УДК 51-74 DOI: 10.18799/24131830/2025/6/4787 Шифр специальности ВАК: 2.8.4 Научная статья

# Методика оценки плотности уплотняемого взрывом лёсса методом конечных разностей

# Е.О. Тарасенко⊠

Северо-Кавказский федеральный университет, Россия, г. Ставрополь

<sup>⊠</sup>galail@mail.ru

Аннотация. Актуальность обусловлена необходимостью предварительного численного моделирования оценки плотности лёсса, уплотняемого глубинными взрывами, с целью снижения экономических затрат при проведении производственных работ. Устранение просадочности грунта реализуется на этапах проектирования и строительства зданий и сооружений для обеспечения их безопасной длительной эксплуатации. Лёссовые просадочные грунты широко распространены в мире, часто в Европе и Азии. Лёссам характерны низкая плотность скелета грунта, высокая пылеватость, макропористость. Цель. Методом конечных разностей численно оценить плотность грунта после уплотнения глубинными взрывами. Методы. Математическое и численное моделирование; метод конечных разностей для оценки плотности грунта; вычислительный эксперимент. Результаты и выводы. Построены дискретные линейные динамические системы на основе применения метода конечных разностей для решения начально-граничных задач в рамках математического моделирования уплотнения просадочных лёссовых грунтов. Основу математической модели образует параболическое дифференциальное уравнение. Для решения использована шеститочечная симметричная схема Кранка-Николсона. Полученные динамические системы учитывают начальное и граничные условия, входные воздействия коэффициента диффузии грунта, мощности заряда взрывчатого вещества, вектор горизонтального распространения газа. Результатом решения систем являются значения плотности грунта в узлах сеточной функции. Оценка плотности грунта, найденная методом конечных разностей, имеет второй порядок точности по пространственным координатам и по времени. Построенные шеститочечные схемы абсолютно устойчивы. Реализован вычислительный эксперимент по предложенной методике оценки плотности грунта, который показал адекватность опытным данным натурного строительного объекта.

Ключевые слова: лёсс, просадочность, плотность грунта, уплотнение глубинными взрывами, метод конечных разностей, схема Кранка–Николсона

Для цитирования: Тарасенко Е.О. Методика оценки плотности уплотняемого взрывом лёсса методом конечных разностей // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2025. – Т. 336. – № 6. – С. 76–83. DOI: 10.18799/24131830/2025/6/4787

UDC 51-74 DOI: 10.18799/24131830/2025/6/4787 Scientific paper

# Finite difference method for estimating the density of loess compacted by explosion

# E.O. Tarasenko<sup>⊠</sup>

North Caucasus Federal University, Stavropol, Russian Federation

<sup>⊠</sup>galail@mail.ru

Abstract. *Relevance.* The need for preliminary numerical modeling of the density assessment of loess compacted by deep blasts in order to reduce economic costs during production work. Soil subsidence was eliminated at the stages of design and

construction of buildings and structures to ensure their safe, long-term operation. Loess subsidence soils are widespread throughout the world, often in Europe and Asia. Loess is characterized by low density of the soil skeleton, high dust content, and macroporosity. *Aim.* To numerically estimate the density of soil after compaction by deep blasting using the finite difference method. *Methods.* Finite difference method; computational experiment; numerical modeling. *Results and conclusions.* To solve initial boundary problems within the framework of mathematical modeling of loess compaction by deep explosions, the finite difference method was used. The model is based on a parabolic differential equation. A six-point symmetrical Crank–Nicholson circuit was used. The constructed linear systems of equations take into account the initial and boundary conditions, the input effects of the soil diffusion coefficient, the power of the explosive charge, and the vector of horizontal gas distribution. The result of solving the systems are the values of soil density at the nodes of the grid function. The estimate of soil density found by the finite difference method has second order accuracy in spatial coordinates and time. The constructed six-point circuits are absolutely stable. A computational experiment was implemented using the proposed method for assessing soil density, which showed adequacy to the experimental data of a natural construction site.

Keywords: loess, subsidence, soil density, compaction by deep explosions, finite difference method, Crank-Nicholson scheme

**For citation:** Tarasenko E.O. Finite difference method for estimating the density of loess compacted by explosion. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Asset Engineering*, 2025, vol. 336, no. 6, pp. 76–83. DOI: 10.18799/24131830/2025/6/4787

#### Введение

Лёссовые просадочные грунты обширно встречаются в мире, по большей части в Европе и Азии [1–3]. Занимаемая ими площадь определяется значением порядка 13 млн км<sup>2</sup>. Фактически повсеместный покров лёссовыми породами отмечается на территории юга России, на Северном Кавказе, Нижнем Доне, Заволжье, в Крыму [3, 4]. Немалые территории залегания просадочных лёссов фиксируются в Восточной Европе, Китае, Средней Азии, Монголии и во многих других районах мира [2, 5–8].

