
Управление техническими системами

УДК 004.382

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕННЫХ ИНТЕРВАЛОВ В АЛГОРИТМАХ УПРАВЛЕНИЯ

Ларкин Евгений Васильевич,

д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Робототехника и автоматизация производства» Тульского государственного университета, Россия, 300012, Тула, пр. Ленина, 92. E-mail: elarkin@mail.ru

Ивутин Алексей Николаевич,

канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры «Вычислительная техника» Тульского государственного университета, Россия, 300012, Тула, пр. Ленина, 92. E-mail: alexey.ivutin@gmail.com

Актуальность работы обусловлена необходимостью предоставить простые и эффективные методы оценивания характеристик управляющих алгоритмов, что позволит обеспечить достижение качественных параметров регулирования при управлении сложными многоконтурными объектами.

Цель работы: определить с точностью до плотностей распределения временные интервалы между опросами одного и того же периферийного устройства и опросами различных устройств на основе модели формирования транзакций в цифровых контроллерах как результата блужданий по состояниям полумарковского процесса, каждое из которых моделирует интерпретацию соответствующего оператора управляющего алгоритма.

Методы исследования: для достижения заявленного научного результата использованы фундаментальные научные теории: марковских процессов, теории вероятностей, теории управления, системного анализа.

Результаты: получены временные и вероятностные характеристики транзакций для управляющих алгоритмов и объектов управления самого общего вида, что позволяет производить оценивание качественных параметров регулирования при управлении сложными многоконтурными объектами. С точностью до плотностей распределения определены временные интервалы между опросами одного и того же периферийного устройства и опросами различных устройств.

Ключевые слова:

Цифровая система, алгоритм, транзакция, полумарковский процесс, эргодический процесс.

Введение

Включение ЭВМ фон-неймановского типа в контур цифрового управления объектами различной сложности порождает весьма высокие требования к временной вычислительной сложности алгоритмов управления. Под вычислительной сложностью в данном случае понимается промежуток времени между появлением на объекте ситуации, требующей адекватного реагирования со стороны управляющей ЭВМ, и выдачей соответствующего воздействия на объект. Программный цифровой контроллер, кроме того, что алгоритмически реализует заданный закон управления как элемент системы управления, вносит чистое запаздывание по времени, в связи с чем временной фактор напрямую влияет на качественные характеристики переходных процессов в системе.

В свою очередь, временная вычислительная сложность реализаций управляющих алгоритмов определяется целым рядом факторов, к которым, кроме базисных архитектуры ЭВМ, частоты тактирования и структуры команд, относятся: операционная среда, дисциплина диспетчеризации, организация транзакций, математические модели процессов, по которым строятся управляющие алгоритмы, и т. п.

Как правило, к началу разработки прикладного программного обеспечения большинство из названных факторов уже определено, поэтому реализуемый закон и последовательность программного опроса периферийных устройств являются единственными варьируемыми параметрами для оптимизации временных интервалов между транзакциями.

Алгоритмы цифрового управления объектами имеют ряд специфических особенностей, которые

были исследованы рядом авторов [1–5]. Алгоритмы являются циклическими, т. е. они имеют оператор начала, но не имеют оператора окончания, окончание вычислительного процесса производится через внешнее прерывание. Опрос периферийных устройств производится в цикле за счет включения в алгоритм специальных операторов управления транзакциями. Выбор ветви продолжения вычислительного процесса в местах ветвления алгоритма является случайным и определяется условиями, включенными в операторы принятия решения, и законами распределения обрабатываемых данных. Время выполнения операторов алгоритма является случайным, причем функции распределения времени выполнения операторов также определяются законами распределения обрабатываемых данных. В подобном аспекте управляющие алгоритмы рассматривались в [6–8].

Таким образом, процесс интерпретации детерминированного алгоритма управляющим контроллером для внешнего по отношению к системе наблюдателя рядом авторов [9–15] рассматривается как полумарковский процесс с непрерывным временем. Операторы алгоритма рассматриваются как состояния полумарковского процесса, выполнение оператора – как пребывание полумарковского процесса в соответствующем состоянии, а процесс интерпретации алгоритма в целом рассматривается как блуждание алгоритма по состояниям полумарковского процесса. При смене состояний полумарковского процесса он через случайные моменты времени попадает с определенной вероятностью в операторы транзакций, что и формирует поток опросов периферийных устройств. В указанном потоке существенными являются два типа временных интервалов:

- время между запросами к одному и тому же периферийному устройству (оно должно удовлетворять условиям Найквиста теоремы об отсчетах [16]);
- время между запросами к разным периферийным устройствам (оно должно обеспечивать требуемое качество управления, если это интервал между вводом и выводом данных в/из

ЭВМ, или требуемое рассогласование между временными решетчатыми функциями, если это интервал между вводом (выводом) данных по разным каналам).

