

УДК 537.333

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ТИПА «ЗМЕЙКИ» КОМПЕНСИРОВАННОГО ПО ЗАРЯДУ НЕОДНОРОДНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА

В.П. Григорьев, И.Л. Звигинцев, П.Е. Кузнецов

Томский политехнический университет
E-mail: grig@am.tpu.ru

Исследуется крупномасштабная поперечная неустойчивость частично компенсированного по заряду электронного пучка, обусловленная резонансом связанных поперечных колебаний потока электронов и ионного канала. Определены инкременты неустойчивости в зависимости от длины волны. Показано, что стабилизация этой неустойчивости происходит на нелинейной стадии в результате зависимости поперечной силы возмущения от смещения пучка от равновесной траектории.

Ключевые слова:

Электронный пучок, зарядовая нейтрализация, поперечные колебания, неустойчивость типа «змейки».

Key words:

Electron beam, charge neutralization, transverse oscillations, «snake» instability.

Введение

Для повышения эффективности использования низкоэнергетических электронных пучков в нанотехнологиях наряду с вопросами их формирования необходимо рассмотреть вопросы устойчивости таких пучков относительно крупномасштабных возмущений, приводящих к потерям электронов пучка при его транспортировке к мишени. Наиболее опасными в этом плане являются возмущения, приводящие к поперечному смещению пучка как целого, в результате чего пучок выпадает на элементы тракта транспортировки.

Основными представителями таких возмущений являются шланговая неустойчивость (мода колебаний с азимутальным числом единица) и неустойчивость типа «змейки».

Шланговая неустойчивость возникает при прохождении пучка по плазменному каналу для возмущений с длиной волны намного большей длины волны бетатронных колебаний электронов пучка в собственном магнитном поле [1, 2]. При таких возмущениях пучок под действием центробежной силы в поперечном направлении смещается вместе с каналом и скорость развития неустойчивости и инкремент зависят от массы плазмы, захваченной поперечным движением.

Неустойчивость типа «змейки» в отличие от шланговой связана с возмущениями, обусловленными относительным смещением электронного пучка и ионного канала без изменения формы поперечного сечения пучка, и развивается на частоте близкой к частоте бетатронных колебаний электронов пучка. Скорость развития и инкремент этой неустойчивости не зависят от массы ионного канала и превышают соответствующие параметры шланговой неустойчивости, что выделяет ее как наиболее опасную с точки зрения потерь электронного пучка. В настоящее время неустойчивость типа «змейки» достаточно полно исследована для компенсированных релятивистских кольцевых электронных пучков [3–5].

Однако следует ожидать, что неустойчивость такого типа может возникать в электронных пучках, используемых в технологических целях, для которых характерны низкие энергии и достаточно длинные импульсы. Кроме того, транспортировка таких пучков осуществляется в плазме с низкой плотностью (давление газа порядка 10^{-4} Тор.), что приводит к слабой токовой нейтрализации электронного пучка, и основные возмущения можно связать с полем пространственного заряда.

Ниже мы рассмотрим поперечную неустойчивость компенсированного по заряду электронного пучка, когда из-за относительного смещения пучка и ионного канала пучок совершает колебания в электрическом поле ионного канала, а на канал действует поле пучка. При этом рост поперечных колебаний в системе происходит в результате наличия резонансов связанных поперечных колебаний потоков.

Исследование неустойчивости проводится на модели жестких пучков на линейной и нелинейной стадиях для неоднородного по радиусу электронного пучка.

Основные уравнения

Рассмотрим поперечные колебания в системе, состоящей из ионного канала и распространяющегося по каналу вдоль оси z электронного пучка с током I_b и скоростью v_b . При этом полагаем, что плотности электронов пучка и ионов неоднородны и распределены по гауссовскому закону $n_{b,i} = n_{b,i}^{(0)} \exp(-r^2/r_b^2)$, где r – радиус в цилиндрической системе координат; r_b – постоянная, характеризующая радиус пучка и плазменного канала; индексы b и i относятся к пучку и каналу соответственно. Для описания возмущений, связанных с относительным поперечным смещением электронного пучка и ионного канала введем вектор смещения пучка и ионного канала $\vec{\rho}_{b,i}(t, z)$. Возникающие в результате таких возмущений поляризационные силы, действующие на электронный пучок со сто-

