

УДК 532.546.2

DOI: 10.18799/24131830/2024/10/4421

Шифр специальности ВАК: 1.1.9; 2.8.4

Решение задачи с малым параметром при фильтрации суспензии в пористой среде

Е.Н. Архипова[✉], А.Я. Гильманов, А.П. Шевелёв

Тюменский государственный университет, Россия, г. Тюмень

[✉]stud0000222738@study.utmn.ru

Аннотация. *Актуальность* обусловлена необходимостью расчёта изменения фильтрационно-емкостных свойств в ходе закачки суспензий для последующего прогнозирования технологических параметров работы скважин. Такой расчёт осложняется наличием разномасштабных эффектов, поскольку глубина проникновения дисперсных частиц на порядки меньше характерных размеров пласта. Эти эффекты ранее не были детально исследованы. *Цель:* с помощью математической модели фильтрации суспензии в пористой среде проанализировать влияние малого параметра на поведение характеристик потока. *Объекты:* коэффициент кольтматации, коэффициент фильтрации, распределение концентрации дисперсных частиц в пласте, пористость, математическая модель глубокого проникновения частиц в пористую среду. *Методы:* численное моделирование, явная конечно-разностная схема, решение задачи с малым параметром, введение безразмерных параметров, метод характеристик. *Результаты и выводы.* Показано, что процессы выравнивания профиля приёмистости и кольтматации пористой среды описываются в рамках единой системы уравнений глубокого проникновения дисперсных частиц в пористую среду. Установлено, что концентрация осаждённых частиц является малым параметром, позволяющим свести полную систему уравнений глубокого проникновения дисперсных частиц в пористую среду к упрощённому виду, при котором решение может быть получено аналитически с помощью метода характеристик. Проведено сопоставление решений полной и упрощённой систем уравнений глубокого проникновения дисперсных частиц в пористую среду, свидетельствующее об их соответствии с погрешностью менее 4 %. Получены распределения концентрации дисперсных частиц и пористости в пласте при кольтматации, показывающие, что с течением времени фронт кольтматации распространяется с постоянной скоростью. Показано, что коэффициент кольтматации имеет важное значение для процесса вытеснения нефти водой и выступает в качестве малого параметра. Уменьшение коэффициента кольтматации приводит к замедлению скорости вытеснения и увеличению размеров стабилизированной зоны около фронта вытеснения.

Ключевые слова: малый параметр, фильтрация в пористой среде, полимер, дисперсные частицы, кольтматация, закон Дарси, модель глубокого проникновения частиц

Для цитирования: Архипова Е.Н., Гильманов А.Я., Шевелёв А.П. Решение задачи с малым параметром при фильтрации суспензии в пористой среде // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2024. – Т. 335. – № 10. – С. 7–18. DOI: 10.18799/24131830/2024/10/4421

UDC 532.546.2

DOI: 10.18799/24131830/2024/10/4421

Solution of the problem with a small parameter in suspension filtration in a porous medium

E.N. Arkhipova[✉], A.Ya. Gilmanov, A.P. Shevelev

University of Tyumen, Tyumen, Russian Federation

[✉]stud0000222738@study.utmn.ru

Abstract. *Relevance.* The necessity to calculate the changes in filtration properties during injection of suspensions for subsequent forecasting of technological parameters of wells. This calculation is complicated by the presence of different-scale ef-