Задача заключается в том, чтобы определять указанные интервалы для произвольного количества произвольно расположенных в алгоритме операторов управления транзакциями.

Общая полумарковская модель алгоритма управления

Типовая функциональная схема включения цифрового управления объектами приведена на рис. 1, где показаны $U=\{u_1(t), \dots, u_k(t), \dots, u_K(t)\}$ – множество опорных сигналов; $V=\{v_1(t), \dots, v_l(t), \dots, v_L(t)\}$ – множество сигналов управления объектом; $W=\{w_1(t), \dots, w_m(t), \dots, w_M(t)\}$ – множество сигналов с датчиков обратной связи. Управляющий алгоритм в контроллере организует опрос контроллеров названных сигналов, при этом при проектировании вычислительного процесса требуется обеспечить интервал времени между опросами сигналов множеств U, V, W , а также сигналами разных множеств и/или разными сигналами одного и того же множества (показано пунктирными стрелками на рис. 1).

Управление производится по обобщенному алгоритму

$$M=\{A, R, h(t)\}, \quad (1)$$

где $A=\{a_1, \dots, a_j, \dots, a_J\}$ – множество операторов алгоритма; $R=[R_{jn}]$ – матрица смежности размером $J \times J$, отражающая структуру алгоритма; $h(t)$ – полумарковская матрица размером $J \times J$, задающая стохастические и временные параметры операторов алгоритма;

$$R_{jn} = \begin{cases} 1, & \text{если из оператора } a_j \text{ алгоритма} \\ & \text{можно попасть в оператор } a_n; \\ 0, & \text{если из оператора } a_j \text{ алгоритма} \\ & \text{нельзя попасть в оператор } a_n; \end{cases}$$

$$h(t) = p \otimes f(t) = [p_{jn} \cdot f_{jn}(t)];$$

$p(t)=[p_{jn}]$ – матрица вероятностей перехода к n -му оператору алгоритма после завершения выполнения j -го оператора; $f(t)=[f_{jn}(t)]$ – матрица плотно-

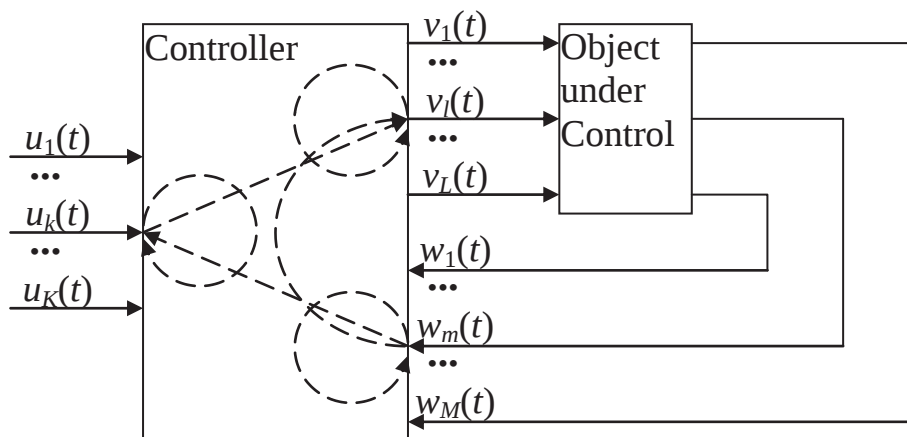


Рис. 1. Структурная схема следящей системы

стей распределения времени выполнения j -го оператора алгоритма при условии последующего перехода к выполнению n -го оператора.

Обобщенный управляющий алгоритм является циклическим, но в нем отсутствует эффект закливания, поэтому на структуру алгоритма, заданную множеством A и матрицей R , накладываются ограничения в виде сильной связности соответствующего графа. Кроме того, обобщенный управляющий алгоритм является циклическим, следовательно, на структуру R накладываются условия сильной связности. Вследствие цикличности управляющего алгоритма на вероятности и плотности распределения полумарковской матрицы $h(t)$ накладываются следующие ограничения:

$$p_{jn} = 0, \text{ если } r_{jn} = 0;$$

$$\sum_{n=1}^J p_{jn} = 1 \text{ для всех } 1 \leq j \leq J;$$

$$f_{jn}(t) = 0 \text{ при } t \leq 0;$$

$$f_{jn}(t) = \lim_{T_{jn} \rightarrow \infty} \delta(t - T_{jn}), \text{ если } r_{jn} = 0, \int_0^{\infty} f_{jn}(t) dt = 1. (2)$$

Таким образом, полумарковский процесс, моделирующий работу обобщенного алгоритма (1), является существенным и возвратным, т. к. все переключения описываются сильно связным графом. В силу первого условия (2) полумарковский процесс является однородным. Если полумарковский процесс является однородным, все его состояния являются существенными, то он является эргодическим [17, 18].