роны ионного канала и на ионный канал со стороны электронного пучка, запишутся в виде:

$$F_b = -e \int n_b (|r_\perp - \rho_i|) E_i (|r_\perp - \rho_i|) dr, \quad (1)$$

$$F_i = e \int n_i (|r_\perp - \rho_b|) E_b (|r_\perp - \rho_b|) dr. \quad (2)$$

Учитывая, что в отсутствии внешнего магнитного поля движение электронов в радиальном электрическом поле плоское, то, не теряя общности, можно считать возмущения одномерными $\vec{\rho}_{b,i}(t,z) = \rho_{b,i}(t,z) \vec{e}_x$. При этом принимая во внимание связь цилиндрических и декартовых координат

$$E_x = E_r \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} e_x \quad (3)$$

и проводя интегрирование в (1) и (2) с учетом (3) [6], получим уравнения, описывающие колебания пучка и ионного канала

$$\frac{d^2 \rho_b}{dt^2} = -2\pi e^2 n_{b0} \frac{r_b^4}{\rho^2} \rho \left[1 - \exp\left(-\frac{\rho^2}{2r_b^2}\right) \right], \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 \rho_i}{\partial t^2} = 2\pi e^2 n_{i0} \frac{r_b^4}{\rho^2} \rho \left[1 - \exp\left(-\frac{\rho^2}{2r_b^2}\right) \right], \quad (5)$$

где $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_b \frac{\partial}{\partial z}$, $\rho = \rho_b - \rho_i$, v_b – скорость распространения электронного пучка, c – скорость света, e – элементарный заряд.

При слабой нелинейности разложим экспоненту в ряд до членов второго порядка по $\rho^2/2r_b^2$. В результате уравнения движения для электронного пучка и ионного канала запишутся в виде:

$$\frac{d^2 \rho_b}{dt^2} = -\omega_b^2 \rho \left(1 - \frac{1}{4} \frac{\rho^2}{r_b^2} \right), \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 \rho_i}{\partial t^2} = \omega_i^2 \rho \left(1 - \frac{1}{4} \frac{\rho^2}{r_b^2} \right). \quad (7)$$

Здесь $\omega_b = (c/r_b)(\beta_b/\gamma)(I_b/I_A^{(0)})^{1/2}$ – частота колебаний центра тяжести электронного пучка в поле ионного канала, $I_A^{(0)} = mc^3/e = 17, kA$ – ток Альфвена, $\delta = m\gamma n_b^{(0)}/Mn_i^{(0)} \ll 1$, $\omega_i = \delta^{1/2}\omega_b$.

Анализ уравнений движения на линейной стадии неустойчивости

Решение начальной задачи для уравнений (6), (7) представим в виде нелинейной плоско поляризованной волны с медленно меняющимися амплитудами [7]

$$\rho_\alpha = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{\infty} \rho_{\alpha s}(t,z) \exp[is(k_z z - \omega t)] + k.c. \quad (8)$$

Подставляя выражение (8) в уравнения (6), (7) и отбрасывая медленные производные от ρ_{bs} и ρ_{is} и нелинейные члены, получим уравнения, определяющие амплитуды первого приближения

$$[\omega_b^2 - s^2(\omega - k_z z)^2] \rho_{bs}^{(1)} - \omega_b^2 \rho_{is}^{(1)} = 0, \quad (9)$$

$$-\delta \omega_b^2 \rho_{is}^{(1)} + (\delta \omega_b^2 - s^2 \omega^2) \rho_{bs}^{(1)} = 0. \quad (10)$$

Из уравнений (9), (10) следует дисперсионное уравнение в линейном приближении для $s=1$:

$$[\omega_b^2 - (\omega - k_z z)^2][\delta \omega_b^2 - s^2 \omega^2] - \delta \omega_b^4 = 0, \quad (11)$$

а также соотношение амплитуд и относительный сдвиг по фазе φ_1 колебаний электронного пучка и ионного канала:

$$\begin{aligned} \rho_{i1}^{(1)} &= \frac{\delta \omega_b^2}{\delta \omega_b^2 - s^2 \omega^2} \rho_{b1}^{(1)} = \alpha \rho_{b1}^{(1)} = \\ &= |\alpha| e^{i\varphi_1} \rho_{b1}^{(1)} = |\alpha| e^{i\varphi_1} \Phi. \end{aligned} \quad (12)$$

Заметим, что из-за отсутствия связи гармоник в первом приближении $\rho_{bs}^{(1)} = \rho_{is}^{(1)} = 0$ при $s \neq 1$.

Уравнение (9) удобно переписать в виде

$$F(\omega) = \frac{\delta \omega_b^2}{\omega^2} + \frac{\omega_b^2}{(\omega - k_z v_b)^2} = 1, \quad (13)$$

которое совпадает с дисперсионным уравнением двухпучковой неустойчивости при замене плазменных частот пучка и ионов соответственно на ω_b и ω_i . Уравнение (13) имеет неустойчивое решение при $0 < k_z < (\omega_b/v_b)(1 + \delta^{1/3})^{3/2}$.

