

УДК 681.51.013

СИНТЕЗ ПИД-РЕГУЛЯТОРА В СИСТЕМАХ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ МЕТОДОМ УСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА РАЗМЕЩЕНИЕ ПОЛЮСОВ

Вадутов Олег Самигулович,

канд. техн. наук, доцент каф. промышленной и медицинской электроники
Института неразрушающего контроля ФГБОУ ВПО «Национальный
исследовательский Томский политехнический университет»,
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 30. E-mail: vos@tpu.ru

ПИД-регуляторы получили широкое применение в промышленности. При правильной настройке эти регуляторы обеспечивают хорошее качество управления для большинства промышленных объектов. Актуальность работы определяется необходимостью разработки методов параметрического синтеза ПИД-регуляторов, реализуемых в режиме диалога с использованием современных средств моделирования и программирования.

Цель исследования: разработка метода, позволяющего в диалоговом режиме выполнить синтез параметров ПИД-регулятора для объектов управления, имеющих временное запаздывание.

Методы исследования: метод D -разбиения, модифицированный условиями частичного размещения полюсов замкнутой системы в заданных точках, интегральные критерии качества переходных процессов, методы оптимизации.

Результаты. Сформулирована задача условной оптимизации параметров ПИД-регулятора для систем управления, в которых объект содержит временное запаздывание. Известно, что системы с запаздыванием имеют бесконечное число полюсов и с помощью ПИД-регулятора можно произвольно назначить только три полюса. Особенностью задачи является способ задания ограничений на размещение полюсов замкнутой системы. Предлагается два полюса замкнутой системы размещать в фиксированных точках, а остальные полюсы, называемые свободными, располагать в заданной области левой полуплоскости. Разработан итерационный метод решения задачи. Каждая итерация состоит из двух этапов. На первом этапе строится область допустимых решений при помощи обобщенного метода D -разбиения. На втором этапе решается задача одномерной оптимизации по интегральному критерию качества переходных процессов. Дан пример синтеза параметров ПИД-регулятора для типового объекта управления с запаздыванием. Приведенный пример показывает эффективность предлагаемого в статье метода синтеза.

Ключевые слова:

ПИД-регулятор, метод D -разбиения, размещение полюсов, оптимизация, системы с запаздыванием.

Введение

Пропорционально-интегрально-дифференциальные (ПИД) регуляторы и их модификации получили широкое применение в промышленности. К настоящему времени накоплен огромный опыт эксплуатации таких регуляторов, разработаны и апробированы различные методы синтеза и настройки параметров. Каждый из известных в настоящее время методов имеет определенные достоинства и недостатки, свои ограничения и область применения. Не ослабевает внимание к методам анализа и синтеза систем с ПИД-регуляторами и в последние годы. Стоит упомянуть, например, конференцию, проведенную Международной федерацией по автоматическому управлению (IFAC) и посвященную целиком системам с ПИД-регулятором [1]. Заметное место среди методов параметрического синтеза ПИД-регуляторов занимают методы, построенные на процедурах поиска параметров регулятора, обеспечивающих оптимальное значение заданного критерия качества. Эти методы можно разделить на две группы.

В методах первой группы формулируется и решается оптимизационная задача на безусловный экстремум комплексного критерия, составленного путем объединения показателей, характеризующих качество процесса управления [2, 3]. Основные трудности здесь связаны с выбором весовых коэффициентов при объединении различных показателей в единый критерий оптимальности. Как

правило, неудачный выбор этих коэффициентов проявляется только на конечных этапах решения оптимизационной задачи. Главным недостатком данного подхода является трудоемкость процесса поиска решения.

В методах, образующих вторую группу, синтез параметров регулятора сводится к задаче условной оптимизации, когда часть требований к системе учитывается непосредственно в оптимизируемом критерии, а другая вводится в виде ограничений-равенств и ограничений-неравенств, определяющих область допустимых решений. В качестве оптимизируемого критерия оптимальности при детерминированных внешних воздействиях используются интегральные оценки [4–7]. При возмущениях, носящих случайный характер, в работах [8–10] предложен критерий, минимизирующий дисперсию отклонения регулируемой величины. Известны и другие показатели, применяемые в качестве оптимизируемого критерия, например ширина полосы пропускания разомкнутой системы [11].

В качестве ограничений в задачах условной оптимизации обычно применяются показатели, характеризующие запасы устойчивости. В [4, 5, 12, 13] исследован алгоритм оптимальной настройки ПИД-регуляторов с ограничением на заданный запас устойчивости по частотному показателю колебательности. В [6, 11, 14] решена задача синтеза параметров ПИД-регулятора при ограничении на запасы устойчивости по усилению и по фазе.

В данной статье задача синтеза параметров ПИД-регулятора в системах с запаздыванием сформулирована как задача условной оптимизации по интегральному критерию с ограничениями на расположение полюсов замкнутой системы. Несмотря на сложности, связанные с наличием в системах с запаздыванием бесконечного числа полюсов, методы синтеза, основанные на размещении полюсов в таких системах, активно исследуются [15–18]. Предлагаемый в статье алгоритм объединяет модальный и частотный методы и основан на способе размещения полюсов замкнутой системы, который описан в работах [19–21]. Особенностью алгоритма является построение области допустимых решений в пространстве параметров ПИД-регулятора с помощью обобщенного метода D-разбиения. Построенная область используется на промежуточном этапе синтеза для того, чтобы оценить возможность реализации регулятора.

Постановка задачи

Рассматривается линейная стационарная система автоматического управления, операторно-структурная схема которой показана на рис. 1.

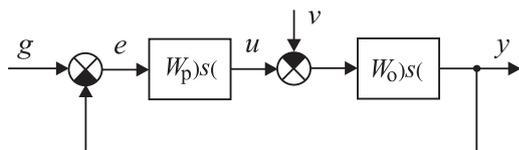


Рис. 1. Операторно-структурная схема системы

Fig. 1. System structure

Объект управления с запаздыванием описывается передаточной функцией

$$W_o(s) = \frac{B(s)e^{-\tau s}}{A(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0} e^{-\tau s}, \quad n \geq m. \quad (1)$$

Передаточная функция «классического» ПИД-регулятора имеет вид

$$W_p(s) = \frac{k_n + k_n s + k_d s^2}{s}.$$

В классическом ПИД-регуляторе предполагается возможность идеального дифференцирования ошибки регулирования. В действительности при реализации ПИД-алгоритма в регуляторах осуществляется реальное дифференцирование, отличающееся от идеального наличием инерционности. Тогда передаточная функция ПИД-регулятора записывается так:

$$W_p(s) = k_n + \frac{k_n}{s} + \frac{k_d s}{T_d s + 1}, \quad (2)$$

где T_d – постоянная времени, характеризующая инерционные свойства дифференциатора.

В дальнейшем будем использовать запись передаточной функции (2) регулятора в виде дробно-рациональной функции

$$W_p(s) = \frac{k_n s(T_d s + 1) + k_n(T_d s + 1) + k_d s^2}{s(T_d s + 1)}. \quad (3)$$

Настройными параметрами регулятора являются коэффициенты k_n , k_n и k_d . Постоянная времени T_d может быть задана заранее с учетом инерционных свойств объекта управления либо в зависимости от значения коэффициента k_n , полученного в результате синтеза классического ПИД-регулятора. В данной работе будет использован первый способ.

Передаточные функции замкнутой системы, определяющие зависимость сигнала ошибки $e(t)$ от задающего $g(t)$ и возмущающего $z(t)$ воздействий, соответственно равны:

$$W_{ge}(s) = \frac{1}{1 + W_p(s)W_o(s)}; \quad W_{ve}(s) = \frac{W_p(s)}{1 + W_p(s)W_o(s)}.$$

Необходимо определить параметры регулятора, при которых интегральная оценка принимает минимально возможное значение при заданных ограничениях на размещение полюсов замкнутой системы. При этом два полюса замкнутой системы принимают предписанные значения $s_1 = \lambda_1$ и $s_2 = \lambda_2$, а остальные полюсы, называемые свободными, располагаются в заданной области левой полуплоскости (рис. 2). В работе [20] рекомендовано выбрать границу размещения свободных полюсов так, чтобы для фиксированных полюсов $s_1 = \lambda_1$ и $s_2 = \lambda_2$ выполнялись условия доминирования. Однако условия доминирования в общем случае, и особенно в системах управления объектами, обладающими особенностями, в частности запаздыванием, оказываются трудновыполнимыми. Поэтому в данной работе условие доминирования снято и граница размещения свободных полюсов выбирается произвольно, но так, чтобы фиксированные полюсы располагались правее.

Граница размещения свободных полюсов описывается выражением

$$X(j\omega) = -\delta(\omega) + j\omega,$$

где ω изменяется от $-\infty$ до ∞ , а функция $\delta(\omega)$ определяется выбранной границей размещения свободных полюсов.

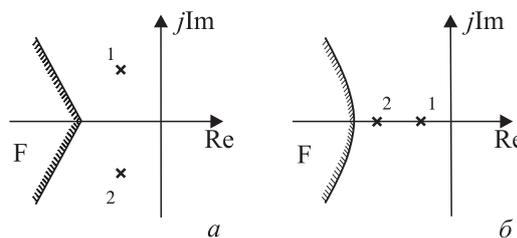


Рис. 2. Варианты размещения полюсов системы

Fig. 2. Versions of pole placement in the system

Условия, наложенные на размещение полюсов, определяют общие свойства контура управления и тем самым характер свободного движения системы. Интегральная оценка позволяет оценить и оптимизировать качество слежения за задающим воздействием $g(t)$ или подавления возмущений $v(t)$.

Таким образом, задача синтеза параметров ПИД-регулятора сводится к задаче на условный минимум интегральной оценки:

$$\min J = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad (4)$$

при условии $s_1 = \lambda_1, s_2 = \lambda_2, s_i \in F, i=3, \dots, \infty$.

В сформулированной задаче, кроме квадратичной интегральной оценки (4), могут быть использованы и другие варианты интегральных оценок, например квадратичная интегральная оценка

$$\min J = \int_0^{\infty} e^2(t) dt$$

или модульные интегральные оценки

$$J_{m0} = \int_0^{\infty} |e(t)| dt; \quad J_{m1} = \int_0^{\infty} t \cdot |e(t)| dt.$$

Построение области допустимых решений задачи

Для построения области допустимых решений в задаче синтеза ПИД-регулятора будем использовать метод D-разбиения, модифицированный условиями на размещение полюсов системы [19, 20].

Характеристическое уравнение системы с объектом и регулятором, описываемыми передаточными функциями (1) и (3) соответственно, имеет вид

$$s(T_d s + 1)A(s) + [k_n s(T_d s + 1) + k_n(T_d s + 1) + k_d s^2]B(s)e^{-\tau s} = 0. \quad (5)$$

Запишем характеристическое уравнение (5) системы в следующем виде:

$$G_n(s)k_n + G_n(s)k_n + G_d(s)k_d + G(s) = 0, \quad (6)$$

где операторы при параметрах регулятора являются квазиполиномами:

$$G_n(s) = (Ts + 1)B(s)e^{-\tau s}; \quad G_n(s) = s(Ts + 1)B(s)e^{-\tau s}; \\ G_d(s) = s^2 B(s)e^{-\tau s},$$

а $G(s) = A(s)(T_d s + 1)s$.

Подставив в характеристическое уравнение (6) поочередно значения двух фиксированных полюсов λ_1, λ_2 системы и третьего полюса, дрейфующего согласно методу D-разбиения по границе локализации свободных полюсов (рис. 2) при изменении ω от $-\infty$ до ∞ , составим систему уравнений:

$$G_n(\lambda_1)k_n + G_n(\lambda_1)k_n + G_d(\lambda_1)k_d = -G(\lambda_1), \\ G_n(\lambda_2)k_n + G_n(\lambda_2)k_n + G_d(\lambda_2)k_d = -G(\lambda_2), \\ G_n[\delta(\omega), \omega]k_n + G_n[\delta(\omega), \omega]k_n + G_d[\delta(\omega), \omega]k_d = \\ = -G[\delta(\omega), \omega]. \quad (7)$$

Таким образом, в рассматриваемом случае имеем один свободный параметр, два других определяются по первым двум уравнениям системы уравнений (7), обеспечивая заданные значения двух полюсов системы. Разрешив уравнения относительно одного из параметров, выбранного в качестве свободного, получим параметрическое уравнение кривой, являющейся отображением границы размещения свободных полюсов на плоскость свободного параметра. По своему смыслу эта кривая представляет собой границу D-разбиения. Например, если в качестве свободного параметра выбран

коэффициент передачи k_n , то, применив метод Крамера, из системы (7) получим

$$k_n[\lambda_1, \lambda_2, \delta(\omega), \omega] = \frac{\Delta_n[\lambda_1, \lambda_2, \delta(\omega), \omega]}{\Delta[\lambda_1, \lambda_2, \delta(\omega), \omega]}, \quad (8)$$

где $\Delta[\lambda_1, \lambda_2, \delta(\omega), \omega]$ – главный определитель системы уравнений (7), $\Delta_n[\lambda_1, \lambda_2, \delta(\omega), \omega]$ – определитель, полученный заменой столбца коэффициентов при k_n столбцом $\{-G(\lambda_1), -G(\lambda_2), G[\delta(\omega), \omega]\}^T$. Полученное выражение (8) является параметрическим уравнением границы локализации свободных полюсов системы на плоскости комплексного параметра k_n . Штриховка границы согласно правилам метода D-разбиения позволяет определить интервал изменения значений коэффициента k_n , который удовлетворяет заданным условиям размещения полюсов замкнутой системы (рис. 4, а).

Значения параметров k_n и k_d регулятора при выбранном значении свободного параметра k_n найдутся путем решения системы уравнений

$$G_n(\lambda_1)k_n + G_d(\lambda_1)k_d = -G(\lambda_1) - G_n(\lambda_1)k_n, \\ G_n(\lambda_2)k_n + G_d(\lambda_2)k_d = -G(\lambda_2) - G_n(\lambda_2)k_n. \quad (9)$$

Таким образом, если решение рассматриваемой задачи существует, для параметров регулятора определяются интервалы их изменения: $k_n \in [k_{n1}, k_{n2}]$, $k_n \in [k_{n1}, k_{n2}]$, $k_d \in [k_{d1}, k_{d2}]$. Область допустимых решений задачи в пространстве параметров регулятора представляет одномерное множество, границы которого находятся в точках (k_{n1}, k_{n1}, k_{d1}) и (k_{n2}, k_{n2}, k_{d2}) . Построение указанной области допустимых решений может быть выполнено с помощью специализированных систем программирования, которые имеют в своем составе средства решения систем линейных алгебраических уравнений, например в системе MathCAD.

Задача определения оптимальных параметров регулятора, таким образом, сводится к задаче оптимизации по одному параметру, определяющему точку на полученном множестве допустимых решений. Пусть этот параметр, который обозначим через γ , в первой граничной точке (k_{n1}, k_{n1}, k_{d1}) равен нулю, а во второй граничной точке (k_{n2}, k_{n2}, k_{d2}) равен единице. Тогда значение коэффициента передачи k_n регулятора, выбранного в качестве свободного параметра, определяется по формуле

$$k_n(\gamma) = k_{n1} + (k_{n2} - k_{n1})\gamma, \quad 0 \leq \gamma \leq 1.$$

Зависимости параметров k_n и k_d регулятора от параметра γ находятся путем решения системы уравнений (9):

$$k_n(\gamma) = \frac{\left(G_d(\lambda_1)G(\lambda_2) - G_d(\lambda_2)G(\lambda_1) + \right. \\ \left. + [G_n(\lambda_1)G_n(\lambda_2) - G_n(\lambda_2)G_n(\lambda_1)] \cdot k_n(\gamma) \right)}{G_n(\lambda_1)G_d(\lambda_2) - G_n(\lambda_2)G_d(\lambda_1)}, \\ 0 \leq \gamma \leq 1; \\ k_d(\gamma) = \frac{\left(G_n(\lambda_2)G(\lambda_1) - G_n(\lambda_1)G(\lambda_2) + \right. \\ \left. + [G_n(\lambda_2)G_n(\lambda_1) - G_n(\lambda_1)G_n(\lambda_2)] \cdot k_n(\gamma) \right)}{G_n(\lambda_1)G_d(\lambda_2) - G_n(\lambda_2)G_d(\lambda_1)}, \\ 0 \leq \gamma \leq 1.$$

Вычисление интегральной оценки

Для оценки качества регулирования будем использовать реакцию системы $h(t)$ на единичное ступенчатое воздействие. В этом случае для квадратичной интегральной оценки имеем

$$J = \int_0^{\infty} e^2(t) dt = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} E(s)E(-s) ds$$

Здесь $E(s) = W_{ge}(s)/s$, если решается задача слежения за задающим воздействием, и $E(s) = W_{ve}(s)/s$, если решается задача подавления возмущающего воздействия.

Значение интегральной оценки может быть вычислено по амплитудно-частотной характеристике замкнутой системы относительно анализируемого возмущения:

$$J_g = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [|W_{ge}(j\omega)|^2 / \omega^2] d\omega;$$

$$J_v = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [|W_{ve}(j\omega)|^2 / \omega^2] d\omega.$$

Возможен и другой вариант вычисления интегральной оценки. При помощи известного частотного метода рассчитываются переходные функции $h_g(t)$ и $h_v(t)$, а затем – сигнал ошибки $e(t)$ и интегральная оценка.

Таким образом, вычисление численного значения интегральной оценки при известных параметрах регулятора в системе MathCAD не представляет сложностей.

Алгоритм синтеза параметров ПИД-регулятора

Алгоритм синтеза (рис. 3) имеет два контура итерации. Внутренний контур соответствует первому этапу синтеза, на котором с учетом свойств объекта управления и предъявляемых к системе требований назначаются условия на размещение закрепленных и свободных полюсов замкнутой системы, строятся интервалы допустимых изменений параметров регулятора и проверяется возможность реализации регулятора с этими параметрами. Итерации продолжаются до получения варианта, удовлетворяющего требованиям.

Второй этап синтеза, представленный на схеме рис. 3 внешним контуром, заключается в поиске значений параметров регулятора, при которых интегральная оценка принимает минимальное значение. На этом этапе решается задача одномерной оптимизации по параметру γ , определяющему положение на множестве допустимых решений. Завершающей процедурой данного этапа является построение переходного процесса и оценка его качества.

Синтез регулятора считается завершенным, если качество переходного процесса удовлетворяет требованиям. В противном случае может быть предпринята новая итерация с изменением условий размещения полюсов системы.

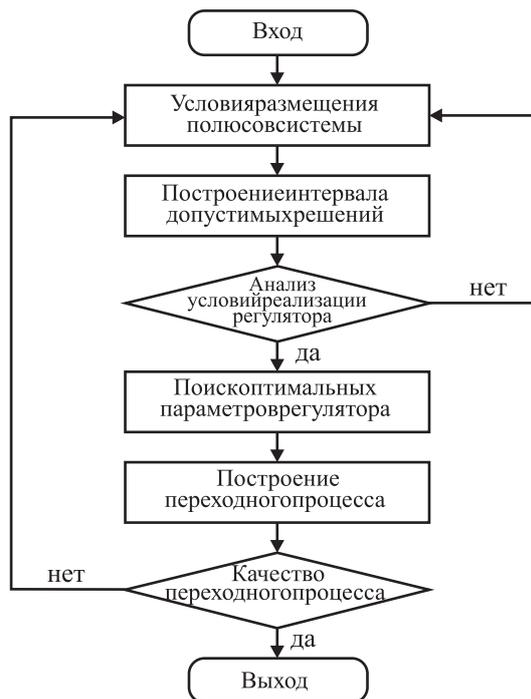


Рис. 3. Схема алгоритма синтеза

Fig. 3. Diagram of synthesis algorithm

Пример синтеза параметров ПИД-регулятора

В качестве примера рассмотрим расчет оптимальных параметров ПИД-регулятора для объекта второго порядка с запаздыванием [4, 5, 22]. Передаточная функция объекта управления этой системы имеет вид

$$W_o(s) = \frac{k_o e^{-\tau s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

Параметры объекта управления взяты из работы [5]: $k_o = 7,2 \text{ } ^\circ\text{C}/\%$ УП (УП – указатель положения регулирующего органа); $\tau = 3,9 \text{ с}$; $T_1 = 122 \text{ с}$; $T_2 = 14,5 \text{ с}$.

С учетом инерционных свойств объекта управления примем значение постоянной времени дифференциатора $T_d = 5 \text{ с}$.

В характеристическом уравнении (6) будем иметь

$$G_n(s) = 7,2e^{-3,9s}(5s + 1); G_n(s) = 7,2e^{-3,9s}(5s + 1)s;$$

$$G_d(s) = 7,2e^{-3,9s}s^2;$$

$$G(s) = (122s + 1)(14,5s + 1)(5s + 1)s.$$

Синтез параметров регулятора проведем, выбрав вариант размещения полюсов замкнутой системы, изображенный на рис. 2, а. Пусть закрепленные полюсы системы равны

$$\lambda_{1,2} = -\alpha \pm j\beta = -0,03 \pm j0,05.$$

Границу размещения свободных полюсов зададим выражением

$$X(j\omega) = -0,05 - 0,1\omega \cdot \text{sign } \omega + j\omega.$$

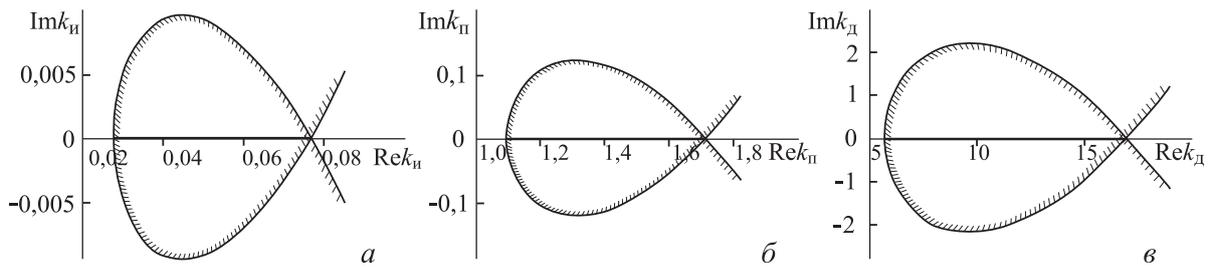


Рис. 4. Области допустимых изменений параметров регулятора для: а) k_n , б) k_i , в) k_d

Fig. 4. Areas of permissible variations of PID controller parameters for: а) k_n , б) k_i , в) k_d

Описанным выше модифицированным методом D-разбиения поочередно в плоскостях комплексных параметров k_n , k_i и k_d регулятора построены области, в которых выполняются заданные ограничения на расположение полюсов системы (рис. 4).

Интервалы изменения параметров регулятора определяются отрезком на действительной оси:

$$k_n \in [0,02759; 0,07649]; k_i \in [1,0925; 1,7109];$$

$$k_d \in [5,7074; 16,9978].$$

Таким образом, область допустимых решений задачи в пространстве параметров регулятора (k_n, k_i, k_d) представляет собой одномерное множество с граничными точками (0,02759; 1,0925; 5,7074) и (0,07649; 1,7109; 16,9978).

В таблице приведены параметры ПИД-регулятора для выбранной совокупности значений $\gamma \in [0; 1]$, определяющих точки на полученном множестве. Для этих настроек регулятора рассчитаны значения квадратичной интегральной оценки (4), характеризующей качество подавления ступенчатого возмущающего воздействия. Как следует из приведенных данных, минимальное значение квадратичной интегральной оценки достигается на правой границе множества допустимых решений при значениях параметров регулятора, соответствующих $\gamma=1$: $k_n=0,07649$ 1/с, $k_i=1,7109$ и $k_d=16,9978$ с. Другими словами, при заданных ограничениях на расположение полюсов интегральная оценка минимальна при условии, что коэффициента передачи регулятора k_n по интегральной составляющей принимает максимальное значение.

Таблица. Значения параметров регулятора из множества допустимых решений и характеристики системы

Table. Values of controller parameters in feasible region and system characteristic

γ	k_n	k_i	k_d	J	$\lambda, i=3..6$
0	0,02759	1,0925	5,7074	21,839	-0,05; -0,122; -1,52±j1,15
0,2	0,03737	1,2162	7,9653	15,494	-0,0805±j0,0404; -1,45±j1,17
0,4	0,04715	1,3400	10,2232	11,603	-0,0753±j0,0663; -1,39±j1,19
0,6	0,05693	1,4635	12,4812	8,987	-0,0703±j0,0837; -1,34±j1,20
0,8	0,06671	1,5872	14,7391	7,138	-0,0675±j0,0974; -1,30±j1,21
1,0	0,07649	1,7109	16,997	5,783	-0,0609±j0,109; -1,26±j1,22

Для рассматриваемой системы создана модель в пакете MATLAB-Simulink. В настройках модели

звена с запаздыванием было установлено разложение Паде 30-го порядка. Значения четырех свободных полюсов, ближайших к границе их локализации, получены при моделировании системы в пакете MATLAB-Simulink (таблица). Траектория ближайшей к границе пары свободных полюсов при изменении параметра γ показана на рис. 5.

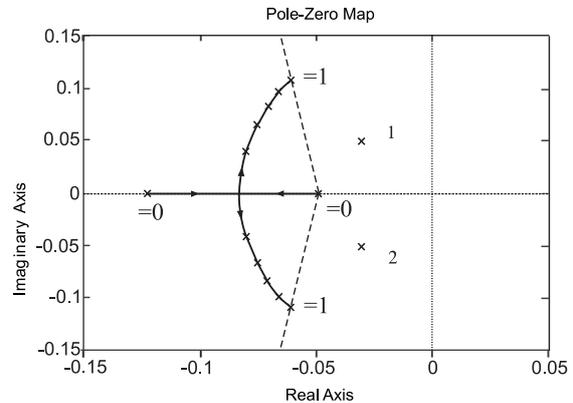


Рис. 5. Траектория ближайшей к границе пары свободных полюсов

Fig. 5. Trajectory of a pair of free poles nearest to the boundary

На рис. 6 показаны переходные функции системы по возмущающему воздействию при значениях параметров регулятора, соответствующих значениям γ из приведенной выше таблицы.

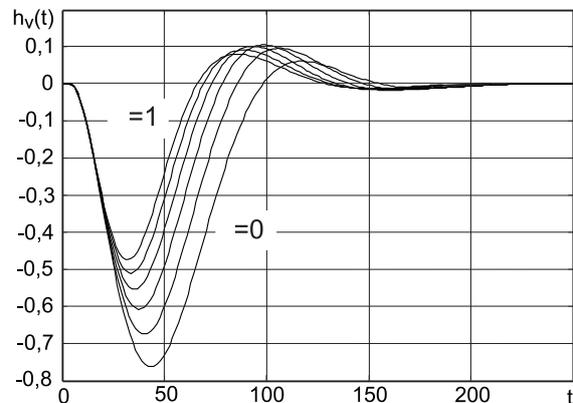


Рис. 6. Переходные функции системы по возмущающему воздействию

Fig. 6. Transient perturbing action functions of the system

Таким образом, согласно изложенному методу синтеза параметры ПИД-регулятора равны: $k_n=0,07649$ 1/с, $k_p=1,7109$, $k_d=16,997$ с, $T_d=5$ с.

Заключение

Предложен метод синтеза параметров ПИД-регулятора, обеспечивающего минимальное значение интегрального критерия при заданном расположении полюсов, в системах с запаздыванием в контуре управления. Заданное ограничение на расположение двух полюсов системы в фиксированных точках левой полуплоскости связывает параметры ПИД-регулятора, что позволяет свести задачу их синтеза к одномерной оптимизации на

интервале допустимых решений. Метод синтеза реализуется в системе MathCAD в виде диалога по итерационной схеме.

Преимущество предлагаемого алгоритма перед методами, в основу которых положены ограничения на запасы устойчивости, состоит в том, что полюсы системы непосредственно связаны с прямыми оценками качества переходных процессов, такими как время регулирования и перерегулирование.

Из приведенного примера видно, что минимальное значение квадратичной интегральной оценки достигается при максимально допустимом значении коэффициента передачи регулятора k_n по интегральной составляющей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. IFAC Conference on Advances in PID Control PID'12. – Brescia, 28–30 March 2012. URL: <http://www.nt.ntnu.no/users/sko/prost/proceedings/PID-12/> (дата обращения: 02.02.2014).
2. Gaing Z.L. A Particle Swarm Optimization Approach for Optimum Design of PID Controller in AVR System // IEEE Transactions on Energy Conversion. – 2004. – V. 19. – № 2. – P. 384–391.
3. Rongrong Song, Zili Chen. Design of PID Controller for Maglev System Based on an Improved PSO with Mixed Inertia Weight // Journal of Networks. – 2014. – V. 9. – № 6. – P. 1509–1517.
4. Ротач В.Я. Расчет настройки реальных ПИД-регуляторов // Теплоэнергетика. – 1993. – № 10. – С. 31–35.
5. Смирнов Н.И., Сабанин В.Р., Репин А.И. Чувствительность и робастная настройка ПИД-регуляторов с реальным дифференцированием // Теплоэнергетика. – 2007. – № 10. – С. 15–23.
6. Hwang J.-H., Tsay S.-Y., Hwang C. Optimal tuning of PID controllers with specified gain and phase margins // Chemical Engineering Communications. – 2004. – V. 191. – № 9. – P. 1208–1233.
7. Garpinger O., Hägglund T., Aström K.J. Performance and robustness trade-offs in PID control // Journal of Process Control. – 2014. – V. 24. – № 5. – P. 568–577.
8. Ротач В.Я. О выборе критерия оптимальности систем управления с учетом случайного характера воздействий // Промышленные АСУ и контроллеры. – 2006. – № 9. – С. 31–36.
9. Смирнов Н.И., Шаровин И.М. О выборе критерия оптимальности в численных методах расчета САР // Промышленные АСУ и контроллеры. – 2009. – № 5. – С. 16–21.
10. Смирнов Н.И., Шаровин И.М. О выборе критерия оптимальности в численных методах расчета САР с ПИД регулятором // Промышленные АСУ и контроллеры. 2010. – № 2. – С. 12–17.
11. Li K. PID Tuning for Optimal Closed-Loop Performance With Specified Gain and Phase Margins // IEEE Trans. on Control Systems Technology. – 2013. – V. 21. – № 3. – P. 1024–1030.
12. Репин А.И., Сабанин В.Р., Смирнов Н.И. Алгоритм оптимальной настройки реальных ПИД регуляторов на заданный запас устойчивости // Автоматизация и ИТ в энергетике. – 2010. – № 4. – С. 7–12.
13. Ляшенко А.Л., Золотов О.И. Корневой метод расчета настроек распределенного ПИД-регулятора для системы с распределенными параметрами // Компоненты и технологии. – 2012. – № 1. – С. 146–148.
14. Romero J.A., Sanchis R., Balaguer R. PI and PID auto-tuning procedure based on simplified single parameter optimization // Journal of Process Control – 2011. – V. 21. – № 6. – P. 840–851.
15. Дылевский А.В., Лозгачев Г.И. Конечномерный модальный регулятор для объектов с запаздыванием // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Физика. Математика. – 2005. – № 1. – С. 158–162.
16. Wang Q.-G., Zhang Z., Astrom K. J., Chek L.S. Guaranteed dominant pole placement with PID controllers // Journal of Process Control. – 2009. – V. 19. – № 2. – P. 349–352.
17. Zitek P., Fiser J., Vyhliadal T. Dimensional analysis approach to dominant three-pole placement in delayed PID control // Journal of Process Control. – 2013. – V. 23. – P. 1063–1074.
18. Bozorg M., Termeh F. Domains of PID controller coefficients which guarantee stability and performance for LTI time-delay systems // Automatica. – 2011. – V. 47. – № 9. – P. 2122–2125.
19. Вадутов О.С., Гайворонский С.А. Решение задачи размещения полюсов системы методом D-разбиения // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2004. – № 5. – С. 24–28.
20. Вадутов О.С. Синтез регуляторов пониженного порядка по заданному расположению полюсов замкнутой системы // Известия Томского политехнического университета. – 2007. – Т. 311. – № 5. – С. 14–19.
21. Datta S., Chakraborty D., Chaudhuri B. Partial Pole Placement with Controller Optimization // IEEE Trans. on Automatic Control. – 2012. – V. 57. – № 4. – P. 1051–1056.
22. Голинко И.М. Оптимальная настройка системы управления для объектов второго порядка с запаздыванием // Теплоэнергетика. – 2014. – № 7. – С. 63–71.

Поступила 15.02.2014 г.

UDC 681.51.013

DESIGN OF PID CONTROLLER FOR DELAYED SYSTEMS USING OPTIMIZATION TECHNIQUE UNDER POLE ASSIGNMENT CONSTRAINTS

Oleg S. Vadutov,

Cand. Sc., National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin Avenue, Tomsk, 634050, Russia. E-mail: vos@tpu.ru

PID controllers are widely used in industry. When properly configured, these controllers provide good quality of control for most industrial facilities. The relevance of the work is determined by the need to develop methods for synthesizing PID controllers implemented in the dialogue with the use of modern means of modeling and programming.

The main aim of the study is to develop a method which allows performing interactively the PID controller synthesis for plants with time delay.

The methods used in the study: D-decomposition method (modified by conditions of partial pole placement of the closed system at given points), integral criteria of the transient processes quality, optimization methods.

The results: The author has stated the problem to optimizing PID controller parameters for control systems, in which the object contains a time delay. It is known that the systems with delay have an infinite number of poles and only three poles can be freely assigned using the PID controller. The problem feature is the way to set constraints on placement of the closed system poles. It is proposed to place two poles of the closed system in the fixed points; the remaining, free, poles are proposed to be located in the specified area of the left half-plane. The authors developed an iterative method for solving the problem. Each iteration consists of two stages. At the first stage the region of feasible solutions is built using generalized method of D-decomposition. At the second stage the problem of one-dimensional optimization is solved by the integral criterion of transient quality. The paper demonstrates the example of synthesizing the parameters of PID controller for a standard control object with delay. The example shows the effectiveness of the proposed method of synthesis.

Key words:

PID controller, D-decomposition method, pole placement, optimization, time-delay systems.

REFERENCES

1. IFAC Conference on Advances in PID Control PID'12. Brescia, 28–30 March 2012. Available at: <http://www.nt.ntnu.no/users/skoge/prost/proceedings/PID-12/> (accessed 2 February 2014).
2. Gaing Z.L. A Particle Swarm Optimization Approach for Optimum Design of PID Controller in AVR System. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2004, vol. 19, no. 2, pp. 384–391.
3. Rongrong Song, Zili Chen. Design of PID Controller for Maglev System Based on an Improved PSO with Mixed Inertia Weight. *Journal of Networks*, 2014, vol. 9, no. 6, pp. 1509–1517.
4. Rotach V.Ya. Raschet nastroyki realnykh PID-regulyatorov [Calculation of settings of real PID controllers]. *Teplotenergetika*, 1993, no. 10, pp. 31–35.
5. Smirnov N.I., Sabanin V.R., Repin A.I. Chuvstvitelnost i robastnaya nastroyka PID-regulyatorov s realnym differentsirovaniem [Sensitivity and robust tuning of PID controllers with real differentiation]. *Teplotenergetika*, 2007, no. 10, pp. 15–23.
6. Hwang J.-H., Tsay S.-Y., Hwang C. Optimal tuning of PID controllers with specified gain and phase margins. *Chemical Engineering Communications*, 2004, vol. 191, no. 9, pp. 1208–1233.
7. Garpinger O., Hägglund T., Aström K.J. Performance and robustness trade-offs in PID control. *Journal of Process Control*, 2014, vol. 24, no. 5, pp. 568–577.
8. Rotach V.Ya. O vybore kriteriya optimalnosti sistem upravleniya s uchedom sluchaynogo kharaktera vozdeystviy [On the choice of the optimality criterion of control systems taking into account the random nature of the impacts]. *Promyshlennyye ASU i kontrolyer*, 2006, no. 9, pp. 31–36.
9. Smirnov N.I., Sharovin I.M. O vybore kriteriya optimalnosti v chislennykh metodakh rascheta SAR [On the choice of the optimality criterion in numerical methods of calculation of automatic control systems]. *Promyshlennyye ASU i kontrolyer*, 2009, no. 5, pp. 16–21.
10. Smirnov N.I., Sharovin I.M. O vybore kriteriya optimalnosti v chislennykh metodakh rascheta SAR s PID-regulyatorom [On the choice of the optimality criterion in the numerical calculation methods of automatic control systems with PID controller]. *Promyshlennyye ASU i kontrolyer*, 2010, no. 2, pp. 12–17.
11. Li K. PID Tuning for Optimal Closed-Loop Performance With Specified Gain and Phase Margins. *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, 2013, vol. 21, no. 3, pp. 1024–1030.
12. Repin A.I., Sabanin V.R., Smirnov N.I. Algoritm optimalnoy nastroyki realnykh PID regulyatorov na zadanny zapas ustoychivosti [Algorithm of optimal settings of real PID controllers for a given stability margin]. *Avtomatizatsiya i IT v energetike*, 2010, no. 4, pp. 7–12.
13. Lyashenko A. L., Zolotov O.I. Kornevoy metod rascheta nastroyek raspredelennogo PID-regulyatora dlya sistemy s raspredelennymi parametrami [The root calculation method of settings the distributed PID controller for a system with distributed parameters]. *Komponenty i tekhnologii*, 2012, no. 1, pp. 146–148.
14. Romero J.A., Sanchis R., Roberto Balaguer R. PI and PID auto-tuning procedure based on simplified single parameter optimization. *Journal of Process Control*, 2011, vol. 21, no. 6, pp. 840–851.
15. Dylevskiy A.V., Lozgachev G.I. Konechnomerny modalny regulyator dlya obektov s zapazdyvaniem [Finite-dimensional modal controller for objects with delay]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika*, 2005, no. 1, pp. 158–162.
16. Wang Q.-G., Zhang Z., Astrom K. J., Chek L.S. Guaranteed dominant pole placement with PID controllers. *Journal of Process Control*, 2009, vol. 19, no. 2, pp. 349–352.
17. Zitek P., Fiser J., Vyhlidal T. Dimensional analysis approach to dominant three-pole placement in delayed PID control. *Journal of Process Control*, 2013, vol. 23, pp. 1063–1074.
18. Bozorg M., Termeh F. Domains of PID controller coefficients which guarantee stability and performance for LTI time-delay systems. *Automatica*, 2011, vol. 47, no. 9, pp. 2122–2125.
19. Vadutov O.S., Gayvoronskiy S.A. Reshenie zadachi razmeshcheniya polyusov sistemy metodom D-razbiveniya [Solution of the pole placement by the method of D-decomposition]. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya*, 2004, no. 5, pp. 24–28.
20. Vadutov O.S. Sintez regulyatorov ponizhennogo poryadka po zadannomu raspolozheniyu polyusov zamknutoy sistemy [Synthesis of reduced-order controllers for a given location of the poles of the closed system]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2007, vol. 311, no. 5, pp. 14–19.
21. Datta S., Chakraborty D., Chaudhuri B. Partial Pole Placement with Controller Optimization. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2012, vol. 57, no. 4, pp. 1051–1056.
22. Golinko I.M. Optimalnaya nastroyka sistemy upravleniya dlya obektov vtorogo poryadka s zapazdyvaniem [Optimal tuning of a control system for a second-order plant with time delay]. *Teplotenergetika*, 2014, no. 7, pp. 63–71.

Received: 15 February 2014.