Если грунт при замачивании водой под действием внешней нагрузки и/или собственного веса показывает величину относительной деформации просадочности не менее 0,01 д. е., его относят к просадочным [9]. Характерными особенностями просадочных лёссов являются пылеватость, низкая плотность (менее 1,5 г/см<sup>3</sup>), макропористость. Лёссы относят к грунтам II типа по просадочности [7, 10–12].

Возведение безопасных, прочных зданий и сооружений на просадочных лёссовых грунтах является актуальной задачей инженеров-геологов, проектировщиков [8, 12, 13]. Устранение просадочности лёссов реализуется различными методами и способами уплотнения грунтов [14–19]. При просадочной толще более 15 м наиболее эффективен гидровзрывной метод уплотнения И.М. Литвинова [7].

На этапе проектирования зданий и сооружений на просадочных лёссах целесообразно проводить предварительное математическое моделирование инженерно-технологического процесса уплотнения грунтов взрывом, зависящее от региональных особенностей геологических систем. В работе [20] проведено моделирование уплотнения грунтов на примере Северного Кавказа, предложены аналитические соотношения для расчёта плотности грунта на глубине заложения заряда взрывчатого вещества. При этом решение задачи по области вокруг места взрыва является актуальными. Исследования проведены по численному моделированию мощности заряда взрывчатого вещества [21], глубины заложения заряда [22]. На основе применения аппарата численных методов построено решение задачи оценки дисперсионных изменений координат атомов газа в уплотняемых взрывом грунтах [23].

Изучению прочностных свойств уплотняемых грунтов посвящены работы [24–26]. Методами корреляционно-регрессионного анализа получены зависимости прочностных свойств грунтов от его физических характеристик.

Математическое моделирование уплотнения лёссов глубинными взрывами приводит к необходимости решения начально-граничных задач. В статье реализуем метод конечных разностей Кранка–Николсона. Применение численного метода позволяет построить методику оценки плотности грунта с течением времени.

#### Постановка задачи

Математическое описание уплотнения просадочных лёссовых грунтов взрывом описывается моделью с параболическим дифференциальным уравнением [20]:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + U \cdot \frac{\partial q}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} K_x \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} K_y \frac{\partial q}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} K_z \frac{\partial q}{\partial z} + f, \quad (1)$$
$$t \in [t_0, T]$$

с начальным

$$q(t_0, x, y, z) = Q \cdot \delta(x - x_0) \cdot \delta(y - y_0) \cdot \delta(z - z_0)$$
(2)

и граничными условиями

$$q(t, x, y, z)\Big|_{z=z_0} = 0, \ t > t_0,$$
 (3)

$$K_{zz} \left. \frac{\partial q}{\partial z} \right|_{z=z_0} = 0, \ t > t_0, \tag{4}$$

где  $q(t_0,x,y,z)$  – начальная плотность лёсса; q(t,x,y,z) – плотность грунта, уплотнённого взрывом в момент времени t;  $K_{ij}$  – коэффициенты, характеризующие скорость диффузии газа в грунте; f – функция источника газа; Q – мощность заряда взрывчатого вещества;  $\delta$  – дираковская дельта; U – вектор горизонтального переноса газа.

В результате взрыва в скважине возможно полное поглощение газа грунтом, которое задаётся уравнением (1) с начальным (2) и граничным (3) условиями. Фиксируется уплотнение грунта взрывом.

Задачей Коши (1), (2) и граничным условием (4) описывается полное отражение атомов газа от грунта. В этом случае наблюдается выброс грунта на поверхность при глубинном взрыве.

Решением задач (1)–(3) и (1), (2), (4) являются значения плотности q(t, x, y, z) уплотняемого взрывом лёсса с течением времени в трехмерном пространстве. Для поиска решений указанных задач применим аппарат численного моделирования [27–31] – метод конечных разностей Кранка–Николсона.

## Метод решения

Для обеспечения наилучшего соотношения точности решения и простоты реализации вычислительного алгоритма при решении дифференциальных уравнений параболического типа в частных производных (1) реализуем метод конечных разностей [27, 29, 30]. Дискретизируем непрерывную математическую модель (1)–(4). Зададим сеточную функцию, заменив непрерывные компоненты модели на конечные разности. Применим шеститочечную неявную схему Кранка–Николсона.

Узлы сеточной функции в трёхмерном пространстве зададим точками с координатами:

$$(x_m, y_m, z_m, t_n), m = 0, 1, ..., M, n = 0, 1, ..., N.$$

Изменение координат узлов сеточной функции задаётся перебором с заданным шагом:

$$\begin{aligned} x_m &= a + m \cdot \Delta x, \ y_m = a + m \cdot \Delta y, \\ z_m &= a + m \cdot \Delta z, \ t_n = n \cdot \Delta t, \end{aligned}$$
$$\Delta x &= \frac{b - a}{M - 1}, \ \Delta y = \frac{b - a}{M - 1}, \ \Delta z = \frac{b - a}{M - 1}, \ \Delta t = \frac{T}{N - 1}. \end{aligned}$$