В области волновых чисел $\omega \ll k_z v_b < \omega_b$ (длинноволновая область) неустойчивое решение дисперсионного уравнения имеет вид

$$\omega = i \frac{\delta^{1/2} \omega_b}{\left(\frac{\omega_b^2}{k_z^2 v_b^2} - 1 \right)^{1/2}}, \quad (14)$$

и в пределе $k_z^2 v_b^2 \ll \omega_b^2$ неустойчивость развивается во времени с инкрементом $\zeta = \text{Im} \omega(k_z) = \sqrt{\delta} k_z v_b$. В этой области возмущений сдвиг по фазе колебаний электронного пучка и ионного канала отсутствует, амплитуды колебаний различаются незначительно $\rho_{i1}^{(1)} \approx (1 - k_z^2 v_b^2 / \omega_b^2) \rho_{b1}^{(1)} \sim \rho_{b1}$. Это указывает на слабость поляризационных сил в данном диапазоне длин волн. Максимальный инкремент неустойчивости достигается за счет резонансного усиления неустойчивости на длинах волн, близких к длине волны бетатронных колебаний пучка в поле ионного канала ($k_z^2 v_b^2 = k_m^2 v_b^2 \approx \omega_b^2$) и равен

$$\zeta_m = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\delta}{2} \right)^{1/3} \omega_b = \sqrt{3} \text{Re} \omega_m, \quad (15)$$

где ζ_m и $\omega_m = \omega(k_m)$ – инкремент и частота в области резонанса. Что касается амплитуд колебаний, то в области резонанса амплитуда поперечных смещений пучка, как следует из выражений (12), (15), значительно превышает смещение ионного канала:

$$\rho_{i1}^{(1)} / \rho_{b1}^{(1)} = \alpha \sim \delta^{1/3} \ll 1.$$

Анализ уравнений движения на нелинейной стадии неустойчивости

Во втором приближении, учитывая (11)–(15), из (6) и (7) вследствие кубической нелинейности,

обеспечивающей связь гармоник, получим $\rho_{bs}^{(2)}\rho_{is}^{(2)}=0$ для $s \neq 1, 3$, а для $s=3$ следующую оценку

$$\begin{pmatrix} \rho_{b3}^2 \\ \rho_{i3}^2 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} -1 \\ (4\delta)^{1/3} \end{pmatrix} \frac{\Phi^3}{1,15r_b^2} 10^{-3}. \quad (16)$$

В условиях резонансной неустойчивости, пренебрегая высшими гармониками (16), во втором приближении для амплитуд с $s=1$ получим следующие уравнения

$$\begin{aligned} & [\omega_b^2 - (\omega_m - k_m z)^2] \rho_{bs}^{(2)} - \omega_b^2 \rho_{is}^{(2)} - \\ & - 2i(\omega_m - k_m v_b) \frac{d\Phi}{dt} = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

$$-\delta\omega_b^2 \rho_{bs}^{(2)} + (\delta\omega_b^2 - \omega_m^2) \rho_{is}^{(1)} - 2i\alpha\omega_m \frac{\partial\Phi}{\partial t} = 0. \quad (18)$$

Умножая уравнение (17) на $(\delta\omega_b^2 - \omega_m^2)$, а (18) на ω_b^2 , в результате их сложения с учетом (11) получим уравнение для Φ в виде

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} + v_g \frac{\partial\Phi}{\partial \xi} = 0, \quad \xi = z - v_g t, \quad (19)$$

где $v_g = (d\omega/dk_z)_{k_z=k_m} \approx v_b/3$ – групповая скорость возмущений. Решение уравнения (19) при известном начальном условии $\Phi(z, t=0) = \Phi(z)$ имеет вид $\Phi(z, t) = \Phi_0(z - v_g t)$ нелинейной стационарной волны, т. е. возмущения в данном приближении сносятся вдоль системы с групповой скоростью v_g . При этом из уравнения (18) следует связь амплитуд колебаний электронного пучка и канала во втором приближении

$$\rho_{i1}^{(2)} = \alpha \rho_{b1}^{(2)} - \frac{2i\omega_m \alpha}{\delta\omega_b^2 - \omega_m^2} v_g \frac{\partial\Phi}{\partial \xi}. \quad (20)$$