fects, since the penetration depth of dispersed particles is orders of magnitude smaller than the characteristic dimensions of the formation. These effects have not been studied in detail before. **Aim.** To analyze the effect of a small parameter on the behavior of flow characteristics using a mathematical model of suspension filtration in a porous medium. **Objects.** Colmatation coefficient, filtration coefficient, distribution of concentration of dispersed particles in the formation, porosity, mathematical model of deep-bed suspension migration into a porous medium. **Methods.** Numerical modeling, explicit finite-difference scheme, solution of a problem with a small parameter, introduction of dimensionless parameters, method of characteristics. **Results and conclusions.** It is shown that the processes of conformance control and colmatation of a porous medium are described within the framework of a unified system of equations of deep-bed suspension migration into a porous medium. It is identified that the concentration of retained particles is a small parameter that allows reducing the complete system of equations of deep-bed suspension migration into a porous medium to a simplified form, in which the solution can be obtained analytically using the method of characteristics. The authors compared the solutions of the complete and simplified systems of equations of deep-bed suspension migration into a porous medium, indicating their compliance with an error of less than 4%. They obtained the distributions of the concentration of dispersed particles and porosity in the reservoir during colmatation, showing that over time the colmatation front propagates at a constant rate. It is shown that the colmatation coefficient is a small parameter that significantly determines the nature of oil displacement by water, and a decrease in the colmatation coefficient leads to a decrease in the rate of colmatation and the appearance and growth of the size of the stabilized zone near the displacement front.

Keywords: small parameter, filtration in porous medium, polymer, dispersed particles, colmatation, Darcy's law, deep-bed suspension migration model

For citation: Arkhipova E.N., Gilmanov A.Ya., Shevelev A.P. Solution of the problem with a small parameter in suspension filtration in a porous medium. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2024, vol. 335, no. 10, pp. 7–18. DOI: 10.18799/24131830/2024/10/4421

Введение

Большинство физических процессов описывается линейными дифференциальными уравнениями в частных производных первого и второго порядка [1–4]. Рассматриваемые процессы протекают в пространстве и времени, а уравнения содержат соответствующие производные. Поэтому для однозначности решения ставится задача Коши, заключающаяся в определении состояния системы по её известной начальной конфигурации [1, 5–7], а также краевая задача на границах рассматриваемой области [6, 8, 9].

Уравнения параболического типа описывают монотонное распространение физического параметра в рассматриваемой области. В частности, к уравнениям параболического типа [6] относятся уравнения массо- и теплопереноса – уравнения диффузии и теплопроводности [2, 10, 11]. В ряде задач наблюдаются разрывные распределения физических величин в области моделирования [12–14]. Такое поведение решения справедливо для уравнений гиперболического типа первого порядка, в частности для закона сохранения массы [3, 15].

Решения дифференциальных уравнений в частных производных первого и второго порядка для описания физических процессов являются корректными в случае, если сами уравнения являются эволюционными, то есть дающими истолкование этих процессов как последовательную смену некоторых состояний без наличия существенных флуктуаций [16]. В случае системы дифференциальных уравнений в частных производных их эволюционность определяется из решения задачи Штурма–

Лиувилля вещественностью собственных значений матриц коэффициентов [17].

В ряде случаев при описании физических систем необходимо учитывать процессы, происходящие после эволюционной смены состояний. В таком случае задача сводится к интегродифференциальным уравнениям типа Вольтерра или к дифференциальным уравнениям с запаздывающим аргументом [18].

Большинство физических задач в общей постановке не имеет аналитических решений, либо поиск таких решений требует больших вычислительных мощностей и временных затрат. Преимуществом эволюционных уравнений является их пригодность к использованию численных методов решения, так как в случае малого шага расчётной численной сетки по времени описывается последовательная смена близких состояний физической системы, определяемых начальными условиями [19]. Такие малые шаги по времени можно рассматривать как малые параметры при решении эволюционных систем уравнений.

Актуальность решения задач с малым параметром обусловлена разномасштабностью возникающих процессов в механике многофазных систем, например, при малообъёмных закачках физико-химических реагентов для управления процессом заводнения в нефтяном пласте [20]. В таких задачах в качестве малого параметра выступает размер оторочки реагента [20]. Малый параметр может стоять как коэффициент перед старшей производной (такие задачи называются сингулярно возмущёнными) или в граничных условиях.

С помощью условий, накладываемых на значения малого параметра, для рассматриваемого вида уравнений необходимо контролировать выполнение условий теоремы Коши о существовании и единственности решения [21].

Для решения задач с малым параметром необходимо использование специальных методов теории дифференциальных уравнений, аппарата математического анализа и математической физики [22], в том числе учитывающих возможность эффекта пограничного слоя [23]. При наличии такого эффекта определённые значения малого параметра могут приводить к существенным изменениям решения вблизи границы рассматриваемой области [23], что и наблюдается в процессе применения физико-химических методов увеличения нефтеотдачи пластов [20], в частности суспензий. Кроме того, решение таких уравнений непрерывно зависит от значения малого параметра [24, 25].

Распространённым подходом для моделирования задач подземной гидромеханики является использование гидродинамических симуляторов [26, 27]. В этих симуляторах хорошо себя зарекомендовали методы механики сплошных сред. Однако в настоящее время не исследована корректность применения этих симуляторов для решения задач с малым параметром.

Другим распространённым подходом к моделированию процессов фильтрации суспензий в пласте является использование модели глубокого проникновения частиц реагента в пористую среду [28–30]. В этой модели снижение пористости и проницаемости пласта из-за оседания дисперсных частиц описывается введением двух параметров – коэффициентов фильтрации и повреждения породы. На практике эта модель используется для описания процессов в ходе применения технологии выравнивания профиля приёмистости (выравнивания скоростей фильтрации и расходов по пропласткам) нагнетательной скважины. Целесообразным видится её применение также для описания схожего процесса кольматации пористой среды при заводнении. Глубина проникновения дисперсных частиц при этом не превышает нескольких метров [20], следовательно, эта глубина и является малым параметром, что отмечается в данной работе впервые. Целью настоящей работы является решение задачи фильтрации суспензии в пористой среде в локальной области вблизи добывающей скважины. Впервые в рамках единой модели рассматриваются процессы выравнивания профиля приёмистости нагнетательной скважины и кольматации при заводнении, указываются малые параметры в каждом случае.

Математическая модель глубокого проникновения дисперсных частиц в пористую среду

Представлена модель однородной пористой среды, насыщенной раствором полимера (рис. 1).

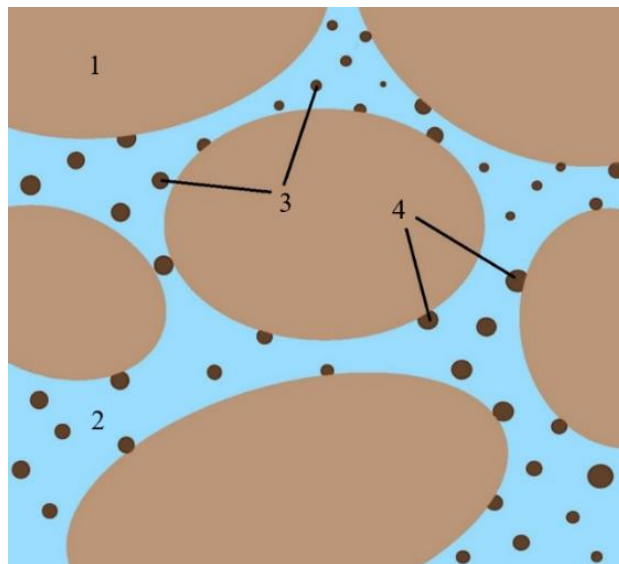


Рис. 1. Пористая среда. Обозначения: 1 – порода; 2 – раствор полимера; 3 – частицы в потоке; 4 – частицы, удержанные на скелете пористой среды

Fig. 1. Porous medium. Description: 1 – rock; 2 – polymer solution; 3 – particles in flow; 4 – particles retained on the rock matrix

Концентрация дисперсных частиц в растворе полимера обозначается массовой концентрацией c . В то же время часть частиц σ , относящаяся к объёму пористой среды, задерживается в сужениях поровых каналов (на скелете пористой среды).

Предполагается, что скорость раствора полимера и взвешенных в нем частиц является одинаковой и равной u (частицы полностью увлекаются несущей фазой), а также если пренебречь диффузионной частью в выражении для плотности потока, что справедливо для достаточно крупных частиц [20], закон сохранения массы частиц записывается в виде:

$$\frac{\partial((m_0 - \sigma)c + \sigma)}{\partial t} + \vec{\nabla}(\vec{u}c) = 0, \quad (1)$$

где t – время; m_0 – начальная пористость.