В уравнении (1) аппроксимируем производные конечными разностями:

$$\begin{split} \left. \frac{\partial q}{\partial t} \right|_{(x_m, y_m, z_m, t_n)} \approx \frac{q_m^{n+1} - q_m^n}{\Delta t}, \\ \left. \frac{\partial q}{\partial x} \right|_{(x_m, y_m, z_m, t_n)} \approx \frac{q_m^{n+1} - q_m^n}{\Delta x}, \\ \left. \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \right|_{(x_m, y_m, z_m, t_n)} \approx \frac{q_{m+1}^n - 2q_m^n + q_{m-1}^n}{\left(\Delta x\right)^2}, \end{split}$$

$$\frac{\partial^2 q}{\partial y^2}\Big|_{(x_m, y_m, z_m, t_n)} \approx \frac{q_{m+1}^n - 2q_m^n + q_{m-1}^n}{\left(\Delta y\right)^2},$$
$$\frac{\partial^2 q}{\partial z^2}\Big|_{(x_m, y_m, z_m, t_n)} \approx \frac{q_{m+1}^n - 2q_m^n + q_{m-1}^n}{\left(\Delta z\right)^2}.$$

Заменим суммами двух слагаемых вторые производный функции плотности грунта q(t, x, y, z). Получим соотношения, соответственно, по каждой пространственной координате x, y, z:

$$\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 q}{\partial x^2},\tag{5}$$

$$\frac{\partial^2 q}{\partial y^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 q}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 q}{\partial y^2},\tag{6}$$

$$\frac{\partial^2 q}{\partial z^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 q}{\partial z^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 q}{\partial z^2}.$$
 (7)

Аппроксимацию слагаемых в (5)–(7) проведём на различных временных шагах. Одно слагаемое аппроксимируем на *n*-м шаге, а другое – на (n+1)-м шаге по времени. Разностную схему для уравнения (1) зададим равенством

$$\begin{aligned} \frac{q_{m}^{n+1} - q_{m}^{n}}{\Delta t} + U \frac{q_{m}^{n+1} - q_{m}^{n}}{\Delta x} = \\ &= \frac{1}{2} K_{xx} \left( \frac{q_{m-1}^{n+1} - 2q_{m}^{n+1} + q_{m+1}^{n+1}}{(\Delta x)^{2}} + \frac{q_{m-1}^{n} - 2q_{m}^{n} + q_{m+1}^{n}}{(\Delta x)^{2}} \right) + \\ &+ \frac{1}{2} K_{yy} \left( \frac{q_{m-1}^{n+1} - 2q_{m}^{n+1} + q_{m+1}^{n+1}}{(\Delta y)^{2}} + \frac{q_{m-1}^{n} - 2q_{m}^{n} + q_{m+1}^{n}}{(\Delta y)^{2}} \right) + \\ &+ \frac{1}{2} K_{zz} \left( \frac{q_{m-1}^{n+1} - 2q_{m}^{n+1} + q_{m+1}^{n+1}}{(\Delta z)^{2}} + \frac{q_{m-1}^{n} - 2q_{m}^{n} + q_{m+1}^{n}}{(\Delta z)^{2}} \right) + \\ &m = 1, 2, \dots, M - 1, \ n = 0, 1, \dots, N - 1, \\ & \varphi_{m}^{n} = f \left( x_{m}, y_{m}, z_{m}, t_{n} \right) \end{aligned}$$
(8)

с начальным условием

$$q_m^0 = q(x_m, y_m, z_m, t_0), \ m = 0, 1, ..., M$$
 (9)

и ограничениями

$$q_0^{n+1} = q(x_0, y_0, z_0, t_{n+1}), \ n = 0, 1, ..., N-1,$$
 (10)

$$q_m^{n+1} = K_{zz} \frac{\partial q(x_m, y_m, z_m, t_{n+1})}{\partial z}, \ n = 0, 1, \dots, N-1.$$
(11)

Аппроксимирующая схема (8) строится на основе шеститочечной симметричной схемы Кранка–Николсона. Её графическая трактовка приведена на рис. 1.

Предположим, что изменение шага по каждой пространственной координате одинаков  $\Delta x = \Delta y = \Delta z$ . Шаг по времени  $\Delta t$  отличен от координатного шага. Тогда разностную схему (8) перепишем выражением

$$\frac{q_m^{n+1} - q_m^n}{\Delta t} + U \frac{q_m^{n+1} - q_m^n}{\Delta x} =$$

$$= \frac{3}{2} K_{xx} \left( \frac{q_{m-1}^{n+1} - 2q_m^{n+1} + q_{m+1}^{n+1}}{(\Delta x)^2} + \frac{q_{m-1}^n - 2q_m^n + q_{m+1}^n}{(\Delta x)^2} \right) + \varphi_m^n,$$

$$m = 1, 2, ..., M - 1, \ n = 0, 1, ..., N - 1.$$
(12)



**Рис. 1.** Шеститочечная схема Кранка-Николсона **Fig. 1.** Six-point Crank-Nicholson circuit

Послойно осуществим поиск решения задачи. При фиксированной временной координате на каждом слое проведём вычисления значений плотности грунта во всех узлах сеточной функции. На (n+1)-м временном слое плотность  $q_m^{n+1} q_m^{n+1}$  определяется решением системы (12), например методом прогонки с учётом начальных и граничных условий. Для упрощения вычислений система (12) приводится к виду

$$\frac{3K_{xx}}{2(\Delta x)^2} q_{m-1}^{n+1} - \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{U}{\Delta x} + \frac{3K_{xx}}{(\Delta x)^2}\right) q_m^{n+1} + \frac{3K_{xx}}{2(\Delta x)^2} q_{m+1}^{n+1} = = \frac{3K_{xx}}{2(\Delta x)^2} q_{m-1}^n - \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{U}{\Delta x} + \frac{3K_{xx}}{(\Delta x)^2}\right) q_m^n + + \frac{3K_{xx}}{2(\Delta x)^2} q_{m+1}^n - \varphi_m^n, m = 1, 2, ..., M - 1, n = 0, 1, ..., N - 1.$$
(13)

Дискретная система линейных уравнений, учитывающая начальное (9) и граничное (10) условия, представима в виде

$$\begin{bmatrix} \alpha_2 & \alpha_3 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \alpha_2 & \alpha_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \alpha_1 & \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1^{n+1} \\ q_2^{n+1} \\ q_3^{n+1} \\ \vdots \\ q_{m-1}^{n+1} \\ q_m^{n+1} \\ q_m^{n+1} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} q_{1}^{n} \\ q_{2}^{n} \\ q_{3}^{n} \\ \vdots \\ q_{m-2}^{n} \\ q_{m-1}^{n} \\ q_{m}^{n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} K_{xx}^{n} \\ q_{m}^{n} \end{bmatrix}.$$
(14)

Начальное (9) и граничное (11) условия задают систему в виде

$$\begin{bmatrix} \alpha_{2} & \alpha_{3} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{1} & \alpha_{2} & \alpha_{3} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{1} & \alpha_{2} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \alpha_{2} & \alpha_{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \alpha_{1} & \alpha_{2} & \alpha_{3} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \alpha_{4} \alpha_{1} & \alpha_{4} \alpha_{2} & \alpha_{4} \alpha_{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{1}^{n+1} \\ q_{2}^{n+1} \\ \vdots \\ q_{m-2}^{n+1} \\ q_{m}^{n+1} \end{bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} q_{1}^{n} \\ q_{2}^{n} \\ \vdots \\ q_{m-2}^{n} \\ q_{m}^{n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{1} & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots \\ 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{5} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} K_{xx}^{n} \\ q_{m}^{n} \end{bmatrix}.$$
(15)

Коэффициенты основных матриц систем (14) и (15) определяются из соотношений

$$\alpha_1 = \alpha_3 = \frac{3 \cdot K_{xx}}{2 \cdot (\Delta x)^2}; \ \alpha_2 = -\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{U}{\Delta x} + \frac{3 \cdot K_{xx}}{(\Delta x)^2}\right);$$
$$\alpha_4 = \frac{1}{1 + \Delta x}; \ \alpha_5 = \frac{\Delta x}{1 + \Delta x}.$$

Исследуем погрешность аппроксимации разностной схемы (13). Соотношения (5)–(7) позволили разложить вторую производную функции плотности грунта q=q(x, y, z, t) на два равноценных слагаемых, аппроксимация каждого из которых проводилась на соседних шагах по времени. Тогда аппроксимацию по времени можно провести с шагом (n+0,5). Такое приближение имеет второй порядок аппроксимации и задаётся центральной конечной разностью. Следовательно, аппроксимация уравнения (1) симметричной разностной схемой (13) обладает вторым порядком погрешности аппроксимации  $O(t^2+x^2)$  по времени и координате.

Погрешность аппроксимации схемы (8) имеет второй порядок по компонентам t, x, y, z и равна  $O(t^2+x^2+y^2+z^2)$ . Схема (8) абсолютно устойчива [30].

#### Вычислительный эксперимент

Опытные значения раздела взяты из [7]. Реализуем вычислительный эксперимент по разработанной шеститочечной симметричной схеме с использованием данных строительного объекта г. Будённовска «Общежитие Ставролена». Инженерногеологические исследования показали, что плотность лёсса до уплотнения имела значение  $q(t_0, x, y, z)=1,42$  г/см<sup>3</sup>. Уплотнение просадочной толщи проводили глубинными взрывами. Пятикилограммовые заряды взрывчатого вещества помещались в скважины на глубину 6 м. Бурение скважин в котловане производили по сетке 4×5 м.

Результат производственных работ по уплотнению лёсса. Из трёх контрольных скважин взяты монолиты. Опытные значения плотности грунта в результате уплотнения представлены в табл. 1. Как видно из таблицы, плотность грунта превысила 1,6 г/см<sup>3</sup> и принимает значения в интервале от 1,61 до 1,8 г/см<sup>3</sup>.