В третьем приближении, учитывая (20), вторые производные по ξ , а также появление слабой явной зависимости от времени в амплитудах колебаний и соотношения (10)–(13), (17), получим следующее уравнение для $\Phi(t, \xi)$:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} - i \frac{v_g^2}{9\omega_m} \frac{\partial^2\Phi}{\partial \xi^2} = - \frac{i\omega_b}{32r_b^2} \left(1 - \frac{\omega_m}{\omega_b} \right) |\Phi|^2 \Phi e^{2\zeta_m t}. \quad (21)$$

Член, пропорциональный $\partial^2\Phi/\partial \xi^2$, в уравнении (21) описывает диффузионное распыление волнового пакета и несуществен для начальных возмущений со слабо неоднородной амплитудой, $\partial\Phi/\partial \xi \approx 0$. Представляя Φ в виде $\Phi = |\Phi|e^{i\varphi}$ и отделяя в уравнении (19) действительную и мнимую части, получим уравнения для модуля огибающей $|\Phi|$ и ее фазы φ в пренебрежении распыления пакета

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = \frac{\omega_b}{32r_b^2} |\Phi|^2 e^{2\zeta_m t}. \quad (22)$$

$$\frac{\partial|\Phi|}{\partial t} = \frac{\omega_b}{32r_b^2} |\Phi|^2 e^{2\zeta_m t}. \quad (23)$$

Учитывая зависимость от времени полной амплитуды колебаний $A(t, \xi) = |\Phi(t, \xi)| \exp(\zeta_m t)$, уравнение (22) перепишем в виде:

$$\frac{\partial|A|}{\partial t} - \zeta_m |A| = - \frac{\zeta_m}{16r_b^2} |A|^3 e^{2\zeta_m t}. \quad (24)$$

Решение уравнения (24) при $A(t=0) = \Phi(t=0) = A_0(z)$ имеет вид

$$|A| = A_0(z) e^{\zeta_m t} [1 + A_0^2(z)(e^{2\zeta_m t} - 1)/16r_b^2]^{-1/2}. \quad (25)$$

Зависимость полной амплитуды колебаний от времени при различных начальных условиях приведена на рисунке.

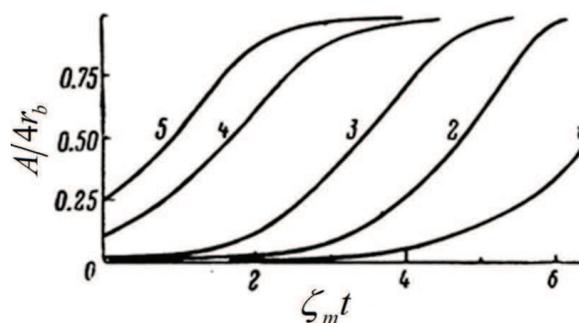


Рисунок. Зависимость амплитуды поперечных колебаний электронного пучка от времени ($A_0/4r_b$): 1) 0,001; 2) 0,005; 3) 0,02; 4) 0,1; 5) 0,25

Из рисунка следует, что для малых начальных возмущений ($A_0/4r_b \leq 0,03$) амплитуда поперечных колебаний пучка медленно растет во времени. Насыщение роста амплитуды колебаний достигается за время, равное нескольким постоянным роста ζ_m^{-1} , и амплитуда при насыщении равна $A_s = 4r_b$. Режиму насыщения, как следует из (23), соответствует изменение частоты колебаний $\Delta\omega_s = \omega_b/2$. Полученное значение амплитуды насыщения выходит за рамки применимости уравнений (6), (7). Поэтому для оценки характера движения системы при больших амплитудах вернемся к уравнениям (4), (5). При учете в разложении правой части (4), (5) членов более высокого порядка амплитуда насыщения сходится к величине $A_s \approx 3,5r_b$. Это доказывает, что нелинейность колебаний стабилизирует неустойчивость типа «змейки» на достаточно больших амплитудах.

В заключение приведем некоторые оценки развития этой неустойчивости в реальных системах [8, 9]. При транспортировке электронных пучков с энергией 30 кэВ, $r_b = 3$ см и током $I_b = 170$ А неустойчивость на линейной стадии развивается с инкрементом $\zeta_m = 2,2 \cdot 10^6$ с⁻¹ и при начальном возмущении $A_0 = 0,02r_b$ стабилизируется за время $\tau_s = 2,7 \cdot 10^{-6}$ с. При токе пучка 15...17 кА стабилизация неустойчивости происходит за время $\tau_s = (3...2,7) \cdot 10^{-8}$ с.