Период опроса одного и того же устройства

Выделим в моделируемом циклическом алгоритме операторы опроса одного из задатчиков $u_k(t)$ ($1 \leq k \leq K$) или одного из управляющих воздействий $v_l(t)$ ($1 \leq l \leq L$), или одного из датчиков $w_m(t)$ ($1 \leq m \leq M$). Без нарушения общности рассуждений можно считать, что выделенные операторы алгоритма, а следовательно и состояния полумарковского процесса имеют индексы с наименьшими значениями, т. е.

$$A \supset A_s = \{a_1, \dots, a_s, \dots, a_S\}, S < J. (3)$$

Такая индексация всегда может быть обеспечена, поскольку A представляет собой неупорядоченное множество, т. е. список. Матрицы R и $h(t)$ при изменении индексов состояний могут быть получены из исходных путем соответствующей перестановки строк и столбцов.

Очевидно, что каждое переключение из состояния $a_s \in A_s$ в состояние $a_r \in A_s$ формирует поток опросов соответствующего периферийного оборудования.

Для определения времени переключения полумарковского процесса из $a_s \in A_s$ в $a_r \in A_s$ расценим каждое состояние подмножества A_s , например $a_s \in A_s$, в виде двух состояний: начального $a_{s(b)}$, отмеченного индексом $s(b)=s$, и конечного $a_{s(e)}$, отмеченного индексом $s(e)=J+s$. Таким образом, из исходного эргодического полумарковского процесса (1) формируется полумарковский процесс

$$M' = \{A', R', h'(t)\}, (4)$$

в котором

$$A' = \{a_{1(b)}, \dots, a_{s(b)}, \dots, a_{S(b)}, a_{S(b)+1}, \dots, a_j, \dots, a_J, a_{J+1(e)}, \dots, a_{J+s(e)}, \dots, a_{J+S(e)}\}; (5)$$

$$R' = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & R_{1(b), S(b)+1} & \dots & R_{1(b), J} & R_{1(b), J+1(e)} & \dots & R_{1(b), J+S(e)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & R_{S(b), S(b)+1} & \dots & R_{S(b), J} & R_{S(b), J+1(e)} & \dots & R_{S(b), J+S(e)} \\ 0 & \dots & 0 & R_{S(b)+1, S(b)+1} & \dots & R_{S(b)+1, J} & R_{S(b)+1, J+1(e)} & \dots & R_{S(b)+1, J+S(e)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & R_{J, S(b)+1} & \dots & R_{J, J} & R_{J, J+1(e)} & \dots & R_{J, J+S(e)} \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}; (6)$$

$$h'(t) = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & h_{1(b), S(b)+1} & \dots & h_{1(b), J} & h_{1(b), J+1(e)} & \dots & h_{1(b), J+S(e)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & h_{S(b), S(b)+1} & \dots & h_{S(b), J} & h_{S(b), J+1(e)} & \dots & h_{S(b), J+S(e)} \\ 0 & \dots & 0 & h_{S(b)+1, S(b)+1} & \dots & h_{S(b)+1, J} & h_{S(b)+1, J+1(e)} & \dots & h_{S(b)+1, J+S(e)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & h_{J, S(b)+1} & \dots & h_{J, J} & h_{J, J+1(e)} & \dots & h_{J, J+S(e)} \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}; (7)$$

состояния $A_b = \{a_{1(b)}, \dots, a_{s(b)}, \dots, a_{S(b)}\}$ являются начальными, а состояния $A_e = \{a_{J+1(e)}, \dots, a_{J+s(e)}, \dots, a_{J+S(e)}\}$ являются поглощающими.

Развитие полумарковского процесса (4) представляет собой блуждания по графу состояний (5) с переключениями (6), вероятностями и плотностями распределений (7). Каждая случайная последовательность переключений начинается в одном из начальных состояний подмножества A_b и оканчивается в одном из поглощающих состояний подмножества A_e (рис. 2).

Для матрицы $h'(t)$ может быть найдена характеристическая матрица по зависимости

$$h'(i\omega) = F[h'(t)],$$

где F – преобразование Фурье; ω – аргумент характеристической функции соответствующей плотности распределения (круговая частота); $i = \sqrt{-1}$.

По характеристической матрице могут быть найдены:

- взвешенная плотность распределения времени переключения, включая блуждания по промежуточным состояниям, полумарковского процесса из $a_{s(b)}$ в $a_{J+r(e)}$

$$h''_{s(b), J+r(e)}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} F^{-1} [I_{s(b)} [h'(i\omega)]^n I_{J+r(e)}^{\theta}], (8)$$

где F^{-1} – обратное преобразование Фурье; θ – знак транспонирования;

$$I_{s(b)} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1(b) & s(b)-1 & s(b) & s(b)+1 & J & J+1(e) & J+S(e) & \end{bmatrix}$$

$$I_{s(e)} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1(b) & J & J+1(e) & J+s(e)-1 & J+s(e) & J+S(e)+1 & J+S(e) & \end{bmatrix}$$

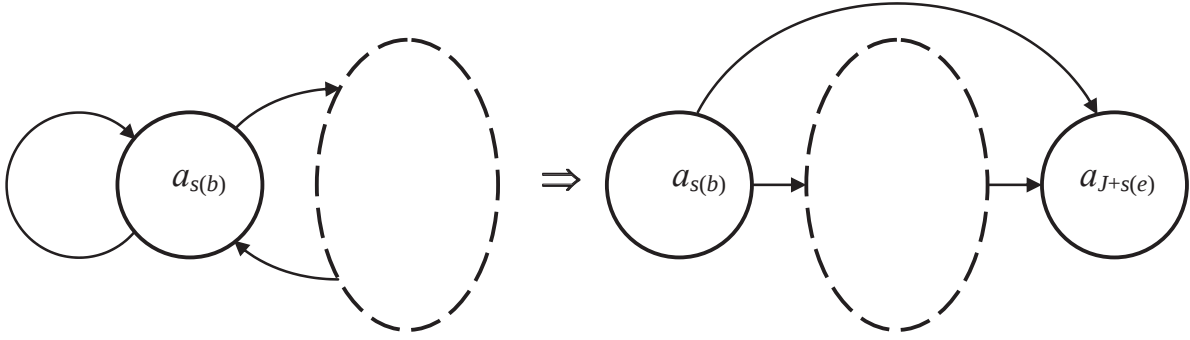


Рис. 2. Формирование начального и конечного состояний в эргодическом полумарковском процессе

- вероятность переключения из состояния $a_{s(b)}$ в $a_{r(e)}$ при блуждании по полумарковскому процессу

$$P''_{s(b),r(e)} = \int_0^{\infty} h''_{s(b),r(e)}(t) dt;$$

- плотность распределения времени переключения из состояния $a_{j(h\beta)}$ в состояние $a_{l(h\beta)}$

$$f''_{s(b),r(e)}(t) = \frac{h''_{s(b),r(e)}(t)}{P''_{s(b),r(e)}}.$$

В результате проведенных выкладок определены взвешенные плотности, вероятности и плотности распределения полумарковской матрицы процесса

$$M'' = \{A'', R'', h''(t)\}, \quad (9)$$

где $A'' = \{\alpha_1, \dots, \alpha_s, \dots, \alpha_S\}$ – множество состояний, соответствующих операторам алгоритма, генерирующим запрос на выдачу/получение данных от периферийного устройства; $R'' = [R''_{sr}]$, $R''_{sr} = 1$ – матрица смежности размером $S \times S$, отражающая структуру полного графа с петлями; $h''(t) = [h''_{sr}(t)]$ – полумарковская матрица размером $S \times S$; $h''_{sr}(t) = h''_{s(b),r(e)}(t)$; $1 \leq s(b), r(e)$, $s, r \leq S$.

Структура состояний полумарковского процесса (9) моделируется полным графом с петлями (рис. 3, а). Полумарковский процесс (9), так же как и полумарковский процесс (1), является эргодическим, причем каждое его переключение из состояния α_s в сопряженное состояние α_r , или по петле в то же самое состояние α_s , моделирует одно обращение алгоритма к периферийному устройству.

Не нарушая общности рассуждения, выберем из множества A'' состояния α_s и представим полумарковский процесс (9) в виде

$$\left\{ \alpha_s, M_s, \begin{bmatrix} R_{ss} & R_{ss'} \\ R_{ss} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} h_{ss}(t) & h_{ss'}(t) \\ h_{ss}(t) & 0 \end{bmatrix} \right\}, \quad (10)$$

где M_s – полумарковский подпроцесс, в который включены все состояния с их взаимными сопряжениями, кроме α_s ; R_{ss} моделирует все подмножество дуг, ведущих из состояния α_s в состояния полумарковского подпроцесса M_s ; M_{ss} моделирует все подмножество дуг, ведущих из состояний полумар-

ковского подпроцесса M_s в α_s ; $h_{ss}(t)$ – взвешенная плотность распределения прямого переключения из α_s в α_s по петле (9); $h_{ss'}(t)$ – взвешенная плотность распределения переключения из α_s в состояние M_s ; $h_{ss'}(t)$ – взвешенная плотность распределения переключения из состояний M_s в α_s .

Уничтожим петлю (α_s, α_s) . При ее уничтожении взвешенные плотности распределения $h''_{s(b),r(e)}(t)$ и вероятности пересчитываются по следующим зависимостям:

$$h'''_{s(b),r(e)}(t) = h_{sr}(t) = F^{-1} \left[F[h''_{s(b),r(e)}(t)] \cdot \prod_{n=0}^{\infty} F[h''_{s(b),s(b)}(t)] \right];$$

$$P'''_{s(b),r(e)}(t) = P_{sr} = \frac{P_{s(b),r(e)}}{1 - P_{s(b),s(b)}}.$$

Полумарковский процесс (10) приобретает вид (рис. 3, б)

$$\left\{ \alpha_s, M_s, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & h'_{ss}(t) \\ h'_{ss}(t) & 0 \end{bmatrix} \right\}. \quad (11)$$

Значения $h'_{ss}(t)$ и $h'_{ss'}(t)$ соответственно равны

$$h'_{ss}(t) = \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq s}}^S h_{sr}(t);$$

$$h'_{ss'}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \mathfrak{T}^{-1} [\mathbf{I}_p [F[h_s(t)]]^n \mathbf{I}_s^{\theta}],$$

где

$$\mathbf{I}_p = [p_{s1}, \dots, p_{s,s-1}, 0, p_{s,s+1}, \dots, p_{sS}];$$

$$h_s(t) = \begin{bmatrix} h_{11} & \dots & h_{1,s-1} & h_{1s} & h_{1,s+1} & \dots & h_{1S} \\ & & & \dots & & & \\ h_{s-1,1} & \dots & h_{s-1,s-1} & h_{s-1,s} & h_{s-1,s+1} & \dots & h_{s-1,S} \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ h_{s+1,1} & \dots & h_{s+1,s-1} & h_{s+1,s} & h_{s+1,s+1} & \dots & h_{s+1,S} \\ & & & \dots & & & \\ h_{S,1} & \dots & h_{S,s-1} & h_{S,s} & h_{S,s+1} & \dots & h_{S,S} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I}_p = [0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0].$$

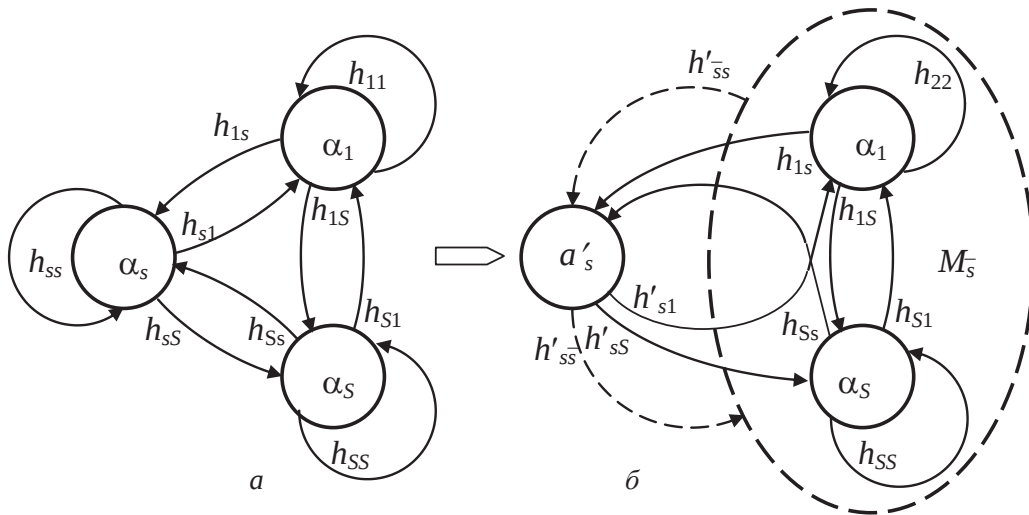


Рис. 3. Полумарковские процессы: а) из выделенных состояний; б) с разделенным состоянием α_s

Очевидно, что в эргодическом процессе (11) события переключения из состояния α'_s в состояния подпроцесса M_s образуют полную группу несовместных событий [19], поэтому $\int_0^\infty h'_{ss}(t)dt = 1$; и взвешен-

ная плотность распределения равна плотности распределения. Точно так же события переключения из состояний подпроцесса M_s в состояние α'_s образуют полную группу несовместных событий, поэтому $\int_0^\infty h'_{ss}(t)dt = 1$ и взвешенная плотность распределения равна плотности распределения.

Применим к эргодическому процессу (11) закон больших чисел [20]. В соответствии с указанным законом, для внешнего по отношению к процессу (11) наблюдателя вероятность пребывания его в состоянии α'_s в произвольный момент времени определяется зависимостью

$$\pi_{s(b)} = \pi_s = \frac{T_s}{T_s + T_{\bar{s}}}, \quad (12)$$

где T_s – математическое ожидание времени пребывания процесса в состоянии s ; $T_{\bar{s}}$ – математическое ожидание времени пребывания процесса (11) в состояниях подпроцесса M_s ;

$$T_s = \int_0^\infty t h'_{ss}(t)dt; \quad T_{\bar{s}} = \int_0^\infty t h'_{\bar{s}\bar{s}}(t)dt.$$

Приведенные рассуждения позволяют сформулировать следующее *утверждение*: Для внешнего по отношению к эргодическому полумарковскому процессу наблюдателя вероятность пребывания процесса в произвольный момент наблюдения в наблюдаемой позиции равна отношению математических ожиданий времени пребывания к времени возврата в наблюдаемую позицию.

С учетом сформулированного и доказанного утверждения, плотность распределения времени

между двумя опросами периферийного устройства определяется по зависимости:

$$g_k(t) = \sum_{s(b)}^{S(b)} \sum_{r(e)=1}^{S(e)} \pi_{s(b)} h''_{s(b)r(e)}(t),$$

где $\pi_{s(b)}$ определяется выражением (12); $h''_{s(b)r(e)}(t)$ определяется выражением (8).

Интервал времени между опросами разных устройств

Пусть требуется определить интервал времени между опросом контроллеров разных периферийных устройств из числа изображенных на рис. 1, например, между опросом контроллера сигналов $u_k(t)$ и $v_l(t)$. Как и в предыдущем пункте, будем считать, что контроллер сигнала $u_k(t)$ опрашивается операторами, моделируемыми состояниями подмножества $A_s(3)$, а контроллер сигнала $v_l(t)$ опрашивается операторами, моделируемыми подмножества $A \supset A_q$, $A_q \cap A_s = \emptyset$. Без нарушения общности рассуждений будем считать, что состояния подмножества A_q стоят последними в списке состояний A , т. е. $A_q = \{a_{J-Q+1}, \dots, a_{J-q+1}, \dots, a_J\}$.

По методике, изложенной в предыдущем пункте, вероятности пребывания полумарковского процесса в состояниях подмножества A_s могут быть определены. Сформируем из матрицы $h(t)$ полумарковскую матрицу следующего вида:

$$\tilde{h}(t) = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & h_{1s+1} & \dots & h_{1J-Q} & h_{1J-Q+1} & \dots & h_{1J} \\ & & & & & & & & \\ 0 & \dots & 0 & h_{s+1s+1} & \dots & h_{s+1J-Q} & h_{s+1J-Q+1} & \dots & h_{s+1J} \\ & & & & & & & & \\ 0 & \dots & 0 & h_{J-Qs+1} & \dots & h_{J-QJ-Q} & h_{J-QJ-Q+1} & \dots & h_{J-QJ} \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ & & & & & & & & \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Тогда взвешенная плотность распределения времени блуждания полумарковского процесса из состояний подмножества A_s в состояния подмножества A_q определяется зависимостью

$$h_{kl}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} F^{-1}[\mathbf{I}_{\pi}[F[\tilde{\mathbf{h}}(t)]]^n \mathbf{I}_Q^{\theta}],$$

где

$$\mathbf{I}_{\pi} = [\pi_1, \dots, \pi_s, \dots, \pi_S, 0, \dots, 0];$$

$$\mathbf{I}_Q = [0, \dots, 0, \underset{j-Q+1}{1}, \dots, 1].$$

Очевидно, что траектории блуждания, определенные матрицей (13), не составляют полную группу несовместных событий, поскольку из них исключаются траектории, проходящие более одного раза через состояния A_s , и траектории, проходящие через состояния подмножества A_q . Вероятность и плотность распределения времени достижения состояний подмножества A_q из A_s определяются по следующим зависимостям:

$$p_{kl} = \int_0^{\infty} h_{kl}(t) dt; \quad g_{kl}(t) = \frac{h_{kl}(t)}{p_{kl}}.$$

Для плотностей распределения $g_k(t)$ при решении практических задач могут быть определены начальный и центральные моменты различных порядков, в частности математическое ожидание и дисперсия:

$$\tau_{k,kl} = \int_0^{\infty} t g_{k,kl}(t) dt; \quad \sigma_{k,kl}^2 = \int_0^{\infty} t^2 g_{k,kl}(t) dt - \tau_{k,kl}^2.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Изерман Р. Цифровые системы управления / пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 541 с.
2. Дроздов Н.В., Мирошник И.В., Скорубский И.В. Системы автоматического управления с микроЭВМ. – Л.: Машиностроение, 1989. – 284 с.
3. Бесекерский В.А., Ефимов Н.Б., Зиядинов С.И. и др. Микропроцессорные системы автоматического управления / под общ. ред. В.А. Бесекерского. – Л.: Машиностроение, 1988. – 365 с.
4. Остром К., Виттенмарк Б. Системы управления с ЭВМ / пер. с англ. А.Н. Николаева, Т.С. Чеботаревой. – М.: Мир, 1987. – 480 с.
5. Олссон Г., Пиани Дж. Цифровые системы автоматизации и управления. – СПб.: Невский Диалект, 2001. – 558 с.
6. Байцер Б. Микроанализ производительности вычислительных систем. – М.: Радио и связь, 1983. – 360 с.
7. Барский А.Б. Планирование параллельных вычислительных процессов. – М.: Машиностроение, 1980. – 191 с.
8. Феррари Д. Оценка производительности вычислительных систем. – М.: Мир, 1981. – 576 с.
9. Корольюк В.С., Турбин А.Ф. Полумарковские процессы и их применения. – Киев: Наукова думка, 1976. – 138 с.
10. Привалов А.Н., Ларкин Е.В. Моделирование информационных процессов тренажерных систем: Концепция, методология, модели. – Saarbrücken, Deutschland: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co., 2012. – 230 с.
11. Ярлыков М.С., Миронов М.А. Марковская теория оценивания случайных процессов. – М.: Радио и связь, 1993. – 460 с.

Заключение

В статье авторы представили формирование транзакций в цифровых контроллерах как результат блужданий по состояниям полумарковского процесса, каждое из которых моделирует интерпретацию соответствующего оператора управляющего алгоритма. Это позволило определить с точностью до плотностей распределения временные интервалы между опросами одного и того же периферийного устройства и опросами различных устройств. Для найденных плотностей распределения получены выражения для математических ожиданий и дисперсий.

Временные и вероятностные характеристики транзакций получены для управляющих алгоритмов и объектов управления самого общего вида. Они являются существенно важными с точки зрения достижения качественных параметров регулирования при управлении сложными многоконтурными объектами. Из общих выражений для плотностей распределения могут быть получены более простые выражения для временных интервалов при управлении одноконтурными объектами.

Дальнейшие исследования в этой области могут быть направлены на разработку простых инженерных методов оценки числовых характеристик временных интервалов, например методами имитационного моделирования, или разработку time-compiler – временного компилятора, который параллельно с трансляцией управляющей программы с языка высокого уровня будет давать оценку числовых характеристик плотностей распределения между выбранными операторами алгоритма.

12. Gotz N. et al. Multiprocessor and Distributed System Design: The Integration of Functional Specification and Performance Analysis Using Stochastic Process Algebras // Lecture Notes in Computer Science. – 1993. – V. 729. – P. 121–146.
13. Ajmone Marsan M., Conte G., Balbo G. A class of generalized stochastic Petri nets for the performance evaluation of multiprocessor systems // ACM Transactions on Computer Systems. – 1984. – V. 2. – № 2. – P. 93–122.
14. Wittenmark B., Nilsson J., Torngren M. Timing problems in real-time control systems // Proc. of 1995 American Control Conference – ACC'95. – Seattle, WA, American Automatic Control Council. – 1995. – P. 2000–2004.
15. Stability of linear feedback systems with random communication delays / R. Krtolica, U. Ozguner, H. Chan, H. Goktas, J. Winkelman, M. Liubakka // International Journal of Control. – 1994. – V. 59. – № 4. – P. 925–953.
16. Nyquist H. Certain topics in telegraph transmission theory // Trans. AIEE. – 1928. – V. 47. – P. 617–644.
17. Papoulis A. Probability, random variables, and stochastic processes. – New York: McGraw-Hill, 1991. – P. 427–442.
18. Limnios N., Oprisan G. Semi-Markov Processes and Reliability. – Boston, MA: Boston Imprint Birkhauser, 2001. – 222 p.
19. Loyer M. Equally Likely, Exhaustive and Independent Events // Mathematics Magazine. – 1980. – V. 53. – № 3. – P. 167–171.
20. Grimmett G.R., Stirzaker D.R. Probability and Random Processes. 3rd edition. – Oxford: Clarendon Press, 2001. – 608 p.

Поступила 05.03.2014 г.

DETERMINATION OF TIME GAPS IN CONTROL ALGORITHMS

Evgeny V. Larkin,

Dr. Sc., Tula State University, 92, Lenin avenue, Tula, 300012, Russia.

E-mail: elarkin@mail.ru

Aleksey N. Ivutin,

Cand. Sc., Tula State University, 92, Lenin avenue, Tula, 300012, Russia.

E-mail: alexey.ivutin@gmail.com

The urgency of the discussed issue is caused by the need to provide simple and effective methods for evaluating the characteristics of control algorithms that would achieve the quality control parameters in the management of complex multi-loop objects.