Таблица 1.	Опытные значения плотности грунта после
уплотнения взрывом [7]	

Table 1.Experimental values of soil density after compac-<br/>tion by explosion [7]

Глубина, м/Depth, m	Плотность грунта, г/см <sup>3</sup> /Soil density, g/cm <sup>3</sup>
3,0	1,8
3,5	-
4,0	1,77
4,5	1,651,70
5,0	1,621,69
5,5	-
6,0	1,611,65
6,5	-
7,0	-
7,5	1,611,65
8,0	-
8,5	1,611,62
9,0	1,631,75
9,5	-
10,0	1,75

Для проведения вычислительного эксперимента построим разностную сеточную функцию с шагом  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0,5$  и  $\Delta t = 0,1$ . Применим шеститочечную схему (12).

Численное решение по шеститочечной симметричной схеме представлено на рис. 2. Фиксируется изменение значений плотности грунта с течением времени на различной глубине. Для наглядности отображения полученные численные значения плотности грунта показаны различными цветами.

Теоретические значения плотности грунта, рассчитанные по схеме (12), вдоль вертикальной оси с шагом 0,5 при t=1 с приведены в табл. 2.

Разбор таб. 1, 2 показал, что теоретические значения плотности грунта отличаются от опытных

данных. Абсолютная погрешность варьируется в диапазоне от 0,0042 (0,42 %) до 0,0619 (6,19 %).







**Таблица 2.** Теоретические значения плотности грунта вдоль вертикальной оси с шагом 0,5 при t=1 с

Table 2.	Theoretical values of soil density along the verti-
	cal axis in increments of 0.5 at t=1 s

Глубина, м/Depth, m	Плотность грунта, г/см³/Soil density, g/сm³
3,0	1,7916
3,5	1,7782
4,0	1,7217
4,5	1,6672
5,0	1,6378
5,5	1,6317
6,0	1,6274
6,5	1,6235
7,0	1,6274
7,5	1,6317
8,0	1,6378
8,5	1,6672
9,0	1,7217
9,5	1,7782
10,0	1,7916

Зависимость плотности грунта, полученная методом конечных разностей, от глубины представлена на рис. 3. Также на графической интерпретации отображены опытные (экспериментальные) данные значений плотности грунта, представленные в табл. 1.

Проанализируем вычислительный эксперимент. Плотность грунта в области расположения заряда взрывчатого вещества равна  $q \approx 1,62-1,63$  г/см<sup>3</sup>. Наблюдается увеличение значений плотности грунта при дистанцировании от места взрыва.



Экспериментальные данные (max)

- Экспериментальные данные (min)
- **Рис. 3.** Графическая интерпретация численного решения задачи (1)-(3) по шеститочечной схеме и экспериментальные данные
- Fig. 3. Graphical interpretation of the numerical solution of problem (1)–(3) using a six-point scheme and experimental data

В отдельных областях, выше и ниже глубины заложения зарядов, плотность грунта равна  $q \approx 1,77-1,79$  г/см<sup>3</sup>. При взрыве высокие значения давления и температуры способствуют глубокому проникновению газа в грунт. Происходит разруше-

ние скелета просадочного грунта. Грунтовые толщи уплотняются.

После осуществления глубинных взрывов, а также сброса воды из котлована верхний «буферный» слой строительной площадки заменяют на грунтовую подушку со средней плотностью сухого грунта  $q \approx 1,75$  г/см<sup>3</sup> [7, 15].