Выводы

1. Резонансное усиление неустойчивости на длинах волн, близких к длине волны бетатронных колебаний нейтрализованного по заряду пучка, приводит при малом параметре δ к значительному превышению инкремента неустойчивости

- типа «змейки» над максимальным инкрементом планговой неустойчивости $\zeta_m \gg \sqrt{\delta}(\sqrt{v_{T\perp}}/r_b)$ [1–5].
2. Нелинейная стабилизация неустойчивости типа «змейки» имеет место на достаточно больших амплитудах поперечных колебаний электронного пучка.
 3. Эта неустойчивость может развиваться и при инжекции пучка в плазму, если

$(r_b v_{ef}/4c)(I_A^{(0)}/I_b)^2 \ll 1$, v_{ef} – частота столкновений электронов плазмы. В этом случае локальные зарядовые возмущения не будут компенсироваться плазменными электронами, т. к. они будут удерживаться собственным магнитным полем пучка и продвигаться вдоль его оси со скоростью дрейфа.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ: № 12-08-00213-а, № 12-08-00251-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов А.А., Рудаков Л.И. Мощный релятивистский пучок электронов в плазме // Журнал теоретической и экспериментальной физики. – 1970. – Т. 58. – № 4. – С. 1332–1341.
2. Михайловский А.Б. Теория плазменных неустойчивостей. Т. 1. – М.: Атомиздат, 1975. – 272 с.
3. Диденко А.Н., Григорьев В.П., Усов Ю.П. Мощные электронные пучки и их применение. – М.: Атомиздат, 1977. – 280 с.
4. Hofman I. Coherent oscillations of ring relativistic particles // Particle Accelerators. – 1979. – V. 8. – № 3. – P. 151–160.
5. Григорьев В.П., Диденко А.Н. Влияние нелинейных некогерентных колебаний частиц на поперечные размеры электронно-ионного кольца при развитии неустойчивости типа «змейки» // Известия вузов. Физика. – 1981. – Т. 60. – № 10. – С. 51–56.
6. Григорьев В.П., Захаров А.В. Неустойчивость типа «змейки» частично компенсированного по току электронного пучка //

- Журнал технической физики. – 1990. – Т. 60. – № 4. – С. 67–71.
7. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. – М.: Наука, 1974. – 504 с.
 8. Koval N.N., Grigoryev S.V., Devyatkov V.N., Teresov A.D., Schanin P.M. Effect of Intensified Beam in a Plasma-Cathode Diode // IEEE Trans. PlasmaSci. – 2009. – V. 37. – № 10. – P. 1890–1896.
 9. Назаров Д.С., Озур Г.Е., Проскуровский Д.И. Генерация низкоэнергетических сильноточных электронных пучков в пушке с плазменным анодом // Известия вузов. Физика. – 1994. – Т. 37. – № 3. – С. 100–114.

Поступила 16.05.2013 г.

УДК 621.039.51

К РАСЧЕТУ ВОЗРАСТА НЕЙТРОНОВ В ГРАФИТЕ

А.В. Кузьмин

Томский политехнический университет
E-mail: kuzminav@tpu.ru

Проведено сравнение результатов расчета возраста нейтронов деления по экспериментальным данным нейтронно-физических характеристик углерода из разных справочников. Приводятся алгоритмы расчета возраста замедляющихся нейтронов. Сравнение результатов расчета при замедлении нейтронов деления до энергии индиевого резонанса по методу групп показало хорошую сходимость с теоретическими и экспериментальными данными.

Ключевые слова:

Возраст нейтронов, сравнение справочных данных, алгоритмы расчета возраста, метод групп.

Key words:

Neutron age, comparison of the reference experimental data, solution algorithms, multigroup method.

В начале 40-х гг. прошлого века Энрико Ферми в поисках решения уравнения замедления, выраженного через поток замедления, учел функциональную связь между летаргией замедляющихся нейтронов u с возрастом τ , т. е. «временем», прошедшим с момента испускания быстрого нейтрона до момента его детектирования. Он ввел новую переменную

$$d\tau = \frac{D(u)}{\zeta \Sigma_s(u)} du,$$

которая в интегральной форме в зависимости от летаргии

$$\tau(u) = \int \frac{D(u)}{\zeta \Sigma_s(u)} du \quad (1)$$

позволяла оценить возраст в заданном интервале энергии по имеющимся экспериментальным данным физических свойств среды.

В выражение (1) в замедляющую способность $\zeta \Sigma_s(u)$ входят: $\zeta(u)$ – среднелогарифмическая потеря энергии за одно соударение; $\Sigma_s(u)$ – эффективное макроскопическое поперечное сечение рассеяния среды, см⁻¹. Коэффициент диффузии среды $D(u)$ (см) может быть определен через макроскопическое транспортное сечение рассеяния $\Sigma_{tr}(u)$, см⁻¹: