

УДК 621.316.1.05:51.751-74  
DOI: 10.18799/24131830/2023/11/4482

## О рациональной размерности базиса регрессионной модели для задачи адаптивного краткосрочного прогнозирования состояния дискретной нестационарной динамической системы

А.С. Глазырин<sup>1,2</sup>, Е.В. Боловин<sup>1,3</sup>✉, О.В. Архипова<sup>2</sup>, В.З. Ковалев<sup>2,1</sup>, Р.Н. Хамитов<sup>4,5</sup>,  
С.Н. Кладиев<sup>1</sup>, А.А. Филипас<sup>1</sup>, В.В. Тимошкин<sup>1</sup>, В.А. Копырин<sup>4</sup>, Е.А. Беляускене<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Россия, г. Томск

<sup>2</sup> Югорский государственный университет, Россия, г. Ханты-Мансийск

<sup>3</sup> ООО ИНТ АО «ЭлеСи», Россия, г. Томск

<sup>4</sup> Тюменский индустриальный университет, Россия, г. Тюмень

<sup>5</sup> Омский государственный технический университет, Россия, г. Омск

✉ orange@tpu.ru

### Аннотация

**Актуальность.** На сегодняшний день существует множество методологий прогнозирования электропотребления различных объектов. Однако нет общей методологии, которая подходит для всех типов энергосистем, в том числе для отраслевых особенностей малых северных поселений и других объектов со стохастическим характером графиков потребления электрической энергии. При этом в ходе разработки проблемно-ориентированных методов прогнозирования необходимо по максимуму учитывать вычислительные и статистические особенности прогнозируемых временных рядов и адекватно их применять. Отмеченное обстоятельство побуждает к созданию критериев-индикаторов, позволяющих оценить качество применяемой модели для решения задачи прогнозирования, правильность ее построения и корректность применения априорной информации об объекте и его физических свойствах. **Цель:** разработка и применение критериев-индикаторов, позволяющих произвести оценку качества составления прогнозной регрессионной модели и влияние размерности базиса такой модели на погрешность прогнозирования. **Методы.** Выбор рациональной размерности базиса регрессионной модели для задачи адаптивного прогнозирования базируется на известных и разработанных критериях-индикаторах. Были сформулированы основные положения таких критериев-индикаторов, которые дают оценку качества обусловленности эквивалентной квадратной матрицы, наличия малоинформативных элементов матрицы, линейной зависимости столбцов. **Результаты.** На основании анализа критериев-индикаторов была выбрана рациональная размерность базиса регрессионной модели для задачи адаптивного краткосрочного прогнозирования состояния дискретных нестационарных динамических систем. **Выводы.** Проведен предварительный отбор наиболее перспективных критериев-индикаторов и разработан нормированный разностный фактор диагонального преобладания, что позволяет оценить влияние изменения размера базиса на качество составления регрессионной модели при построении подхода адаптивного краткосрочного прогнозирования потребления электроэнергии автономными энергосистемами малых северных поселений на основе методов регрессионного анализа. На основании анализа критериев-индикаторов получена информация о влиянии размерности базиса регрессионной модели на погрешность решения задачи прогнозирования, а также сформулированы дальнейшие этапы исследования для уменьшения данной погрешности. Предложен и описан один из способов улучшения качества прогнозной модели, при этом в ходе исследования выявлены зависимости погрешности прогнозирования от размера базиса регрессионной модели и успешно применены рассматриваемые в статье критерии-индикаторы. Подтверждено, что предварительно отобранные и разработанный критерии-индикаторы дают возможность на этапе составления эквивалентной квадратной матрицы и проведения предварительных действий над ней отслеживать изменения внутри матрицы, которые приведут к улучшению решения задачи адаптивного краткосрочного прогнозирования.

**Ключевые слова:** дискретная нестационарная динамическая система, адаптивное прогнозирование, размер базиса прогнозной регрессионной модели, улучшение качества прогнозной модели, критерии-индикаторы оценки рациональной размерности, нормированный разностный фактор диагонального преобладания.

**Благодарности:** Исследование выполнено в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № FENG-2023-0001 «Предиктивное управление потоками энергии электрогенерирующих комплексов Арктики и Крайнего Севера, при стохастических характерах потребления и генерации электрической энергии: теория, синтез, эксперимент»).

**Для цитирования:** О рациональной размерности базиса регрессионной модели для задачи адаптивного краткосрочного прогнозирования состояния дискретной нестационарной динамической системы / А.С. Глазырин, Е.В. Боловин, О.В. Архипова, В.З. Ковалев, Р.Н. Хамитов, С.Н. Кладиев, А.А. Филипас, В.В. Тимошкин, В.А. Копырин, Е.А. Беляускене // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2023. – Т. 334. – № 11. – С. 257–272. DOI: 10.18799/24131830/2023/11/4482

UDC 621.316.1.05:51.751-74  
DOI: 10.18799/24131830/2023/11/4482

## Rational dimension of a basis of a regression model for adaptive short-term forecasting the state of a discrete nonstationary dynamic system

A.S. Glazyrin<sup>1,2</sup>, E.V. Bolovin<sup>1,3</sup>✉, O.V. Arkhipova<sup>2</sup>, V.Z. Kovalev<sup>2</sup>, R.N. Khamitov<sup>4,5</sup>,  
S.N. Kladiev<sup>1</sup>, A.A. Filipas<sup>1</sup>, V.V. Timoshkin<sup>1</sup>, V.A. Kopyrin<sup>4</sup>, E.A. Beliauskene<sup>1</sup>

<sup>1</sup> National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russian Federation

<sup>2</sup> Yugra State University, Khanty-Mansiysk, Russian Federation

<sup>3</sup> LLC «INT» of JSC «EleSy», 161A, Altaiskaya street, Tomsk, 634021, Russian Federation

<sup>4</sup> Tyumen Industrial University, Tyumen, Russian Federation

<sup>5</sup> Omsk State Technical University, Omsk, Russian Federation

✉ orange@tpu.ru

### Abstract

**Relevance.** Today, there are many methodologies for predicting power consumption of various objects. However, there is no a general methodology that is suitable for all types of energy systems, including the sectoral characteristics of small northern settlements and other objects with the stochastic nature of electricity consumption schedules. At the same time, during the development of problem-oriented forecasting methods, it is necessary to take into account computational and statistical features of forecasted time series to the maximum and apply them adequately. The mentioned circumstance prompts the creation of criteria-indicators that allow evaluating the quality of the applied model for solving the forecasting problem, correctness of its construction and correctness of applying a priori information about the object and its physical properties. **Aim.** Develop and apply the criteria-indicators, which allow evaluating the quality of the forecast regression model and the influence of the dimensionality of such model base on a forecasting error. **Methods.** The choice of rational dimensionality of the regression model basis for the adaptive forecasting problem is based on the known and developed criteria-indicators. The main provisions of such criteria-indicators were formulated, which provide an assessment of the quality of conditioning of an equivalent square matrix, the presence of uninformative elements of the matrix, and linear dependence of the columns. **Results.** Based on the analysis of criteria-indicators, the authors selected a rational dimension of the regression model basis for the problem of adaptive short-term forecasting of the state of discrete non-stationary dynamic systems. **Conclusions.** The authors have previously selected the most promising criteria-indicators and developed a normalized difference factor of diagonal predominance. This allows us to evaluate the influence of the basis size change on the regression model quality when building an approach of adaptive short-term forecasting of electricity consumption by autonomous power systems of small northern settlements on the basis of regression analysis methods. Based on the analysis of criteria-indicators the authors obtained information about the influence of the regression model basis dimension on the forecasting problem solution error. The authors stated the further stages of research to reduce this error. The paper introduces and describes one of the ways to improve the forecasting model quality. The dependence of the forecasting error on the size of the regression model basis were revealed; the criteria-indicators considered in the article were successfully applied. It is confirmed that the pre-selected and developed criteria-indicators make it possible, at the stage of compiling an equivalent square matrix and performing preliminary actions on it, to track changes within the matrix. The changes will lead to improvement in the solution of the problem of adaptive short-term forecasting.

**Keywords:** discrete non-stationary dynamic system, adaptive forecasting, dimension of a basis of a forecasting regression model, improvement of the quality of a forecasting model, criteria-indicators of rational dimension estimation, normalized difference factor of diagonal dominance.

**Acknowledgements:** The research was carried out within the framework of the state assignment of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (theme no. FENG-2023-0001 "Predictive control of energy flows of power generating complexes of the Arctic and the Far North, with stochastic nature of consumption and generation of electrical energy: theory, synthesis, experiment").

**For citation:** Glazyrin A.S., Bolovin E.V., Arkhipova O.V., Kovalev V.Z., Khamitov R.N., Kladiev S.N., Filipas A.A., Timoshkin V.V., Kopyrin V.A., Beliauskene E.A. Rational dimension of a basis of a regression model for adaptive short-term forecasting the state of a discrete nonstationary dynamic system. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2023, vol. 334, no. 11, pp. 257–272. DOI: 10.18799/24131830/2023/11/4482

## Введение

Характер потребления электрической энергии малыми северными поселениями обусловлен их принадлежностью к социотехническим системам [1]. Наличие существенной роли человеческого фактора в таких системах приводит к появлению свойств стохастичности в указанных процессах потребления энергии. Использование возобновляемых источников энергии в качестве дополнительных систем генерации только усугубляет проблему стохастичности временных рядов потребления электрической энергии [2, 3]. Это, в свою очередь, приводит к необходимости прогнозирования [4–7] графика электрической нагрузки при решении задач оптимального выбора состава и типа оборудования электроэнергетической системы малого поселения и оптимального управления компонентами такой энергосистемы [8, 9].

Хотя существует множество методологий прогнозирования, на сегодня «не существует методологии, подходящей для всех энергосистем» [10]. Для крупных электроэнергетических систем достигнуты существенные успехи, как в плане теории, так и в плане практической реализации методик прогнозирования электропотребления. Например, международный коллектив ученых разработал новую систему прогнозирования графиков электропотребления, которая на данных Центральной энергосистемы Монголии показала точность полученных результатов (на сутки вперед) в 98,75 % [11].

В то же время попытки прямого применения имеющегося программного обеспечения прогнозирования временных рядов электропотребления малого северного поселения показали достигнутую точность всего 82,7 % [12].

Приведенные выше результаты показывают актуальность и необходимость разработки проблемно-ориентированных методов прогнозирования, учитывающих вычислительные/статистические особенности прогнозируемых временных рядов применительно к отраслевым особенностям малых северных поселений и других объектов со стохастическим характером графиков потребления электрической энергии [13, 14].

В работе [13] был предложен подход адаптивного краткосрочного прогнозирования потребления электроэнергии автономными энергосистемами малых северных поселений на основе методов регрессионного анализа, в котором производится ра-

циональное совмещение процессов идентификации коэффициентов при ортогональнобазисных функциях и перестраиваемости математической модели нестационарного дискретного динамического процесса на каждом шаге ретроспективного окна памяти процесса. При этом использовалась регрессионная модель, описываемая с помощью базиса, имеющего семь элементов. Данная работа посвящена поиску рационального размера базиса регрессионной модели. Прежде чем приступить к решению поставленной задачи, необходимо определить и привести критерии-индикаторы, с помощью которых можно увидеть влияние изменения размера базиса на качество составления регрессионной модели. На фоне вышесказанного нельзя забывать и о самой постановке задачи, представленной в [13], а именно задачи идентификации коэффициентов при базисных функциях и прогнозирования, которые являются одними из видов некорректных задач.

Для перехода к рассмотрению некорректных задач полезно напомнить о том, что является корректно поставленной задачей. Рассмотрим операторное уравнение:

$$\mathbf{AX}=\mathbf{B}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{A}$  – оператор, действующий из пространства с бесконечной размерностью  $\mathbf{X}$  в пространство с бесконечной размерностью  $\mathbf{B}$ . Суть задачи сводится к нахождению решения уравнения (1)  $\mathbf{X}$ , соответствующего заданной правой части  $\mathbf{B}$ . Данная задача будет корректно поставленной по Адамару [15, 16], если ее математическое решение будет иметь следующие свойства:

1. Решение существует.
2. Решение единственно. Данное условие обеспечивается, если  $\mathbf{A}$  является взаимно однозначным [17].
3. Решение непрерывно зависит от данных задачи, т. е. если  $\mathbf{B}_n \rightarrow \mathbf{B}$ ,  $\mathbf{Ax}_n \rightarrow \mathbf{B}_n$ ,  $\mathbf{AX}=\mathbf{B}$ , то  $\mathbf{X}_n \rightarrow \mathbf{X}$ . Данное условие означает, что обратный оператор  $\mathbf{A}^{-1}$  непрерывен.

Первое и второе условия говорят о существовании обратного оператора  $\mathbf{A}^{-1}$ , при этом его область определения совпадает с областью определения пространства  $\mathbf{B}$ . Соответственно некорректной задача считается, когда хотя бы одно из данных свойств нарушается.

В нашем случае как минимум третье условие явно нарушается [18], так как сигналы отклика региональных обособленных электротехнических

комплексов (РОЭТК) поступают в дискретном виде, соответственно, решение хоть и зависит от данных задачи, но его непрерывность под вопросом, что приводит к неустойчивости численного решения при вычислениях с конечной точностью.

Постановка вопроса о корректности задачи относится как к линейным объектам и описывающим их уравнениям, так и к нелинейным, без изменения основных свойств корректности. Однако нелинейные свойства объекта усложняют правильность составления оператора  $A$ , что может привести к невозможности получения решения и нарушению первого свойства корректности [15, 19, 20].

Информативность исходных данных существенно зависит от выбора интервала наблюдения сигнала. Например, при попадании на участок установившегося процесса задача оказывается плохо обусловленной, что может привести к большим ошибкам в оценках параметров [21].

Свойство устойчивости статистических характеристик шумов при малом числе наблюдений не проявляется в полной мере, поэтому методы идентификации, основанные на использовании априорных вероятностных распределений помех, оказываются теоретически необоснованными и, как следствие, неработоспособными. Таким образом, использование теории и методов идентификации, опирающихся на статистическую теорию оценивания и использующих априорные вероятностные распределения, не соответствует существу задачи оценивания по малому числу наблюдений. Для повышения точности идентификации в условиях неопределенности характеристик информативности полезных сигналов обычно применяют регуляризацию, основанную на теории некорректных задач [22, 23]. При статистической регуляризации обычно предполагается, что объем выборки достаточно большой.

Модель рассматриваемого объекта может оказаться построена таким образом, что несомненно приведет к плохой обусловленности задачи [24, 25]. В таких случаях традиционно считают, что данная проблема вычислительная. Указанное направление исследований имеет большое самостоятельное значение, возможно, поэтому эти результаты, как правило, не учитывают некоторые важные особенности оценивания по малому числу наблюдений [26].

При решении задачи идентификации на малых фрагментах сигналов их свойства и связанные с ними характеристики обусловленности существенно образом изменяются от фрагмента к фрагменту. Поэтому точностные свойства оценок по малому числу наблюдений с самого начала должны изучаться с учетом совместного влияния обоих факторов: ошибок в исходных данных и характеристик обусловленности (информативности полезных сиг-

налов). Однако в рамках статистической теории оценивания это не представляется возможным [27, 28].

Как было указано в [13], одним из элементов построения подхода адаптивного краткосрочного прогнозирования потребления электроэнергии автономными энергосистемами малых северных поселений на основе методов регрессионного анализа является необходимость вычисления коэффициентов при базисных функциях настраиваемой модели, описанной в виде линейной регрессии общего вида методом наименьших квадратов. В ходе данной процедуры формировалась переобусловленная система линейных алгебраических уравнений с дальнейшей записью в матричном виде и преобразованием прямоугольной матрицы базисных функций  $X$  в новую эквивалентную квадратную матрицу  $A=X^T X$  – процесс нормализации. Данная эквивалентная квадратная матрица, как было указано в [13], имеет ряд достоинств, таких как: ортогональность, ортонормированность, симметричность и положительная определенность. Соответственно, качество и адекватность заполнения, а также количество элементов такой эквивалентной матрицы является одним из важных аспектов решения поставленной задачи. Для понимания таких аспектов и контроля изменений при перестройке математической модели, а также влияния количества элементов базиса в данной работе предлагается рассмотреть следующие критерии-индикаторы:

1. Ранг матрицы.
2. Определитель матрицы.
3. Норма матрицы.
4. Число обусловленности.
5. Разработанный нормированный разностный фактор диагонального преобладания.

Для дальнейшего адекватного проведения сравнительного анализа вышеперечисленных критериев-индикаторов необходимо пометить, что ширина окна ретроспективного просмотра принималась  $T_{\text{окна}}=120$  периодов дискретизации  $\Delta t$ , где  $\Delta t=1$  мин, а частота самой низкочастотной гармоники  $\tilde{\omega}=1.818 \cdot 10^{-5}$  рад/с.

#### **Известные перспективные критерии-индикаторы оценивания влияния размера базиса на решение задачи прогнозирования энергопотребления**

Рассмотрим наиболее перспективные критерии-индикаторы, которые позволяют оценить влияние изменения размера базиса на качество составления регрессионной модели при построении подхода адаптивного краткосрочного прогнозирования потребления электроэнергии автономными энергосистемами малых северных поселений на основе методов регрессионного анализа, к которым можно отнести:

1. Ранг эквивалентной квадратной матрицы  $\text{rk}_A$  [28, 29].
2. Определитель эквивалентной квадратной матрицы  $\det(A)$  [30–32].
3. Норму эквивалентной квадратной матрицы  $\|A\|_2(t)$  [32–34]. В текущем исследовании будем использовать спектральную норму, как наиболее подходящую для решения задачи прогнозирования [35].
4. Число обусловленности эквивалентной квадратной матрицы, рассчитанное на основании спектральной нормы  $\text{cond}_2(A) = \|A\|_2 \cdot \|A^{-1}\|_2$  [32, 36].

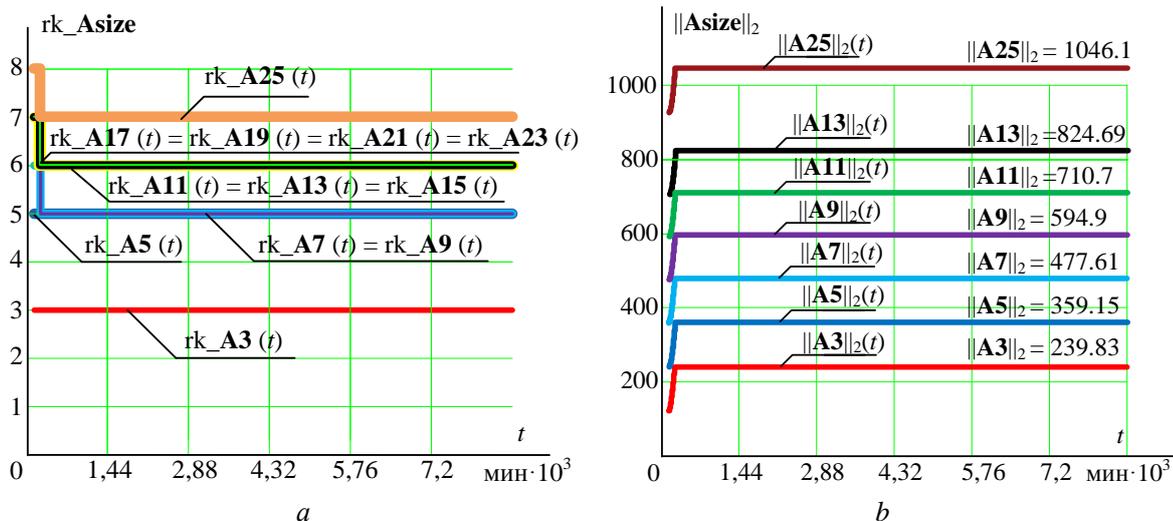
Проведем исследование изменения во времени представленных выше критериев-индикаторов эквивалентной квадратной матрицы  $A_{\text{size}}$  при изменении размерности регрессионной прогнозирующей модели «size». Например,  $A_7$  – эквивалентная квадратная матрица  $A$ , имеющая 7 элементов базиса (размерность 7) в течение рассматриваемого промежутка времени прогнозирования. Полученные результаты представлены на рис. 1–3.

Как видно из графиков изменения ранга эквивалентной квадратной матрицы  $A=X^T X$  (рис. 1, а), с увеличением количества элементов ортогонально-базисной прогнозирующей линейной регрессионной модели общего вида после семи элементов ранг матрицы становится меньше, чем количество столбцов матрицы. При этом отчетливо видно, что при количестве элементов базиса свыше 13 ранг матрицы становится в разы меньше, чем сама размерность матрицы. Таким образом, увеличение размерности матрицы  $A=X^T X$  после 11 элементов не вносит ощутимых изменений и не способствует получению новой информации для решаемой зада-

чи, но при этом для их реализации требуются дополнительные вычислительные ресурсы. Полученное свойство связано с изначальным выбором частоты основной гармоники, шириной окна ретроспективного просмотра при формировании матрицы и малым числом измерений.

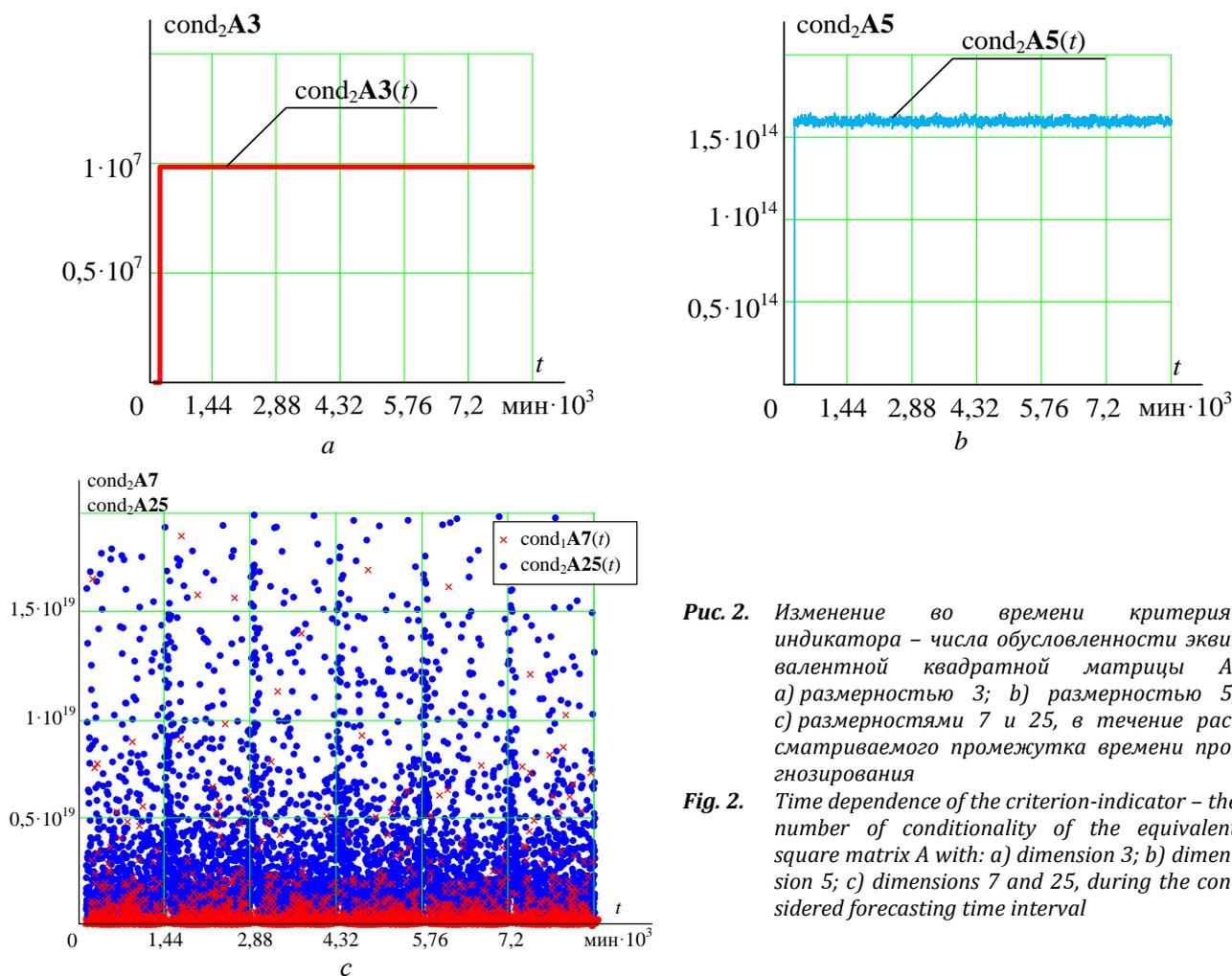
Из графиков процессов изменения спектральной нормы эквивалентной квадратной матрицы  $A$  при изменении ее размерности в течение рассматриваемого промежутка времени прогнозирования (рис. 1, б) видно, что при увеличении размерности матрицы значение спектральной нормы  $\|A\|_2$  увеличивается.

Из графиков изменения во времени критерия-индикатора – числа обусловленности эквивалентной квадратной матрицы  $A$  – при изменении ее размерности в течение рассматриваемого промежутка времени прогнозирования (рис. 2) видно, что при увеличении размерности матрицы значение числа обусловленности также возрастает. Данный процесс со временем становится более медленным, например, на рис. 2 видно, что среднее значение числа обусловленности эквивалентной квадратной матрицы  $A$  размерностью 7 находится около  $0,1 \cdot 10^{19}$ , а среднее значение числа обусловленности эквивалентной квадратной матрицы  $A$  размерностью 25 находится около  $0,3 \cdot 10^{19}$ . При этом вне зависимости от размера матрицы число обусловленности имеет большое значение, что еще раз подтверждает плохую обусловленность эквивалентной квадратной матрицы  $A$ . Переменный характер числа обусловленности связан с непостоянным характером спектральной нормы обратной эквивалентной квадратной матрицы  $A$ .



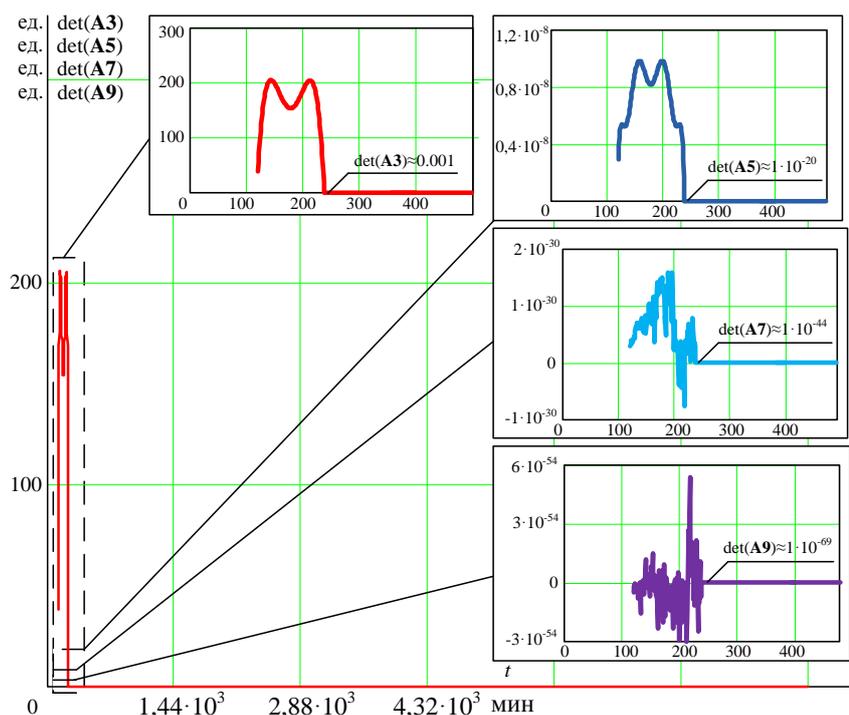
**Рис. 1.** Изменение во времени критерия-индикатора: а) ранга; б) спектральной нормы эквивалентной квадратной матрицы  $A$  при изменении ее размерности в течение рассматриваемого промежутка времени прогнозирования

**Fig. 1.** Time dependence of a criterion-indicator: a) rank; b) spectral norm of the equivalent square matrix  $A$  at its dimensionality changes during the considered forecasting time interval



**Рис. 2.** Изменение во времени критерия-индикатора – числа обусловленности эквивалентной квадратной матрицы  $A$ : а) размерностью 3; б) размерностью 5; в) размерностями 7 и 25, в течение рассматриваемого промежутка времени прогнозирования

**Fig. 2.** Time dependence of the criterion-indicator – the number of conditionality of the equivalent square matrix  $A$  with: a) dimension 3; b) dimension 5; c) dimensions 7 and 25, during the considered forecasting time interval



**Рис. 3.** Изменение во времени критерия-индикатора – определителя эквивалентной квадратной матрицы  $A$  – при изменении ее размерности в течение рассматриваемого промежутка времени прогнозирования

**Fig. 3.** Time dependence of the criterion-indicator – determinant of the equivalent square matrix  $A$ , when its dimensionality changes during the considered forecasting time interval

Из рис. 3 видно, что определитель эквивалентной квадратной матрицы  $A=X^T X$  вне зависимости от ее размерности близок к нулю, что еще раз подтверждает, что задача является плохообусловленной, ее решение прямыми методами решения матричных уравнений может привести к большим погрешностям или полному расхождению оценок и математического ожидания данных оценок. Также на основании процессов изменения во времени критерия-индикатора (рис. 3) можно утверждать, что с увеличением количества элементов базиса определитель стремится к нулю. Данное свойство сохраняется и при больших размерностях матрицы (не приведено на рис. 3).

Еще одной важной особенностью представленного рис. 2 является наличие вычислительной погрешности при нахождении значения определителя матрицы. Проанализировав определители  $\det(A7)$  и  $\det(A9)$ , можно увидеть, что определитель на некотором временном отрезке становится отрицательным, чего не может быть с математической точки зрения [37]. Данное несоответствие связано с вычислительной точностью ЭВМ и машинными алгоритмами округления, которые зависят от архитектуры микропроцессора и его математического сопроцессора (FPU – floating point unit) [38], а также с особенностью системы компьютерной алгебры MathCAD 15 M045, с помощью которой проводились данные исследования. Характеристики ЭВМ и процессора приведены на рис. 4 и в [39].

При использовании другого микропроцессора или программного продукта вычислительной математики для решения задачи выбора рациональной размерности базиса регрессионной модели для за-

дачи адаптивного краткосрочного прогнозирования состояния дискретной нестационарной динамической системы результат может быть иным, что необходимо учитывать при дальнейшей работе.

### Нормированный разностный фактор диагонального преобладания эквивалентной квадратной матрицы $A=X^T X$

Для построения нормированного разностного фактора диагонального преобладания, который будет выступать в качестве критерия-индикатора обусловленности и/или мультиколлинеарности эквивалентной квадратной матрицы  $A=X^T X$ , необходимо напомнить свойство диагонального преобладания. Квадратная матрица  $A_{nn}$  обладает свойством диагонального преобладания, если для каждого  $i=1, \dots, n$

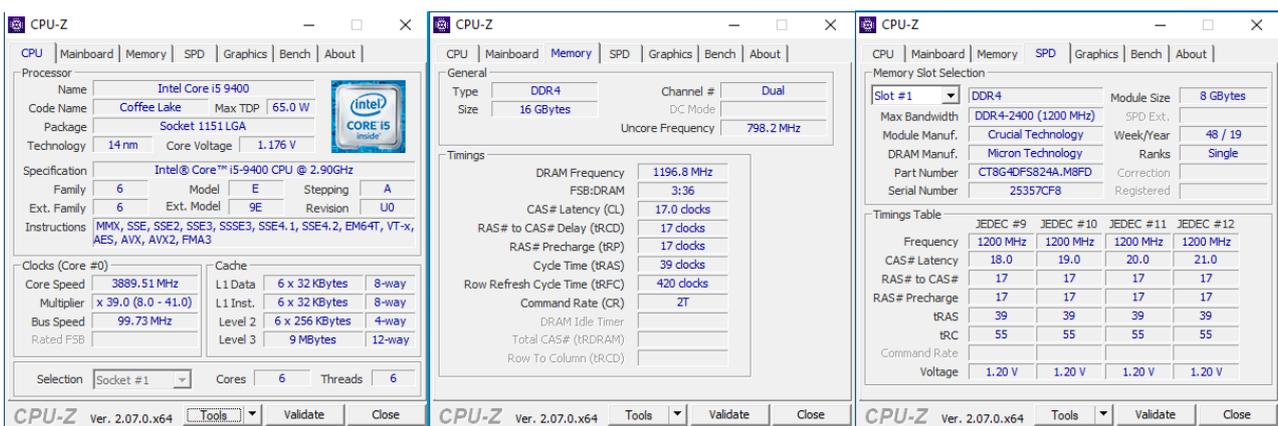
$$|a_{ii}| \geq \sum_{j \neq i} |a_{ij}|, \quad (2)$$

причем хотя бы одно из этих неравенств является строгим.

Для того чтобы построить нормированный разностный фактор диагонального преобладания матрицы преобразуем (2) в виде разницы между модулем элемента главной диагонали матрицы и суммы модулей всех остальных элементов в строке матрицы, т. е.

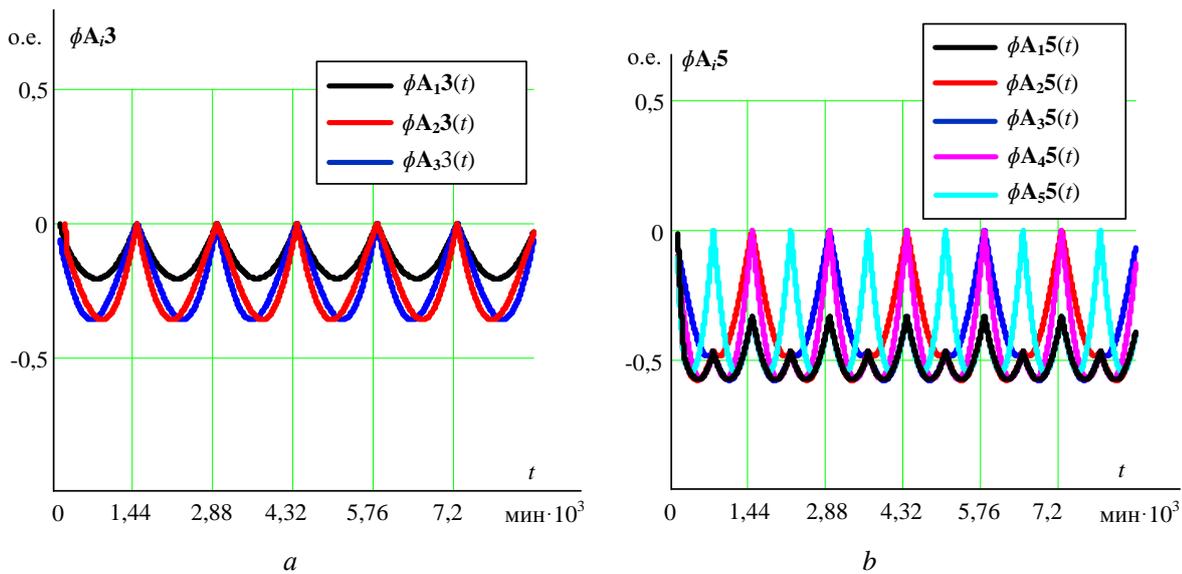
$$fA_i = |a_{ii}| - \sum_{j \neq i} |a_{ij}|, \quad i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

где  $n$  – размерность регрессионной модели.



**Рис. 4.** Характеристики используемого микропроцессора для решения задачи выбора рациональной размерности базиса регрессионной модели при построении подхода адаптивного краткосрочного прогнозирования состояния дискретной нестационарной динамической системы

**Fig. 4.** Characteristics of the used microprocessor for solving the problem of choosing the rational dimensionality of the regression model basis when building the approach of adaptive short-term forecasting of the discrete non-stationary dynamic system condition



**Fig. 5.** *Изменение во времени критерия-индикатора – нормированного разностного фактора диагонального преобладания во всех строках эквивалентной квадратной матрицы  $A$ : а) размерность 3; б) размерностью 5, в течение рассматриваемого промежутка времени прогнозирования*

**Fig. 5.** *Time dependence of the criterion-indicator – normalized difference factor of diagonal predominance in all rows of the equivalent square matrix  $A$  (a) of dimension 3 (b) of dimension 5 during the considered forecasting time interval*

На основании (3) получается, что, если имеется диагональное преобладание, значение  $fA_i$  будет больше нуля, если такое преобладание отсутствует,  $fA_i \leq 0$ . Однако такой результат для разных строк будет зависеть от входных данных и будет измеряться в абсолютных единицах, что не является практичным при разных размерах регрессионной модели. Соответственно необходимо привести уравнение (3) к такому виду, чтобы полученный результат был представлен в относительных единицах:

$$\phi A_i = \frac{|a_{ii}| - \sum_{j \neq i} |a_{ij}|}{|a_{1,1}| + |a_{2,2}| + \dots + |a_{n,n}|}. \quad (4)$$

На основании (4) можно утверждать, что если  $\phi A_i > 0$ , то имеется диагональное преобладание в рассматриваемой строке, если  $\phi A_i \leq 0$ , то преобладание отсутствует.

Рассмотрим поведение нормированного разностного фактора диагонального преобладания эквивалентной квадратной матрицы  $A = X^T X$  размерностью 3 в течение рассматриваемого промежутка времени прогнозирования (рис. 5) На рис. 5 приведены изменения нормированного разностного фактора диагональных преобладаний для каждой строчки эквивалентной квадратной матрицы, где  $\phi A_i, \text{size}(t)$  – изменение нормированного разностного фактора диагонального преобладания в  $i$ -й строке эквивалентной квадратной матрицы  $A$ , имеющей «size» элементов базиса (размерность «size») в те-

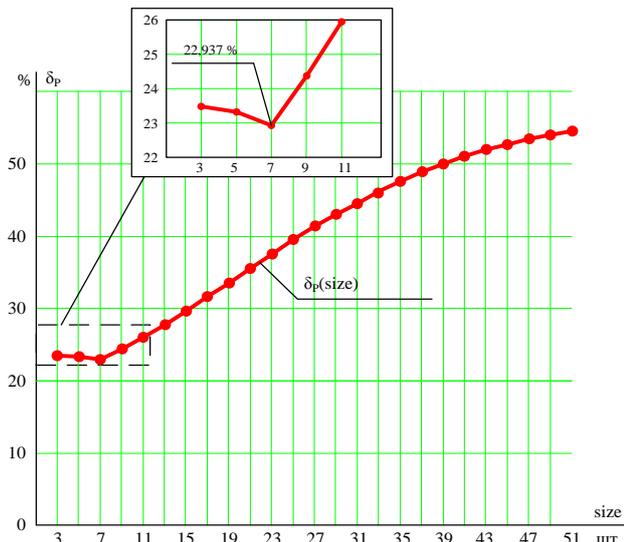
чение рассматриваемого промежутка времени прогнозирования, например,  $\phi A_{13}(t)$  – изменение нормированного разностного фактора диагонального преобладания в первой строке эквивалентной квадратной матрицы  $A$ , имеющей 3 элемента базиса (размерность 3) в течение рассматриваемого промежутка времени прогнозирования.

Из графиков (рис. 5, а, б) и на основании (4) видно, что вне зависимости от размерности регрессионной модели диагональное преобладание отсутствует во всех строках эквивалентной квадратной матрицы  $A$ . При увеличении размерности модели диагональное преобладание также отсутствует, при этом преобладание  $\phi A$  становится меньше.

#### Способы улучшения качества оценки прогноза

Рассмотрев и проанализировав предложенные в начале данной работы критерии-индикаторы для решения задачи формирования подхода адаптивного краткосрочного прогнозирования потребления электроэнергии автономными энергосистемами малых северных поселений на основе методов регрессионного анализа, можно сделать вывод, что элементы регрессионной модели размерностью, начиная с девяти и выше, привносят больше компонентов погрешности, чем компонентов полезного сигнала. На это указывают следующие критерии-индикаторы: определитель и ранг матрицы. Критерии-индикаторы определитель и число обусловленности матрицы при решении поставленной задачи больше указывают на то, что задача плохо-

обусловленная вне зависимости от размера матрицы. Полученные результаты отображаются и при исследовании поведения погрешности прогнозирования с использованием регрессионной модели, представленной в работе [13], в зависимости от размера (size) – увеличения количества элементов базиса данной модели (рис. 6).



**Рис. 6.** Поведение погрешности прогнозирования  $\delta_p(\text{size})$  в зависимости от размера (size) регрессионной модели

**Fig. 6.** Behavior of a prediction error  $\delta_p(\text{size})$  depending on the regression model size

Из графика (рис. 6) видно, что наименьшее значение погрешности прогнозирования получается при регрессионной модели размерностью 7, что не противоречит результатам, полученным при исследовании предложенных критериев-индикаторов.

Проведем исследования изменения критериев-индикаторов при изменении регрессионной модели размерностью 7, которая состояла из следующих базисных функций

$$\begin{aligned} \varphi_0(t) &= 1, \quad \varphi_1(t) = \sin(1 \cdot \tilde{\omega} \cdot t), \quad \varphi_2(t) = \cos(1 \cdot \tilde{\omega} \cdot t), \\ \varphi_3(t) &= \sin(2 \cdot \tilde{\omega} \cdot t), \quad \varphi_4(t) = \cos(2 \cdot \tilde{\omega} \cdot t), \\ \varphi_5(t) &= \sin(3 \cdot \tilde{\omega} \cdot t), \quad \varphi_6(t) = \cos(3 \cdot \tilde{\omega} \cdot t), \end{aligned}$$

где  $\tilde{\omega} = 2 \cdot \pi \cdot \tilde{f} = 1.818 \cdot 10^{-5}$  рад/с [13]. На основании решения задачи МНК настройки коэффициентов данной регрессионной модели формировалась преобусловленная система линейных алгебраических уравнений с дальнейшей записью в матричном виде и преобразованием прямоугольной матрицы базисных функций  $\mathbf{X}$  в новую эквивалентную квадратную матрицу  $\mathbf{A} = \mathbf{X}^T \mathbf{X}$ , которую отметим как **A7\_const1**. Изменения будут заключаться в следу-

ющем – первую базисную функцию возьмем ни как постоянную составляющую, равную единице, а как постоянную, которая будет равна среднему значению всех полученных откликов РОЭТК за первые сутки. Такой учет априорной информации должен способствовать уменьшению времени успокоения внутренних переходных процессов в эквивалентных подсистемах и тем самым более точно и оперативно находить необходимые коэффициенты при базисных функциях [40]. Эквивалентную квадратную матрицу  $\mathbf{A} = \mathbf{X}^T \mathbf{X}$ , полученную на основании такой регрессионной модели при условии

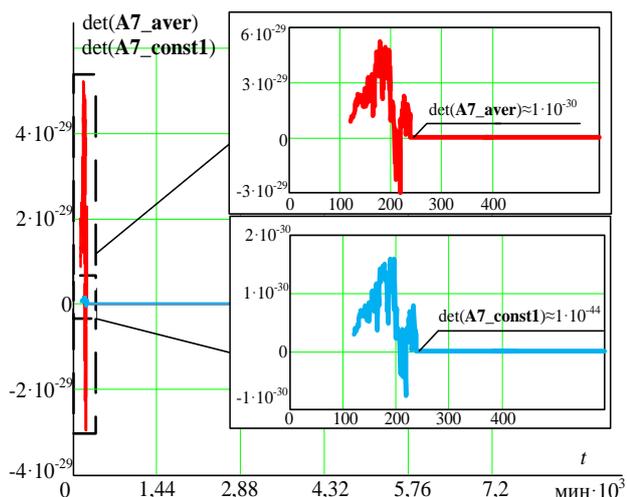
$$\varphi_0(t) = \frac{\sum_{t=1}^{1440} P_{\text{экс}}(t)}{1440} = \text{aver},$$

где  $P_{\text{экс}}(t)$  – отклики РОЭТК[9], отметим как **A7\_aver**.

Приведем исследования изменения во времени критериев-индикаторов эквивалентных квадратных матриц, полученных на основании регрессионной модели с первой базисной функцией  $\varphi_0(t)=1$  **A7\_const1** и с первой базисной функцией  $\varphi_0(t)=\text{aver}$  **A7\_aver** (рис. 7–9).

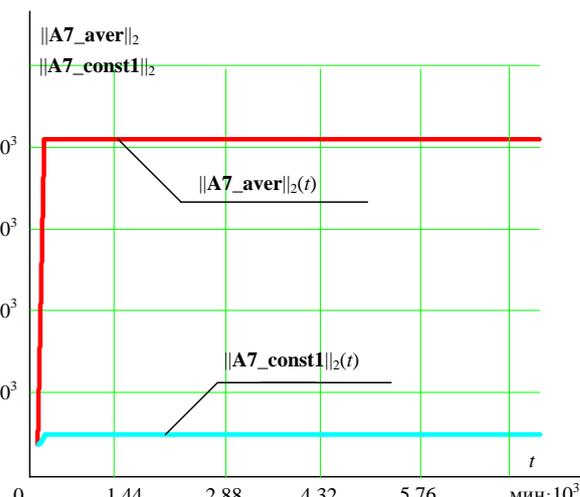
На рис. 7–9 не приведено сравнение критерия-индикатора – ранга эквивалентных квадратных матриц **rk\_A7\_const1** и **rk\_A7\_aver** – в связи с тем, что данный критерий-индикатор ведет себя одинаково вне зависимости от значения  $\varphi_0(t)$ . На основании изменения во времени критерия-индикатора – определителя эквивалентной квадратной матрицы **A7\_const1** и **A7\_aver** (рис. 7) – можно утверждать, что изменение первой базисной функции приводит к улучшению обусловленности матрицы на несколько порядков, однако задача все равно является плохо-обусловленной. Критерий-индикатор – нормированный разностный фактор диагонального преобладания эквивалентных квадратных матриц  $\phi A_i$  **const1** и  $\phi A_i$  **aver** (рис. 9) – показывает, что изменение первой базисной функции приводит к явному диагональному преобладанию в первой строке, диагональное преобладание в других строках стало больше, но все равно меньше нуля. На основании вышесказанного можно утверждать, что изменение значения первой базисной функции регрессионной модели приводит к улучшению эквивалентной квадратной матрицы, что должно привести и к уменьшению погрешности прогнозирования.

Построим графики поведения погрешностей прогнозирования с использованием регрессионной модели с первой базисной функцией  $\varphi_0(t)=1$   $\delta_p_{\text{const1}}(\text{size})$  и с первой базисной функцией  $\varphi_0(t)=\text{aver}$   $\delta_p_{\text{aver}}(\text{size})$  в зависимости от размера (size) регрессионной модели (рис. 10).



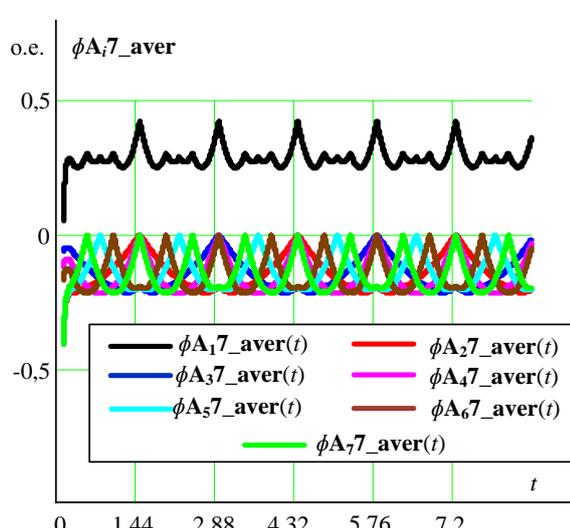
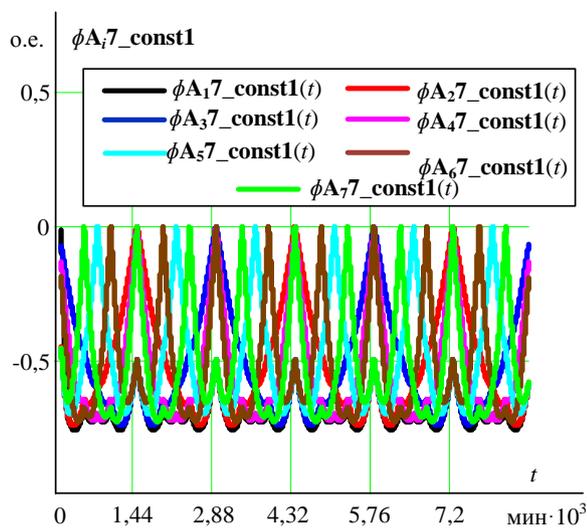
**Рис. 7.** Изменение во времени критерия-индикатора – определителя эквивалентной квадратной матрицы  $A$ , имеющей 7 элементов базиса, с первой базисной функцией  $\varphi_0(t)=1 \det(A7\_const1)$  и с первой базисной функцией  $\varphi_0(t)=aver \det(A7\_aver)$  в течение рассматриваемого промежутка времени прогнозирования

**Fig. 7.** Time dependence of the criterion-indicator – determinant of the equivalent square matrix  $A$ , having 7 basis elements, from the first basis function  $\varphi_0(t)=1 \det(A7\_const1)$  and from the first basis function  $\varphi_0(t)=aver \det(A7\_aver)$  during the considered forecasting time interval



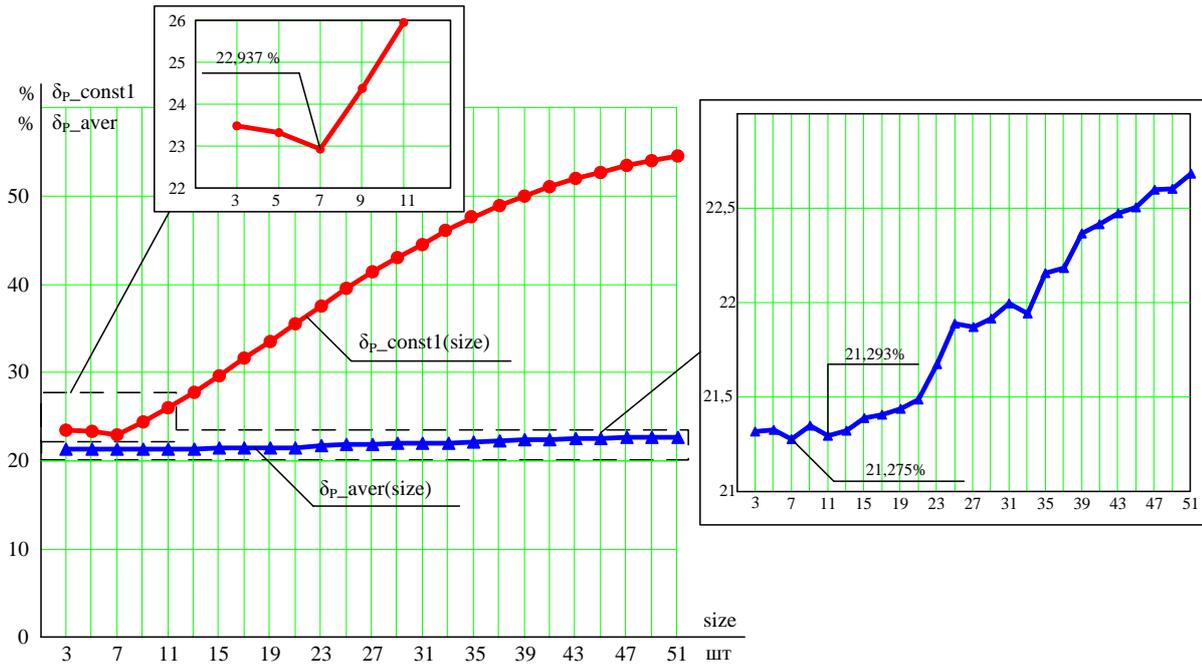
**Рис. 8.** Изменение во времени критерия-индикатора – спектральной нормы эквивалентной квадратной матрицы  $A$ , имеющей 7 элементов базиса, с первой базисной функцией  $\varphi_0(t)=1||A7\_const1||_2(t)$  и с первой базисной функцией  $\varphi_0(t)=aver||A7\_aver||_2(t)$  в течение рассматриваемого промежутка времени прогнозирования

**Fig. 8.** Time dependence of the criterion-indicator – spectral norm of the equivalent square matrix  $A$ , having 7 basis elements, from the first basis function  $\varphi_0(t)=1||A7\_const1||_2(t)$  and from the first basis function  $\varphi_0(t)=aver||A7\_aver||_2(t)$  during the considered interval of forecasting time



**Рис. 9.** Изменение во времени критерия-индикатора – нормированного разностного фактора диагонального преобладания в семи строках эквивалентной квадратной матрицы  $A$ , имеющей 7 элементов базиса: а) с первой базисной функцией  $\varphi_0(t)=1 \phi A_i7\_const1(t)$ ; б) с первой базисной функцией  $\varphi_0(t)=aver \phi A_i7\_aver(t)$ , при изменении ее размерности в течение рассматриваемого промежутка времени прогнозирования

**Fig. 9.** Time dependence of the criterion-indicator – normalized difference factor of diagonal predominance in seven rows of the equivalent square matrix  $A$ , having 7 elements of the basis: а) from the first basis function  $\varphi_0(t)=1 \phi A_i7\_const1(t)$ ; б) from the first basis function  $\varphi_0(t)=aver \phi A_i7\_aver(t)$ , at change in its dimensionality during the considered interval of forecasting time



**Рис. 10.** Зависимость погрешности прогнозирования с использованием регрессионной модели с первой базисной функцией  $\varphi_0(t)=1$   $\delta_{p\_const1}(size)$  и с первой базисной функцией  $\varphi_0(t)=aver$   $\delta_{p\_aver}(size)$  от размера ( $size$ ) регрессионной модели

**Fig. 10.** Dependence of the prediction error using the regression model with the first basis function  $\varphi_0(t)=1$   $\delta_{p\_const1}(size)$  and with the first basis function  $\varphi_0(t)=aver$   $\delta_{p\_aver}(size)$  on the regression model size

Из графиков (рис. 10) видно, что зависимость погрешности прогнозирования с использованием регрессионной модели с первой базисной функцией  $\varphi_0(t)=aver$   $\delta_{p\_aver}(size)$  меньше, чем зависимость погрешности прогнозирования с изначально рассматриваемой моделью. Вторая особенность заключается в том, что с увеличением количества элементов регрессионной модели погрешность увеличивается, но незначительно.

### Выводы

1. Рассмотрены наиболее перспективные критерии-индикаторы, которые позволяют оценить влияние изменения размера базиса на качество составления регрессионной модели при построении подхода адаптивного краткосрочного прогнозирования потребления электроэнергии автономными энергосистемами малых северных поселений на основе методов регрессионного анализа. По предложенным критериям-индикаторам необходимо отметить следующее:

- Ранг матрицы показывает, что при увеличении количества элементов регрессионной модели, особенно после 11, дополнительные элементы не вносят ощутимых изменений повышения качества прогноза и не способствуют получению новой информации для решения задачи прогнозирования.

- Определитель матрицы указывает на плохую обусловленность задачи прогнозирования вне зависимости от размера регрессионной модели, при этом при увеличении размерности задача становится менее обусловленной.
  - Из рассмотренных норм матрицы была выявлена наиболее подходящая для решения указанной задачи – спектральная норма. В данном случае при увеличении размерности регрессионной модели нормы также увеличиваются.
  - На основании исследования числа обусловленности матрицы было выявлено, что на начальных этапах с увеличением размера регрессионной модели число обусловленности увеличивается на порядки. При дальнейшем увеличении размерности регрессионной модели тенденция возрастания числа обусловленности сохраняется, но разница начинает составлять соизмеримые величины. При этом вне зависимости от размерности модели задача является плохо обусловленной и/или имеет малоинформативные элементы матрицы.
2. В связи с недостаточной полнотой набора из известных критериев-индикаторов был разработан дополнительный критерий-индикатор – нормированный разностный фактор диагонального преобладания. Данный критерий показал,

что при увеличении числа элементов регрессионной модели диагональное преобладание во всех строках матрицы уменьшается.

3. Анализ критериев-индикаторов побуждает к тому, что одним из последующих этапов исследования должно быть изменение ширины окна просмотра при неизменном шаге дискретизации, который должен повлиять на поведение критериев-индикаторов и тем самым уменьшить погрешность прогнозирования.
4. Проведено исследование зависимости погрешности прогнозирования от размера регрессионной модели. Выявлено, что наиболее точной моделью для решения задачи построения подхода адаптивного краткосрочного прогнозирования потребления электроэнергии автономными энергосистемами малых северных поселений на основе методов регрессионного анализа яв-

ляется модель с семью базисными функциями. Стоит отметить, что при увеличении размерности модели погрешность возрастает на 1–2 % от предыдущей модели. Также на основании зависимости погрешности прогнозирования от размера регрессионной модели можно утверждать, что был найден как минимум один локальный экстремум решаемой задачи.

5. Предложен способ улучшения качества прогнозной модели, что подтвердили предложенные в статье критерии-индикаторы. Данные критерии-индикаторы дают возможность без решения конечной задачи на этапе составления матрицы и проведения предварительных действий, например регуляризации, отслеживать изменения внутри матрицы, которые приведут к улучшению решения задачи адаптивного краткосрочного прогнозирования.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Обзор современных моделей и методов анализа временных рядов динамики процессов в социальных, экономических и социотехнических системах / Е.Г. Андрианова, С.А. Головин, С.В. Зыков, С.А. Лесько, Е.Р. Чукалина // Российский технологический журнал. – 2020. – Т. 8. – № 4 (36). – С. 7–45. DOI: 10.32362/2500-316X-2020-8-4-7-45.
2. Зубакин В.А., Ковшов Н.М. Методы и модели анализа волатильности потребления электроэнергии с учетом цикличности и стохастичности // Стратегии бизнеса. – 2015. – № 7. – С. 24–29. DOI: 10.17747/2311-7184-2015-7-4.
3. Гужов С.В. Развитие моделей и методов предиктивного анализа энергопотребления региональных объектов в условиях недостатка информации // Известия Транссиба. – 2023. – № 1 (53). – С. 110–120.
4. Short term load forecasting using evolutionary algorithm for Tajikistan / B.M. Hussein, H.G. Abood, M. Firuz, I. Nadtoka // International Journal of Power Electronics and Drive Systems. – 2023. – V. 14. – № 4. – P. 1894–1900. DOI: 10.11591/ijpeds.v14.i3.pp1894-1900.
5. Short-term wind speed forecasting based on adaptive secondary decomposition and robust temporal convolutional network / G. Zhang, Y. Zhang, H. Wang, D. Liu, R. Cheng, D. Yang // Energy. – 2023. DOI: 10.1016/j.energy.2023.129618.
6. Son N., Shin Y. Short- and medium-term electricity consumption forecasting using prophet and GRU // Sustainability. – 2023. – V. 14. – № 22. – P. 1–16. DOI: 10.3390/su152215860.
7. Yang W., Jia L., Xu Y. Adaptive data decomposition based quantile-long-short-term memory probabilistic forecasting framework for power demand side management of energy system // Computers and Electrical Engineering. – 2023. – V. 106. – P. 1–21. DOI: 10.1016/j.compeleceng.2023.108584.
8. Обухов С.Г., Ибрагим А. Оптимизация состава оборудования гибридных энергетических систем с возобновляемыми источниками энергии // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Энергетика. – 2020. – Т. 20. – № 2. – С. 64–76. DOI: 10.14529/power200206.
9. Давыдов Д.Ю., Обухов С.Г. Модель скорости ветра на основе дробного стохастического процесса // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2021. – Т. 332. – № 5. – С. 39–48. DOI: 10.18799/24131830/2021/05/3184.
10. Русина А.Г., Тувшин О., Матренин П.В. Прогнозирование суточного графика электропотребления рабочих дней с учетом метеофакторов для центральной энергосистемы Монголии // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. – 2022. – Т. 24. – № 2. – С. 98–107. DOI: 10.30724/1998-9903-2022-24-2-97-106.
11. Ученые создали систему прогноза суточного электропотребления с высокой точностью. URL: <https://www.eprussia.ru/news/base/2023/7544174.htm> (дата обращения 15.04.2023).
12. Исследование подходов к краткосрочному прогнозированию электропотребления малыми северными поселениями в составе РОЭТК / В.З. Ковалев, О.В. Архипова, А.В. Шицелов, С.Ю. Швецов // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2023. – № 8. – С. 196–204. DOI: 10.24412/2071-6168-2023-8-196-197.
13. Адаптивное краткосрочное прогнозирование потребления электроэнергии автономными энергосистемами малых северных поселений на основе методов ретроспективного регрессионного анализа / А.С. Глазырин, Е.В. Боловин, О.В. Архипова, В.З. Ковалев, Р.Н. Хамитов, С.Н. Кладиев, А.А. Филипас, В.В. Тимошкин, В.А. Копырин // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2023. – Т. 334. – № 4. – С. 231–248. DOI: 10.18799/24131830/2023/4/4213.
14. Адаптивное краткосрочное прогнозирование потребления электроэнергии автономными энергосистемами малых северных поселений на основе методов корреляционного анализа / Ю.Н. Исаев, О.В. Архипова, В.З. Ковалев, Р.Н. Хамитов // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2023. – Т. 334. – № 2. – С. 224–239. DOI: 10.18799/24131830/2023/2/4076.
15. Hadamard J. Sur les Problèmes aux Dérivées Partielles et Leur Signification Physique // Princeton University Bulletin. – 1902. – V. 13. – P. 49–52.

16. Barboteu M., Sofonea M. Well-posed constrained problems with applications in contact mechanics // *Nonlinear Analysis: Real World Applications*. – 2023. – V. 72. – P. 1–25. DOI: 10.1016/j.nonrwa.2023.103841.
17. Strang G. *Introduction to linear algebra*. 5th ed. – USA: Wellesley-Cambridge Press, 2021. – 584 p.
18. Пирковский А.А. *Спектральная теория и функциональные исчисления для линейных операторов*. – М.: Изд-во МЦНМО, 2010. – 176 с.
19. Porcelli M., Simoncini V. Numerical solution of a class of quasi-linear matrix equations // *Linear Algebra and its Applications*. – 2023. – V. 664. – P. 349–368. DOI: 10.48550/arXiv.2209.00897.
20. Grosan C., Abraham A. A new approach for solving nonlinear equations system // *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics. Part a: systems and humans*. – 2008. – V. 38. – № 3. – P. 698–714. DOI: 10.1109/TSMCA.2008.918599.
21. Лебедева А.В., Рябов В.М. О численном решении систем линейных алгебраических уравнений с плохо обусловленными матрицами // *Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия*. – 2019. – Т. 6 (64). – Вып. 4. – С. 619–626. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2019.407.
22. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. *Методы решения некорректных задач*. 2-е изд. – М.: Наука, 1979. – 288 с.
23. Tensorial conditional gradient method for solving multidimensional ill-posed problems / O. Benchettou, A.H. Bentbib, A. Bouhamidi, K. Kreit // *Applied Numerical Mathematics*. – 2022. – V. 173. – P. 222–238. DOI: 10.1016/j.apnum.2021.12.002.
24. Košir T., Plestenjak B. On the singular two-parameter eigenvalue problem II // *Linear Algebra and its Applications*. – 2022. – V. 649. – P. 433–451. DOI: 10.1016/j.laa.2022.05.013.
25. Гантмахер Ф.Р. *Теория матриц*. – М.: Наука, 1967 – 576 с.
26. Фурсов В.А. Идентификация систем по малому числу наблюдений. – Самара: Изд-во СГАУ, 2007. – 79 с.
27. Солодников В.В. Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. – М.: Физматгиз, 1960. – 655 с.
28. Lyche T. *Numerical linear algebra and matrix factorizations*. – Switzerland: Springer Nature Switzerland AG, 2020. – 376 p.
29. Sang-il Oum Rank connectivity and pivot-minors of graphs // *European Journal of Combinatorics*. – 2023. – V. 108. – P. 1–23. DOI: 10.1016/j.ejc.2022.103634.
30. Shitov Ya. On the determinant of a sparse 0-1 matrix // *Linear Algebra and its Applications*. – 2018. – V. 554. – P. 49–50. DOI: 10.1016/j.laa.2018.05.019.
31. Matrix-based vs. vector-based linear discriminant analysis: a comparison of regularized variants on multivariate time series data / J. Zhao, H. Liang, Sh. Li, Zh. Yang, Zh. Wang // *Information Sciences*. – 2024. – V. 654. DOI: 10.1016/j.ins.2023.119872. URL: <https://www.x-mol.net/paper/article/1722436594495672320> (дата обращения 15.04.2023).
32. Митришкин Ю.В. *Линейные математические модели динамических систем с управлением*. – М.: Издательская группа URSS, 2019. – 464 с.
33. Gao K., Huang Zh., Guo L. Low-rank matrix recovery problem minimizing a new ratio of two norms approximating the rank function then using an ADMM-type solver with applications // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. – 2024. – V. 438. – P. 1–23. DOI: 10.1016/j.cam.2023.115564. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377042723005083> (дата обращения 15.04.2023).
34. Ланкастер П. *Теория матриц*. – М.: Наука, 1973. – 280 с.
35. Павлов А.С., Ушаков А.В. Скалярная оценка качества векторных процессов дискретной многоканальной системы с неопределенными параметрами // *Изв. вузов. Приборостроение*. – 2018. – Т. 61. – № 1. – С. 22–31. DOI: 10.17586/0021-3454-2018-61-1-22-31.
36. Боловин Е.В., Глазырин А.С. Способы повышения обусловленности матриц при решении систем разностных уравнений в задачах идентификации параметров динамических объектов // *Известия Томского политехнического университета*. – 2013. – Т. 322. – № 2. – С. 51–55.
37. Houston R., Goucher A.P., Johnston N. A new formula for the determinant and bounds on its tensor and waring ranks // *Rings and Algebras*. – 2023. – V. 108. – P. 1–29. DOI: 10.48550/arXiv.2301.06586.
38. Григорьев В.Л. *Микропроцессор i486. Архитектура и программирование*. В 2 т. – М.: ТОО «ГРАНАЛ», 1993. – 720 с.
39. CPU-World. Intel Core i5-9400F specifications. URL: [https://www.cpu-world.com/CPUs/Core\\_i5/Intel-Core%20i5%20i5-9400F.html](https://www.cpu-world.com/CPUs/Core_i5/Intel-Core%20i5%20i5-9400F.html) (дата обращения 15.04.2023).
40. Сергеев В.Л. *Непараметрический метод учета априорной информации при идентификации стохастических систем: дис. ... д-ра техн. наук*. – Томск, 2000. – 267 с.

## REFERENCES

1. Andrianova E.G., Golovin S.A., Zykov S.V., Lesko S.A., Chukalina E.R. Review of modern models and methods of analysis of time series of dynamics of processes in social, economic and socio-technical systems. *Russian Technological Journal*, 2020, vol. 8, no. 4, pp. 7–45. In Rus. DOI: 10.32362/2500-316X-2020-8-4-7-452.
2. Zubakin V.A., Kovshov N.M. Methods and analysis models of electricity consumption in view of cyclisity and stochastics. *Business Strategies*, 2015, no. 7, pp. 24–29. In Rus. DOI: 10.17747/2311-7184-2015-7-4.
3. Guzhov S.V. Development of models and methods for predictive analysis of energy consumption of regional facilities in conditions of lack of information. *Journal of Transsib Railway Studies*, 2023, no. 1 (53), pp. 110–120. In Rus.
4. Hussein B.M., Abood H.G., Firuz M., Nadtoka I. Short term load forecasting using evolutionary algorithm for Tajikistan. *International Journal of Power Electronics and Drive Systems*, 2023, vol. 14, no. 4, pp. 1894–1900. DOI: 10.11591/ijpeds.v14.i3.pp1894-1900.
5. Zhang G., Zhang Y., Wang H., Liu D., Cheng R., Yang D. Short-term wind speed forecasting based on adaptive secondary decomposition and robust temporal convolutional network. *Energy*, 2023. DOI: 10.1016/j.energy.2023.129618.
6. Son N., Shin Y. Short- and medium-term electricity consumption forecasting using prophet and GRU. *Sustainability*, 2023, vol. 14, no. 22, pp. 1–16. DOI: 10.3390/su152215860.

7. Yang W., Jia L., Xu Y. Adaptive data decomposition based quantile-long-short-term memory probabilistic forecasting framework for power demand side management of energy system. *Computers and Electrical Engineering*, 2023, vol. 106, pp. 1–21. DOI: 10.1016/j.compeleceng.2023.108584.
8. Obukhov S.G., Ibrahim A. Optimization of equipment composition of hybrid energy systems with renewable energy sources. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Power Engineering*, 2020, vol. 20, no. 2, pp. 64–76. In Rus. DOI: 10.14529/power200206.
9. Davydov D.Y., Obukhov S.G. Wind speed model based on fractional stochastic process. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2021, vol. 332, no. 5, pp. 39–48. DOI: 10.18799/24131830/2021/05/3184.
10. Rusina A.G., Tuvshin O., Matrenin P.V. Forecasting the daily energy load schedule of working days using meteofactors for the central power system of Mongolia. *Power engineering: research, equipment, technology*, 2022, vol. 24, no. 2, pp. 98–107. In Rus. DOI: 10.30724/1998-9903-2022-24-2-97-106.
11. Uchenye sozdali sistemu prognoza sutochnogo elektropotrebleniya s vysokoy tochnostyu [Forecast of daily power consumption with a high threshold]. Available at: <https://www.eprussia.ru/news/base/2023/7544174.htm> (accessed 15 April 2023).
12. Kovalev V.Z., Arkhipova O.V., Shitselov A.V., Shvetsov S.Yu. Research of approaches to short-term forecasting of electricity consumption by small northern settlements as part of the ROETC. *Izvestiya TulGU*, 2023, no. 8, pp. 196–204. In Rus. DOI: 10.24412/2071-6168-2023-8-196-197.
13. Glazyrin A.S., Bolovin E.V., Arkhipova O.V., Kovalev V.Z., Khamitov R.N., Kladiyev S.N., Filipas A.A., Timoshkin V.V., Kopyrin V.A. Adaptive short-term forecasting of electricity consumption by autonomous power systems of small northern settlements based on retrospective regression analysis methods. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2023, vol. 334, no. 4, pp. 231–248. DOI: 10.18799/24131830/2023/4/4213.
14. Isaev Y.N., Arkhipova O.V., Kovalev V.Z., Khamitov R.N. Adaptive short-term forecasting of electricity consumption by autonomous power systems of small northern settlements based on correlation analysis methods. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2023, vol. 334, no. 2, pp. 224–239. DOI: 10.18799/24131830/2023/2/4076.
15. Hadamard J., Sur les Problemes aux Derivees Partielles et Leur Signification Physique [On partial differential problems and their physical significance]. *Princeton University Bulletin*, 1902, vol. 13, pp. 49–52.
16. Barboteu M., Sofonea M. Well-posed constrained problems with applications in contact mechanics. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 2023, vol. 72, pp. 1–25. DOI: 10.1016/j.nonrwa.2023.103841.
17. Strang G. *Introduction to linear algebra*. 5<sup>th</sup> ed. USA, Wellesley-Cambridge Press, 2021. 584 p.
18. Pirkovskiy A.A. *Spektralnaya teoriya i funktsionalnye ischisleniya dlya lineynykh operatorov* [Spectral theory and functional calculus for linear operators]. Moscow, MCNMO Publ., 2010. 176 p.
19. Porcelli M., Simoncini V. Numerical solution of a class of quasi-linear matrix equations. *Linear Algebra and its Applications*, 2023, vol. 664, pp. 349–368. DOI: 10.48550/arXiv.2209.00897.
20. Grosan C., Abraham A. A new approach for solving nonlinear equations system. *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics. Part a: systems and humans*, 2008, vol. 38, no. 3, pp. 698–714. DOI: 10.1109/TSMCA.2008.918599.
21. Lebedeva A.V., Ryabov V.M. On the numerical solution of system of linear algebraic equations with ill-conditioned matrices. *Vestnik of Saint Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2019, vol. 6 (64), Iss. 4, pp. 619–626. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2019.407.
22. Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Methods for solving ill-posed problems]. 2<sup>nd</sup> ed. Moscow, Nauka Publ., 1979. 288 p.
23. Benchettou O., Bentbib A.H., Bouhamidi A., Kreit K. Tensorial conditional gradient method for solving multidimensional ill-posed problems. *Applied Numerical Mathematics*, 2022, vol. 173, pp. 222–238. DOI: 10.1016/j.apnum.2021.12.002.
24. Košir T., Plestenjak B. On the singular two-parameter eigenvalue problem II. *Linear Algebra and its Applications*, 2022, vol. 649, pp. 433–451. DOI: 10.1016/j.laa.2022.05.013.
25. Gantmaher F.R. *Teoriya matrits* [Matrix theory]. Moscow, Nauka Publ., 1967. 576 p.
26. Fursov V.A. *Identifikatsiya sistem po malomu chislu nablyudeniy* [Identification of systems from a small number of observations]. Samara, SGAU Publ., 2007. 79 p.
27. Solodnikov V.V. *Statisticheskaya dinamika lineynykh sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Statistical dynamics of linear automatic control systems]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1960. 655 p.
28. Lyche T. *Numerical linear algebra and matrix factorizations*. Switzerland, Springer Nature Switzerland AG, 2020. 376 p.
29. Sang-il Oum. Rank connectivity and pivot-minors of graphs. *European Journal of Combinatorics*, 2023, vol. 108, pp. 1–23. DOI: 10.1016/j.ejc.2022.103634.
30. Shitov Ya. On the determinant of a sparse 0-1 matrix. *Linear Algebra and its Applications*, 2018, vol. 554, pp. 49–50. DOI: 10.1016/j.laa.2018.05.019.
31. Zhao J., Liang H., Li Sh., Yang Zh., Wang Zh. Matrix-based vs. vector-based linear discriminant analysis: a comparison of regularized variants on multivariate time series data. *Information Sciences*, 2024, vol. 654. DOI: 10.1016/j.ins.2023.119872. Available at: <https://www.x-mol.net/paper/article/1722436594495672320> (accessed 15 April 2023).
32. Mitrishkin Yu.V. *Lineynye matematicheskie modeli dinamicheskikh sistem s upravleniem* [Linear mathematical models of dynamic systems with control]. Moscow, URSS Publ., 2019. 464 p.
33. Gao K., Huang Zh., Guo L. Low-rank matrix recovery problem minimizing a new ratio of two norms approximating the rank function then using an ADMM-type solver with applications. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2024, vol. 438, pp. 1–23. DOI: 10.1016/j.cam.2023.115564. Available at: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377042723005083> (accessed 15 April 2023).
34. Lankaster P. *Teoriya matrits* [Matrix theory]. Moscow, Nauka Publ., 1973. 280 p.
35. Pavlov S., Ushakov A.V. Scalar evaluation of quality of vector processes in discrete multichannel system with uncertain parameters. *Journal of Instrument Engineering*, 2018, vol. 61, no 1, pp. 22–31. In Rus. DOI: 10.17586/0021-3454-2018-61-1-22-31.

36. Bolovin E.V., Glazyrin A.S. Methods for increasing the conditionality of matrices when solving systems of difference equations in problems of identifying parameters of dynamic objects. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2013, vol. 322, no 2, pp. 51–55.
37. Houston R., Goucher A.P., Johnston N. A new formula for the determinant and bounds on its tensor and waring ranks. *Rings and Algebras*, 2023, vol. 108, pp. 1–29. DOI: 10.48550/arXiv.2301.06586.
38. Grigoryev V.L. *Mikroprotsessor i486. Arkhitektura i programirovanie* [Microprocessor i486. Architecture and programming]. Moscow, TOO "GRANAL" Publ., 1993. 720 p.
39. *CPU-World. Intel Core i5-9400F specifications*. Available at: [https://www.cpu-world.com/CPU/Core\\_i5/Intel-Core%20i5%20i5-9400F.html](https://www.cpu-world.com/CPU/Core_i5/Intel-Core%20i5%20i5-9400F.html) (accessed 15 April 2023).
40. Sergeev V.L. *Neparametricheskii metod ucheta apriornoj informatsii pri identifikatsii stokhasticheskikh sistem*. Dis. Dokt. nauk [Nonparametric method for taking into account a priori information in the identification of stochastic systems. Dr. Diss.]. Tomsk, 2000. 267 p.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

**Александр Савельевич Глазырин**, доктор технических наук, профессор отделения электроэнергетики и электротехники Инженерной школы энергетики Национального исследовательского Томского политехнического университета, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30; профессор Политехнической школы Югорского государственного университета, Россия, 628012, г. Ханты-Мансийск, ул. Чехова, 16; [asglazyrin@tpu.ru](mailto:asglazyrin@tpu.ru); <https://orcid.org/0000-0003-4138-5982>

**Евгений Владимирович Боловин**, кандидат технических наук, доцент отделения электроэнергетики и электротехники Инженерной школы энергетики Национального исследовательского Томского политехнического университета, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30; инженер-программист ООО ИНТ АО «ЭлеСи», Россия, 634021, г. Томск, ул. Алтайская, 161А; [orange@tpu.ru](mailto:orange@tpu.ru); шифр специальности ВАК: 05.09.03, 05.09.01; <https://orcid.org/0000-0002-8483-8999>

**Ольга Владимировна Архипова**, старший преподаватель Политехнической школы Югорского государственного университета, Россия, 628012, г. Ханты-Мансийск, ул. Чехова, 16; [arkh82@mail.ru](mailto:arkh82@mail.ru); <https://orcid.org/0000-0002-8773-8846>

**Владимир Захарович Ковалев**, доктор технических наук, профессор Политехнической школы Югорского государственного университета, Россия, 628012, г. Ханты-Мансийск, ул. Чехова, 16; профессор отделения автоматизации и робототехники Инженерной школы информационных технологий и робототехники Национального исследовательского Томского политехнического университета, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30; [vz\\_kovalev@mail.ru](mailto:vz_kovalev@mail.ru); <https://orcid.org/0000-0002-4512-6868>

**Рустам Нуриманович Хамитов**, доктор технических наук, профессор кафедры электроэнергетики Института промышленных технологий и инжиниринга, Тюменский индустриальный университет, Россия, 625000, г. Тюмень, ул. Володарского, 38; профессор кафедры электрической техники Энергетического института, Омский государственный технический университет, Россия, 644050, г. Омск, пр. Мира, 11; [apple\\_27@mail.ru](mailto:apple_27@mail.ru); <https://orcid.org/0000-0001-9876-5471>

**Сергей Николаевич Кладиев**, кандидат технических наук, доцент отделения электроэнергетики и электротехники Инженерной школы энергетики Национального исследовательского Томского политехнического университета, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30; [kladiev@tpu.ru](mailto:kladiev@tpu.ru); <https://orcid.org/0000-0001-9432-0176>

**Александр Александрович Филипас**, кандидат техниче-

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Alexander S. Glazyrin**, Dr. Sc., Professor, National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russian Federation; Professor, Yuga State University, 16, Chekhov street, Khanty-Mansiysk, 628012, Russian Federation; [asglazyrin@tpu.ru](mailto:asglazyrin@tpu.ru); <https://orcid.org/0000-0003-4138-5982>

**Evgeniy V. Bolovin**, Cand. Sc, Associate Professor National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russian Federation; Software Engineer, LLC «INT» of JSC «EleSy», 161A, Altaiskaya street, Tomsk, 634021, Russian Federation; [orange@tpu.ru](mailto:orange@tpu.ru); <https://orcid.org/0000-0002-8483-8999>

**Olga V. Arkhipova**, Senior Lecturer, Yuga State University, 16, Chekhov street, Khanty-Mansiysk, 628012, Russian Federation; [arkh82@mail.ru](mailto:arkh82@mail.ru); <https://orcid.org/0000-0002-8773-8846>

**Vladimir Z. Kovalev**, Dr. Sc., Professor, Yuga State University, 16, Chekhov street, Khanty-Mansiysk, 628012, Russian Federation; Professor, National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russian Federation; [vz\\_kovalev@mail.ru](mailto:vz_kovalev@mail.ru); <https://orcid.org/0000-0002-4512-6868>

**Rustam N. Khamitov**, Dr. Sc., Professor, Tyumen Industrial University, 38, Volodarsky street, Tyumen, 625000, Russian Federation; Omsk State Technical University, 11, Mira avenue, Omsk, 644050, Russian Federation; [apple\\_27@mail.ru](mailto:apple_27@mail.ru); <https://orcid.org/0000-0001-9876-5471>

**Sergey N. Kladiev**, Cand. Sc, Associate Professor, National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russian Federation; [kladiev@tpu.ru](mailto:kladiev@tpu.ru); <https://orcid.org/0000-0001-9432-0176>

**Alexander A. Filipas**, Cand. Sc, Associate Professor, National Research Tomsk

ских наук, доцент отделения автоматизации и робототехники Инженерной школы информационных технологий и робототехники Национального исследовательского Томского политехнического университета, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30; filipas@tpu.ru; <https://orcid.org/0000-0002-5376-5416>

**Вадим Владимирович Тимошкин**, кандидат технических наук, доцент отделения автоматизации и робототехники Инженерной школы информационных технологий и робототехники Национального исследовательского Томского политехнического университета, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30; timoshkinvv@tpu.ru; <https://orcid.org/0000-0001-5116-5508>

**Владимир Анатольевич Копырин**, кандидат технических наук, доцент кафедры электроэнергетики Тюменского индустриального университета, Россия, 625000, г. Тюмень, ул. Володарского, 38; kopyrinva@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0002-7515-4018>

**Евгения Александровна Беляускене**, старший преподаватель отделения математики и математической физики Инженерная школа ядерных технологий Национального исследовательского Томского политехнического университета, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30; eam@tpu.ru; <https://orcid.org/0000-0002-1638-4366>

Поступила: 18.04.2023

Поступила после рецензирования: 16.05.2023

Принята к публикации: 01.11.2023

Polytechnic University, 30, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russian Federation; filipas@tpu.ru; <https://orcid.org/0000-0002-5376-5416>

**Vadim V. Timoshkin**, Cand. Sc, Associate Professor, National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russian Federation; timoshkinvv@tpu.ru; <https://orcid.org/0000-0001-5116-5508>

**Vladimir A. Kopyrin**, Cand. Sc., Associate Professor, Industrial University of Tyumen, 38, Volodarsky street, Tyumen, 625000, Russian Federation; kopyrinva@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0002-7515-4018>

**Evgeniia A. Beliauskene**, Senior Lecturer, National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russian Federation; ; eam@tpu.ru <https://orcid.org/0000-0002-1638-4366>

Received: 18.04.2023

Revised: 16.05.2023

Accepted: 01.11.2023