#### Заключение

инженерно-технологического Исследование процесса уплотнения просадочных лёссов глубинными взрывами позволило построить методику оценки плотности грунта. Математическая модель процесса уплотнения описывается дифференциальным параболическим уравнением в частных производных с определёнными начально-граничными условиями. Модель характеризует случаи уплотнения лёсса (поглощение газа грунтом) и выброса грунта на поверхность при взрыве (отражение газа от грунта). Расчётная методика оценки плотности грунта построена на основе применения к решению задачи метода конечных разностей. Построены симметричные шеститочечные схемы (8) и (12), учитывающие начально-граничные условия, значения вектора горизонтального распространения газа и коэффициента диффузии грунта. На основе предложенных схем реализуются численные оценки плотности грунта в зависимости от компонент разностной сеточной функции по времени и координатам. Разностные схемы имеют второй порядок погрешности аппроксимации по всем компонентам и абсолютно устойчивы. Проведён вычислительный эксперимент, который показал адекватность предложенной расчётной методики оценки плотности грунта экспериментальным данным натурного строительного объекта. Представленные теоретические результаты (шеститочечные разностные схемы) могут найти практическое применение на этапе проектировании строительных объектов на просадочных лёссовых грунтах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Geological World Atlas. Scale: 1:10000000 / general coordinators G. Choubert, A. Faure-Muret. Paris: CGMW, UNESCO, 1981. 22 p.
- 2. Лёссовый покров Земли и его свойства / В.Т. Трофимов, С.Д. Балыкова, Н.С. Болиховская и др. / под ред. В.Т. Трофимова. М.: МГУ, 2001. 464 с.
- 3. Опорные инженерно-геологические разрезы лёссовых пород Северной Евразии: монография / В.Т. Трофимов, С.Д. Балыкова, Т.В. Андреева и др. / под ред. В.Т. Трофимова. М.: КДУ, 2008. 608 с.
- 4. Ананьев В.П. Лессовый покров России. М.: Юриспруденция, 2004. 112 с.
- 5. Cyclic precipitation variation on the western Loess Plateau of China during the past four centuries / L. Tan, Z. An, C.A. Huh et al. // Scientific Reports. 2014. Vol. 4. P. 6381. DOI: 10.1038/srep06381.
- 6. Yates K., Fenton C.H., Bell D.H. A review of the geotechnical characteristics of loess and loess-derived soils from Canterbury, South Island, New Zealand // Engineering Geology. 2017. Vol. 236. P. 11–21. DOI: 10.1016/j.enggeo.2017.08.001.
- Галай Б.Ф. Пособие по уплотнению просадочных лессовых грунтов глубинными взрывами в условиях Северного Кавказа (изыскания, проектирование, производство работ). – Ставрополь: СКФУ, 2016. – 142 с.
- 8. Das Braja M. Advanced Soil Mechanics. New York: Taylor & Francis Group, 2008. 567 p.
- 9. ГОСТ 25100-2020. Грунты. Классификация. М.: Изд-во стандартов, 2020. 41 с.
- 10. Григорьева И.Ю. Микростроение лёссовых пород. М.: Наука, Интерпериодика, 2001. 147 с.
- 11. Крутов В.И. О характеристиках просадочности грунтов // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2010. № 4. С. 24–30.

- 12. Microstructural evolution of loess soils from the Loess Plateau of China / P. Li, W.L. Xie, R. Pak, S.K. Vanapalli // Catena. 2019. Vol. 173. P. 276–288. DOI: 10.1016/j.catena.2018.10.006.
- 13. Крутов В.И., Ковалев А.С., Ковалев В.А. Проектирование и устройство оснований и фундаментов на просадочных грунтах. М.: АСВ, 2013. 544 с.
- Experimental and theoretical study on the seepage mechanism characteristics coupling with confining pressure / J. Wang, H. Ma, J. Qian, P. Feng, X. Tan, L. Ma // Engineering Geology. – 2021. – Vol. 291. – P. 106224. DOI: 10.1016/j.enggeo.2021.106224.
- 15. Пантюшина Е.В. Лёссовые грунты и инженерные методы устранения их просадочных свойств // Ползуновский вестник. 2011. № 1. С. 127–130.
