудряшова О.Б., Ворожцов Б.И., Муравлев Е.В., Ишматов А.Н., Павленко А.А. Ударно-волновая генерация высокодисперсных жидкокапельных аэрозолей // Ползуновский вестник. 2010. № 4–1. С. 95–100.

Поступила 27.05.2010 г.