The main aim of the study: to determine up to density distribution the timing between polls of the same peripheral and surveys of various devices based on the model of formation of transactions as a result of digital controllers walks over states semi-Markov processes, each of which simulates the interpretation of the corresponding operator control algorithm.

The methods used in the study: to achieve the claimed scientific result the authors have used the fundamental scientific theory: Markov processes, probability theory, control theory, system analysis.

The results: The authors obtained the temporal and probabilistic characteristics of the transaction for control algorithms and facilities management of a general form, which allows evaluating quality control parameters in management of complex multi-loop objects. Time intervals between surveys of the same peripheral and surveys of different devices were defined up to a density distribution.

Key words:

Digital system, algorithm, transaction, semi-Markov process, ergodic process.

REFERENCES

1. Izerman R. *Tsifrovye sistemy upravleniya* [Digital Control Systems]. Moscow, Mir, 1984. 541 p.
2. Drozdov N.V., Miroshnik I.V., Skorubsky I.V. *Sistemy avtomaticheskogo upravleniya s mikroEVM* [Automatic control system with microcomputer]. Leningrad, Mashinostroenie, 1989. 284 p.
3. Besekersky V.A., Efimov N.B., Ziatdinov S.I. *Mikroprotessornye sistemy avtomaticheskogo upravleniya* [Microprocessor based automatic control system]. Leningrad, Mashinostroenie, 1988. 365 p.
4. Ostrem K., Vittenmark B. *Sistemy upravleniya s EVM* [Computer Controlled Systems]. Moscow, Mir, 1987. 480 p.
5. Olsson G., Piani Dzh. *Tsifrovye sistemy avtomatizatsii i upravleniya* [Computer Systems for Automation and Control]. Saint Petersburg, Nevsky Dialekt, 2001. 558 p.
6. Baytser B. *Mikroanaliz proizvoditelnosti vychislitelnykh sistem* [Micro-Analysis of Computer System Performance]. Moscow, Radio i svyaz, 1983. 360 p.
7. Barsky A.B. *Planirovanie paralelnykh vychislitelnykh protsessov* [Planning of parallel computational processes]. Moscow, Mashinostroenie, 1980. 191 p.
8. Ferrari D. *Otsenka proizvoditelnosti vychislitelnykh sistem* [Computer Systems Performance Evaluation]. Moscow, Mir, 1981. 576 p.
9. Korolyuk V.S., Turbin A.F. *Polumarkovskie protsessy i ikh primeneniya* [Semi-Markov processes and their application]. Kiev, Naukova dumka, 1976. 138 p.
10. Privalov A.N., Larkin E.V. *Modelirovanie informatsionnykh protsessov trenazhernykh sistem: Kontseptsiya, metodologiya, modeli* [Modeling of information processes in training systems: Strategy, Methodology, Models]. Saarbrücken, Deutschland, LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co., 2012. 230 p.
11. Yarlykov M.S., Mironov M.A. *Markovskaya teoriya otsenivaniya sluchaynykh protsessov* [Markov's theory of stochastic processes estimation]. Moscow, Radio i svyaz, 1993. 460 p.
12. Gotz N. Multiprocessor and Distributed System Design: The Integration of Functional Specification and Performance Analysis Using Stochastic Process Algebras. *Lecture Notes in Computer Science*, 1993, vol. 729, pp. 121–146.
13. Ajmone Marsan M., Conte G., Balbo G. A class of generalized stochastic Petri nets for the performance evaluation of multiprocessor systems. *ACM Transactions on Computer Systems*, 1984, vol. 2, no. 2, pp. 93–122.
14. Wittenmark B., Nilsson J., Torngrén M. Timing problems in real-time control systems. *Proc. of 1995 American Control Conference – ACC'95*. Seattle, WA, American Automatic Control Council, 1995, pp. 2000–2004.
15. Krtolica R., Ozguner U., Chan H., Goktas H., Winckelman J., Liubakka M. Stability of linear feedback systems with random communication delays. *International Journal of Control*, 1994, vol. 59, no. 4, pp. 925–953.
16. Nyquist H. Certain topics in telegraph transmission theory. *Trans. AIEE*, 1928, vol. 47, pp. 617–644.
17. Papoulis A. *Probability, random variables, and stochastic processes*. New York, McGraw-Hill, 1991. pp. 427–442.
18. Limnios N., Oprisan G. *Semi-Markov Processes and Reliability*. Boston, MA: Boston Imprint Birkhauser, 2001. 222 p.
19. Loyer M. Equally Likely, Exhaustive and Independent Events. *Mathematics Magazine*, 1980, vol. 53, no. 3, pp. 167–171.
20. Grimmett G.R., Stirzaker D.R. *Probability and Random Processes*. 3rd edition. Oxford: Clarendon Press, 2001. 608 p.