- 16. Тер-Мартиросян З.Г. Напряженно-деформированное состояние в грунтовом массиве при его взаимодействии со сваей и фундаментом глубокого заложения // Вестник МГСУ. – 2006. – № 1. – С. 38–49.
- Experimental study on creep characteristics of saturated Q2 loess / X. Liu, X. Zhang, X. Fu, T. Yang, Z. Su // Frontiers in Earth Science. – 2022. – Vol. 10. – P. 815275. DOI: 10.3389/feart.2022.815275.
- Collapsibility, composition, and microstructure of loess in China / Z. Liu, F. Liu, F. Ma, M. Wang, X. Bai, Y. Zheng, H. Yin, G. Zhang // Canadian Geotechnical Journal. 2016. Vol. 53 (4). P. 1–45. DOI: 10.1139/cgj-2015-0285.
- Experimental study on the permeability of compacted loess / Y. Guo, W. Ni, Z. Kou, Y. Zhao, Y. Nie // Soil Mechanics and Foundation Engineering. – 2020. – Vol. 57. – P. 394–400. DOI: 10.1007/s11204-020-09683-y.
- 20. Тарасенко Е.О., Тарасенко В.С., Гладков А.В. Математическое моделирование уплотнения просадочных лёссовых грунтов Северного Кавказа глубинными взрывами // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2019. Т. 330. № 11. С. 94–101. DOI: 10.18799/24131830/2019/11/2352.
- Tarasenko E.O., Gladkov A.V., Gladkova N.A. Solution for inverse boundary value problems on the power of a concentrated charge in a mathematical model of subsidence soils compaction // Mathematics and its applications in new computer systems. Lecture notes in networks and systems. – 2022. – Vol. 424. – P. 537–545. DOI: 10.1007/978-3-030-97020-8.
- 22. Тарасенко Е.О., Гладков А.В. Численное решение обратных задач при математическом моделировании геологических систем // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2022. Т. 333. № 1. С. 105–112. DOI: 10.18799/24131830/2022/1/3208.
- 23. Tarasenko E.O. Numerical simulation of gas atom coordinate dispersion in a mathematical model of deep blast compaction for subsidence soils // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2023. – Vol. 19 (1). – P. 147–154. DOI: 10.22337/2587-9618-2023-19-1-147-154.
- 24. Characteristics of structural loess strength and preliminary framework for joint strength formula / R.J. Li, J.D. Liu, R. Yan, W. Zheng, Sh.J. Shao // Water Science and Engineering. 2014. Vol. 7 (3). P. 319–330. DOI: 10.3882/j.issn.1674-2370.2014.03.007.
- 25. Свидерских А.В., Носков И.В. Анализ изменения характеристик лессовых грунтов в зависимости от пористости // Вестник Евразийской науки. – 2019. – Т. 11. – № 2. URL: https://esj.today/PDF/76SAVN219.pdf (дата обращения 17.07.2024).
- 26. Tarasenko E.O. Mathematical modeling of the strength properties of loesses by the method of correlation-regression analysis // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2024. Vol. 20 (1). P. 171–181. DOI: 10.22337/2587-9618-2024-20-1-171-181.
- 27. Ascher U.M. Numerical methods for evolutionary differential equations. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2008. 403 p. DOI: 10.1137/1.9780898718911.
- 28. Вержбицкий В.М. Численные методы: (математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения). М.: Директ-Медиа, 2013. 400 с.
- 29. Vabishchevich P.N. Additive operator-difference schemes: splitting schemes. Berlin, Boston: De Gruyter, 2014. 354 p. DOI: 10.1515/9783110321463.
- 30. Knabner P., Angermann L. Numerical methods for elliptic and parabolic partial differential equations. New York: Springer, 2003. 426 p. DOI: 10.1007/b97419.
- Liu Y., Roberts J., Yan Y. A note on finite difference methods for nonlinear fractional differential equations with non-uniform meshes // International Journal of Computer Mathematics. – 2017. – Vol. 95 (6–7). – P. 1151–1169. DOI: 10.1080/00207160.2017.1381691.

## Информация об авторе

**Елена Олеговна Тарасенко**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры Вычислительной математики и кибернетики факультета Математики и компьютерных наук имени профессора Н.И. Червякова, Северо-Кавказский федеральный университет, Россия, 355009, г. Ставрополь, ул. Пушкина, 1; galail@mail.ru; https://orcid.org/0000-0002-6227-6999

Поступила в редакцию: 26.07.2024

Поступила после рецензирования: 10.09.2024 Принята к публикации: 08.04.2025

## REFERENCES

- 1. Geological World Atlas. Scale: 1:10000000. G. Choubert, A. Faure-Muret (general coordinators). Paris, CGMW, UNESCO, 1981. 22 p.
- 2. Trofimov V.T., Balykova S.D., Bolikhovskaya N.S. and others. *Loess cover of the Earth and its properties*. Ed. by V.T. Trofimov. Moscow, MSU Publ., 2001. 464 p. (In Russ.)
- 3. Trofimov V.T., Balykova S.D., Andreeva T.V. *Reference engineering-geological sections of loess rocks of Northern Eurasia: monograph.* Ed. by V.T. Trofimov. Moscow, KDU Publ., 2008. 608 p. (In Russ.)

- 4. Ananyev V.P. Loess cover of Russia. Moscow, Jurisprudence Publ., 2004. 112 p. (In Russ.)
- 5. Tan L., An Z., Huh C.A. Cyclic precipitation variation on the western Loess Plateau of China during the past four centuries. *Scientific Reports*, 2014, vol. 4, pp. 6381. DOI: 10.1038/srep06381.
- 6. Yates K., Fenton C.H., Bell D.H. A review of the geotechnical characteristics of loess and loess-derived soils from Canterbury, South Island, New Zealand. *Engineering Geology*, 2017, vol. 236, pp. 11–21. DOI: 10.1016/j.enggeo.2017.08.001.
- 7. Galai B.F. A guide to compacting subsiding loess soils with deep explosions in the conditions of the North Caucasus (research, design, work). Stavropol, NCFU Publ., 2016. 142 p. (In Russ.)
- 8. Das Braja M. Advanced soil mechanics. New York, Taylor & Francis Group, 2008. 567 p.
- 9. SS 25100-2020. Soils. Classification. Moscow, Standards Publ. House, 2020. 41 p. (In Russ.)
- 10. Grigorieva I.Yu. Microstructure of loess rocks. Moscow, Nauka, Interperiodika Publ., 2001. 147 p. (In Russ.)
- 11. Krutov V.I. On the characteristics of soil subsidence. Foundations, foundations and soil mechanics, 2010, no. 4, pp. 24-30. (In Russ.)
- 12. Li P., Xie W.L., Pak R., Vanapalli S.K. Microstructural evolution of loess soils from the Loess Plateau of China. *Catena*, 2019, vol. 173, pp. 276–288. DOI: 10.1016/j.catena.2018.10.006.
- 13. Krutov V.I., Kovalev A.S., Kovalev V.A. Design and installation of bases and foundations on subsidence soils. Moscow, ASV Publ., 2013. 544 p. (In Russ.)
- 14. Wang J., Ma H., Qian J., Feng P., Tan X., Ma L. Experimental and theoretical study on the seepage mechanism characteristics coupling with confining pressure. *Engineering Geology*, 2021, vol. 291, pp. 106224. DOI: 10.1016/j.enggeo.2021.106224.
- 15. Pantyushina E.V. Loess soils and engineering methods for eliminating their subsidence properties. *Polzunovsky Bulletin*, 2011, no. 1, pp. 127–130. (In Russ.)
- 16. Ter-Martirosyan Z.G. Stress-strain state in a soil mass during its interaction with a pile and a deep foundation. *Bulletin of MGSU*, 2006, no. 1, pp. 38–49. (In Russ.)
- 17. Liu X., Zhang X., Fu X., Yang T., Su Z. Experimental study on creep characteristics of saturated Q2 loess. *Frontiers in Earth Science*, 2022, vol. 10, pp. 815275. DOI: 10.3389/feart.2022.815275.
- Liu Z., Liu F., Ma F., Wang M., Bai X., Zheng Y., Yin H. and Zhang G. Collapsibility, composition, and microstructure of loess in China. *Canadian Geotechnical Journal*, 2016, vol. 53 (4), pp. 1–45. DOI: 10.1139/cgj-2015-0285.
- 19. Guo Y., Ni W., Kou Z., Zhao Y., Nie Y. Experimental study on the permeability of compacted loess. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 2020, vol. 57, pp. 394–400. DOI: 10.1007/s11204-020-09683-y.
- Tarasenko E.O., Tarasenko V.S., Gladkov A.V. Mathematical modeling of compaction of subsidence loess soils of the North Caucasus by deep explosions. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2019, vol. 330, no. 11, pp. 94–101. (In Russ.) DOI: 10.18799/24131830/2019/11/2352.
- 21. Tarasenko E.O., Gladkov A.V., Gladkova N.A. Solution for inverse boundary value problems on the power of a concentrated charge in a mathematical model of subsidence soils compaction. *Mathematics and its applications in new computer systems*. *Lecture notes in networks and systems*, 2022, vol. 424, pp. 537–545. DOI: 10.1007/978-3-030-97020-8.
- 22. Tarasenko E.O., Gladkov A.V. Numerical solution of inverse problems in mathematical modeling of geological systems. *Bulletin* of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering, 2022, vol. 333, no. 1, pp. 105–112. (In Russ.) DOI: 10.18799/24131830/2022/1/3208.
- 23. Tarasenko E.O. Numerical simulation of gas atom coordinate dispersion in a mathematical model of deep blast compaction for subsidence soils. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 2023, vol. 19 (1), pp. 147–154. DOI: 10.22337/2587-9618-2023-19-1-147-154.
- 24. Li R.J., Liu J.D., Yan R., Zheng W., Shao Sh.J. Characteristics of structural loess strength and preliminary framework for joint strength formula. *Water Science and Engineering*, 2014, vol. 7 (3), pp. 319–330. DOI: 10.3882/j.issn.1674-2370.2014.03.007.
- Sviderskikh A.V., Noskov I.V. Analysis of changes in the characteristics of loess soils depending on porosity. Bulletin of Eurasian Science, 2019, vol. 11, no. 2. (In Russ.) Available at: https://esj.today/PDF/76SAVN219.pdf (accessed 17 July 2024).
- 26. Tarasenko E.O. Mathematical modeling of the strength properties of loesses by the method of correlation-regression analysis. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 2024, vol. 20 (1), pp. 171–181. DOI: 10.22337/2587-9618-2024-20-1-171-181.
- 27. Ascher U.M. Numerical methods for evolutionary differential equations. Philadelphia, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2008. 403 p. DOI: 10.1137/1.9780898718911.
- 28. Verzhbitsky V.M. Numerical methods: (mathematical analysis and ordinary differential equations). Moscow, Direct-Media Publ., 2013. 400 p. (In Russ.)
- 29. Vabishchevich P.N. Additive operator-difference schemes: splitting schemes. Berlin, Boston, De Gruyter, 2014. 354 p. DOI: 10.1515/9783110321463.
- 30. Knabner P., Angermann L. Numerical methods for elliptic and parabolic partial differential equations. New York, Springer, 2003. 426 p. DOI: 10.1007/b97419.
- Liu Y., Roberts J., Yan Y. A note on finite difference methods for nonlinear fractional differential equations with non-uniform meshes. *International Journal of Computer Mathematics*, 2017, vol. 95 (6–7), pp. 1151–1169. DOI: 10.1080/00207160.2017.1381691.

## Information about the author

**Elena O. Tarasenko**, Cand. Sc., Associate Professor, North Caucasus Federal University, 1, Pushkin street, Stavropol, 355009, Russian Federation; galail@mail.ru; https://orcid.org/0000-0002-6227-6999

Received: 26.07.2024 Revised: 10.09.2024 Accepted: 08.04.2025