Первое слагаемое в (1) учитывает тот факт, что при осаждении частиц значение пористости уменьшается [20], и определяет, сколько в единице объёма пористой среды содержится частиц.

Скорость осаждения частиц зависит от концентрации частиц на единицу объёма пористой среды, массовой концентрации частиц в полимере и скорости фильтрации [20]. Обычно полагается, что

полимер присутствует во всем потоке с постоянной начальной концентрацией. В рассматриваемом процессе полимерная составляющая играет роль «цемента», который закрепляет захваченные частицы на скелете породы. С другой стороны, полимер удерживает свободные частицы во взвешенном состоянии. В результате в скорости захвата частиц не будет члена, отвечающего за срывание частиц и затягивание их обратно в поток [20].

Для описания динамики концентрации удержанных частиц можно использовать классическое уравнение глубокого проникновения частиц [20, 28–30]:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \lambda u c, \quad (2)$$

где λ – коэффициент фильтрации.

Коэффициент фильтрации в (2) определяют экспериментально [30] и нередко считают постоянным. Однако в общем виде λ считают функцией от концентрации осажденных частиц в единице объема пористой среды [28, 29]:

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 - \frac{\sigma}{m_0}\right), \quad (3)$$

где λ_0 – коэффициент фильтрации до закачки суспензии полимера.

Для описания течения раствора полимера в пористой среде можно использовать модифицированное уравнение Дарси, учитывающее снижение проницаемости за счет осаждения частиц [20]:

$$\vec{u} = - \frac{k}{\mu(1+\beta\sigma)} \text{grad } p, \quad (4)$$

где k – абсолютная проницаемость пористой среды; μ – коэффициент динамической вязкости; p – поровое давление; β – коэффициент повреждения породы. Коэффициент β определяется геометрией поровой среды и показывает степень загрязнения пористой среды [20].

Таким образом, с учётом (1), (3), (4) в общем виде система уравнений глубокого проникновения дисперсных частиц в пористую среду имеет вид:

$$\frac{\partial(m_{oi}-\sigma_i)c_i+\sigma_i}{\partial t} + \vec{\nabla}(\vec{u}_i c_i) = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial t} = \lambda_0 \left(1 - \frac{\sigma_i}{m_{oi}}\right) u_i c_i, \quad (6)$$

$$\vec{u}_i = - \frac{k_i}{\mu(1+\beta\sigma_i)} \text{grad } p, \quad (7)$$

где i – номер пропластка.

Система уравнений (5)–(7) далее будет называться полной. Эта система уравнений может быть решена численно, например, при помощи явной схемы, так как аналитически такую задачу решить не получится ввиду ее нелинейности. Однако нужно понимать, что на промысле точность и время – это главные параметры, позволяющие правильно и

быстро предсказывать дальнейшую работу участка месторождения. К сожалению, для повышения точности расчётов приходится выбирать достаточно малые шаги по координатам численной сетки в случае использования численных решений или гидродинамических симуляторов, что приводит к росту времени расчётов.

Если предположить, что концентрация осажденных частиц на единицу объема пористой среды много меньше начальной пористости ($\sigma \ll m_0$), можно получить упрощенную систему уравнений глубокого проникновения частиц [20]:

$$\frac{\partial(m_{oi}c_i+\sigma_i)}{\partial t} + \vec{\nabla}(\vec{u}_i c_i) = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial t} = \lambda_0 u_i c_i, \quad (9)$$

$$\vec{u}_i = - \frac{k_i}{\mu(1+\beta\sigma_i)} \text{grad } p. \quad (10)$$

Упрощенная система уравнений может быть решена аналитически [31]. Аналитическое решение, в отличие от численного, будет давать точный и быстрый результат.

Таким образом, получены две системы уравнений: полная – учитывает влияние осаждаемых частиц на значение пористости и коэффициент фильтрации и может быть решена численно, упрощенная – пренебрегает размером осадка по отношению к начальной пористости и может быть решена аналитически.

Сопоставление решений полной и упрощенной систем уравнений

Для проверки предположения о малости концентрации осажденных частиц в единице объема пористой среды по сравнению с начальной пористостью необходимо решить полную и упрощенную системы уравнений – (5)–(7) и (8)–(10), соответственно.

Пусть рассматривается задача о полимер-дисперсной обработке слоисто-неоднородного пласта вблизи трещины. Эта задача подробно описана и аналитически решена при помощи метода характеристик с использованием упрощенной системы уравнений глубокого проникновения частиц для линейного (одномерного) течения в работе [20].

Поэтому разумно использовать результаты авторов [20], а также их параметры модели для того, чтобы сопоставить решение полной системы уравнений с решением упрощенной. Как выше было сказано, полная система может быть решена численно, например, при помощи явной конечно-разностной схемы.

Предварительно нужно обезразмерить систему уравнений. Для этого вводятся следующие безразмерные переменные [20]:

$$X = \frac{x}{L}, \quad (11)$$

$$\Lambda = \lambda_0 L, \quad (12)$$

$$T = \frac{Qt}{2LHl'}, \quad (13)$$

$$V_i = \frac{k_i H}{\sum_j k_j h_j}, \quad (14)$$

где L – характерный линейный размер задачи; Q – расход суспензии в нагнетательной скважине; l – длина трещины; H – эффективная толщина пласта; h – толщина пропластка; x – горизонтальная координата; V_i – безразмерная проводимость; X , Λ и T – безразмерные координата, коэффициент фильтрации и время соответственно; j – номер пропластка.

Перед обезразмериванием вводится поток в i -ом пропластке [20]:

$$Q_i = \frac{k_i h_i}{\sum_j k_j h_j} Q. \quad (15)$$

Обезразмеренная с учётом (11)–(15) система уравнений будет иметь вид

$$\frac{\partial c_i}{\partial T} + \frac{V_i}{(m_{oi} - \sigma_i)} \frac{\partial c_i}{\partial X} = \frac{\Lambda V_i c_i}{m_{oi}} (c_i - 1),$$

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial t} = \Lambda \left(1 - \frac{\sigma_i}{m_{oi}}\right) V_i c_i.$$

Начальные и граничные условия для системы будут иметь вид:

$$c(X=0, T \geq 0) = c_0, \quad c(X > 0, T=0) = 0, \quad \sigma(X \geq 0, T=0) = 0,$$

где c_0 – начальная концентрация частиц в потоке.

Решение будет производиться с использованием явной конечно-разностной схемы по программе, написанной на языке программирования Python.

Расчет будет идти до тех пор, пока $T < T_0$, где T_0 – безразмерный объем закачки, определяющийся по формуле

$$T_0 = \frac{V_{\text{зак}}}{2LHl'},$$

где $V_{\text{зак}}$ – объем закачки.

Результатом применения технологии выравнивания профиля приёмистости является снижение проницаемости в призабойной зоне, что позволяет перераспределить потоки нагнетаемой жидкости между пропластками с низкой и высокой проницаемостью, то есть провести выравнивание скоростей фильтрации в пропластках, а следовательно, и фронта вытеснения нефти водой.

Проницаемость для i -го пропластка после обработки определяется формулой:

$$k_{1i} = \frac{k_i}{\int_0^1 (1 + \beta \sigma_i) dx}. \quad (16)$$

Знаменатель в формуле (16) называется дополнительным фильтрационным сопротивлением g_i ,

которое образовалось в результате закрепившихся частиц на скелете породы. Так как из-за неоднородности пласта в каждый пропласток входит разный объем реагента, дополнительное фильтрационное сопротивление для каждого пропластка будет разным.

Для того чтобы сопоставить значения дополнительного фильтрационного сопротивления, определяемого при помощи аналитического решения и численного, интеграл в формуле (16) можно решить, например, при помощи метода Монте-Карло.

Пусть имеется модельный пласт с параметрами, приведенными в таблице. Всего имелось пять пропластков. Значения эмпирических параметров были следующими: $\lambda_0 = 10 \text{ м}^{-1}$, $\beta = 400$. Начальная концентрация суспензии взята $c_0 = 0,02$, а для вязкости принималось значение $\mu = 0,008 \text{ Па}\cdot\text{с}$. Длина трещины $l = 79 \text{ м}$, а размер призабойной зоны скважины $L = 40 \text{ м}$. Объем закачки брался равным 1302 м^3 [20]. Шаг по координате $\Delta X = 10^{-3}$ и по времени $\Delta T = 10^{-5}$.

Таблица. Параметры пропластков

Table. Interlayers parameters

Номер пропластка/Interlayer no.	k_i , мД/мД	h_i , м/м	m_{oi}
1	1213	1,3	0,236
2	371	1,4	0,209
3	52	4,7	0,189
4	106	1,6	0,201
5	135	1,3	0,196

Рассматривалась обработка вертикальной скважины с трещиной гидроразрыва. Распределения частиц в потоке и доли осажденных частиц на скелете породы в наиболее высокопроницаемом пропластке с проницаемостью 1213 мД приведены на рис. 2, 3 соответственно. Для сравнения также приведены распределения концентраций частиц вблизи трещины в высокопроницаемом пропластке, полученные аналитически с использованием упрощенной системы уравнений [20].

Как видно из рисунков, решения, полученные для полной и упрощенной систем уравнений, соответствуют друг другу с относительной ошибкой менее 4 %. Действительно, концентрация осажденных частиц в единице объема пористой среды мала по сравнению с начальной пористостью. Этот результат позволяет использовать данное предположение для упрощения системы уравнений глубокого проникновения частиц, которую в дальнейшем можно решить аналитически.

Также были сопоставлены значения дополнительного фильтрационного сопротивления, рассчитанного аналитически при помощи упрощенной системы уравнений и рассчитанного численного при помощи полной.

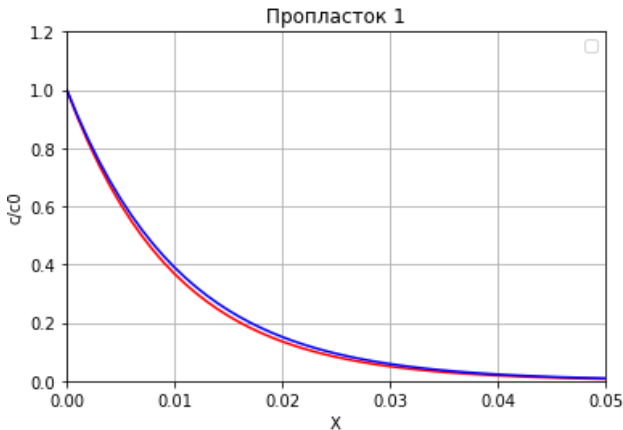


Рис. 2. Распределение концентрации взвешенных частиц в потоке вблизи трещины. Решения полной (синяя кривая) и упрощенной (красная кривая) систем уравнений

Fig. 2. Distribution of volumetric particle content moving with the flow near a fracture. Solutions of complete (blue curve) and simplified (red curve) systems of equations

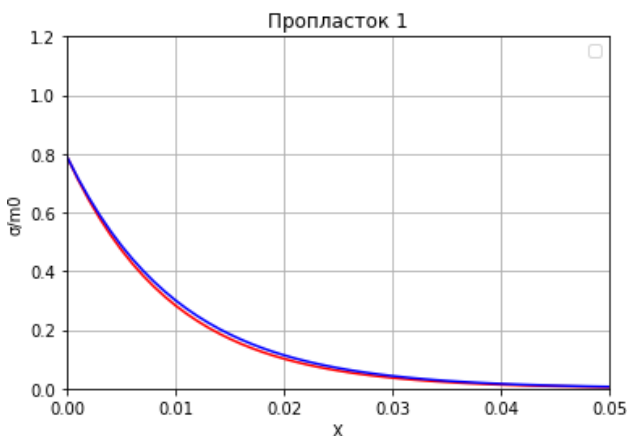


Рис. 3. Распределение концентрации осажденных частиц вблизи трещины. Решения полной (синяя кривая) и упрощенной (красная кривая) систем уравнений

Fig. 3. Distribution of the volumetric particle content retained in the unit volume of porous media near a fracture. Solutions of complete (blue curve) and simplified (red curve) systems of equations

Для высокопроницаемого пропластка дополнительное фильтрационное сопротивление, полученное при помощи решения упрощенной и полной систем уравнений, равно 1,744 и 1,807 соответственно. Разница между значениями примерно равна 3,5 %. В некоторых ситуациях такое отклонение может быть значительным, поэтому был проведен расчет для шага по координате $\Delta X=10^{-4}$ и по времени $\Delta T=10^{-6}$ для того, чтобы численное решение стремилось к аналитическому. В таком случае значения дополнительного фильтрационного парамет-

ра равны 1,744 и 1,740 соответственно для упрощенной и полной систем уравнений. Теперь разница между значениями составляет 0,2 %. Данный результат также подтверждает допущение о малости концентрации осажденных частиц по сравнению с начальной пористостью и показывает корректность полученного решения полной системы уравнений при помощи явной конечно-разностной схемы (при уменьшении шагов численной сетки решение должно стремиться к аналитическому – условию сходимости).

Математическая модель кольтмации пористой среды

В другом подходе учитывается изменение пористости вследствие осаждения частиц в поровых каналах. В таком случае скорость осаждения частиц и снижения пористости характеризуется коэффициентом кольтмации, который также является малым параметром. Система уравнений при этом остаётся подобной уравнениям глубокого проникновения дисперсных частиц в пористую среду, но меняется закон осаждения частиц и соответствующее уменьшение пористости [32].

Фильтрация суспензий с небольшой массовой долей дисперсных частиц описывается системой уравнений, в которую входит баланс массы частиц в суспензии и несущей жидкости, закон Дарси, функциональная зависимость проницаемости от пористости, например, формула Козени–Кармана и уравнение, описывающее динамику оседания частиц на скелете пористой среды [32]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(mc) + \operatorname{div}(c\vec{u}) &= \frac{\partial m}{\partial t}, \\ \frac{\partial}{\partial t}((1-c)m) + \operatorname{div}((1-c)\vec{u}) &= 0, \\ \vec{u} &= -\frac{k(m)}{\mu} \operatorname{grad} p, \quad k(m) = k_0 \left(\frac{m}{m_0}\right)^r, \\ \frac{\partial m}{\partial t} &= -\gamma c(m - m_{\text{ст}}), \end{aligned}$$

где c – объемная концентрация частиц в суспензии; μ – вязкость суспензии; m – пористость; $m_{\text{ст}}$ – стационарное значение пористости, меньше которой пористость не снижается; γ – коэффициент кольтмации; k_0 – начальное значение проницаемости пласта; r – показатель степени. Предполагается, что отложение частиц на скелете не приводит к задерживанию жидкости в порах (как следствие, отсутствуют капиллярные силы), а скорость частиц совпадает со скоростью жидкости, поскольку концентрация частиц c мала.

Вводится комплекс безразмерных параметров и переменных: (11),

$$T = \frac{t}{t_0},$$

$$P = \frac{p-p_l}{p_w-p_l},$$

$$\Gamma = \frac{\gamma}{\gamma_0},$$

$$U = \frac{u}{u_0},$$

где P – безразмерное давление; Γ – безразмерный коэффициент кольтатации; U – безразмерная скорость; p_w – забойное давление; p_l – давление на контуре питания; u_0 – характерная скорость; t_0 – характерное время; γ_0 – характерный коэффициент кольтатации.

После их подстановки в исходную систему получается удобным ввести характерные значения параметров как:

$$u_0 = \frac{k_0(p_w-p_l)}{\mu L},$$

$$t_0 = \frac{\mu L^2}{k_0(p_w-p_l)},$$

$$\gamma_0 = \frac{1}{t_0}.$$

Тогда система уравнений в безразмерном виде будет выглядеть так:

$$\frac{\partial(mc)}{\partial T} + \frac{\partial(Uc)}{\partial X} = \frac{\partial m}{\partial T}, \frac{\partial((1-c)m)}{\partial T} + \frac{\partial((1-c)U)}{\partial X} = 0,$$

$$U = -\left(\frac{m}{m_0}\right)^r \frac{\partial P}{\partial X}, k(m) = k_0 \left(\frac{m}{m_0}\right)^r, \quad (17)$$

$$\frac{\partial m}{\partial T} = -\Gamma c(m - m_{ct}).$$

Решение будет производиться с использованием явной конечно-разностной схемы.

Чтобы определить распределения объемной концентрации частиц в суспензии, необходимо

учесть условия на границах пласта и в начальный момент времени. Начальное условие принимается следующим:

$$c(X, 0) = 0.$$

Граничное условие записывается следующим образом:

$$c(0, T) = c_0.$$

Нахождение распределения пористости также требует задания начального условия:

$$m(X, 0) = m_0.$$

В итоге имеется замкнутая система уравнений, позволяющая определить распределения пористости и концентрации дисперсных частиц в пласте.

Результаты исследования

В результате решения задачи были получены графические зависимости пористости призабойной зоны, объемной концентрации частиц в суспензии, проницаемости и давления от координаты в различные моменты времени: $t=30$ сут, $t=60$ сут, $t=90$ сут, остальные параметры соответствуют моделям задач подземной гидромеханики: $L=100$ м, $\mu=1$ мПа·с, $m_{ct}=0,05$, $\gamma=0,01$ 1/с, $k_0=100$ мД, $r=3$.

Из рис. 4 можно увидеть, что за фронтом вытеснения концентрация частиц становится равной концентрации частиц в закачиваемой смеси, а пористость уменьшается до минимального значения, которое называется стационарной пористостью. Это происходит из-за оседания дисперсных частиц и соответствующего снижения фильтрационно-емкостных свойств пласта.

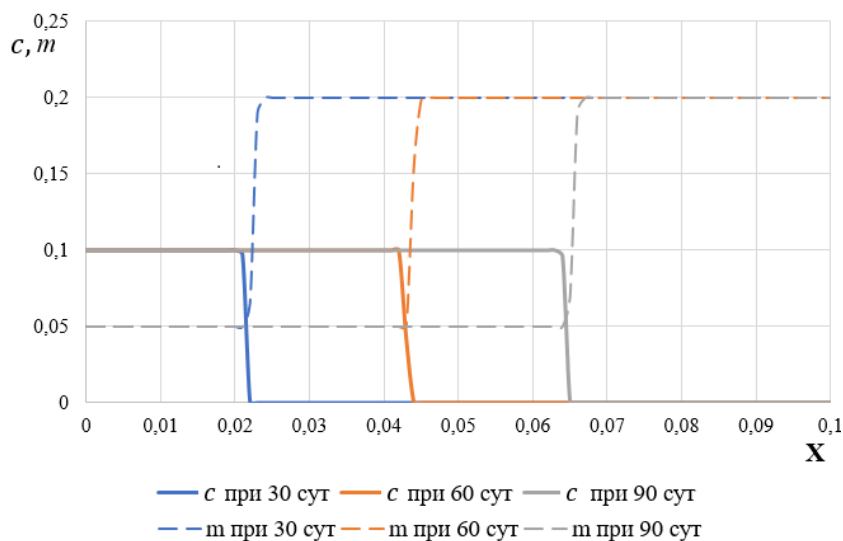


Рис. 4. Распределение пористости и объемной концентрации частиц примеси по координате в различные моменты времени

Fig. 4. Distribution of porosity and volumetric particles concentration along the coordinate at different moments of time

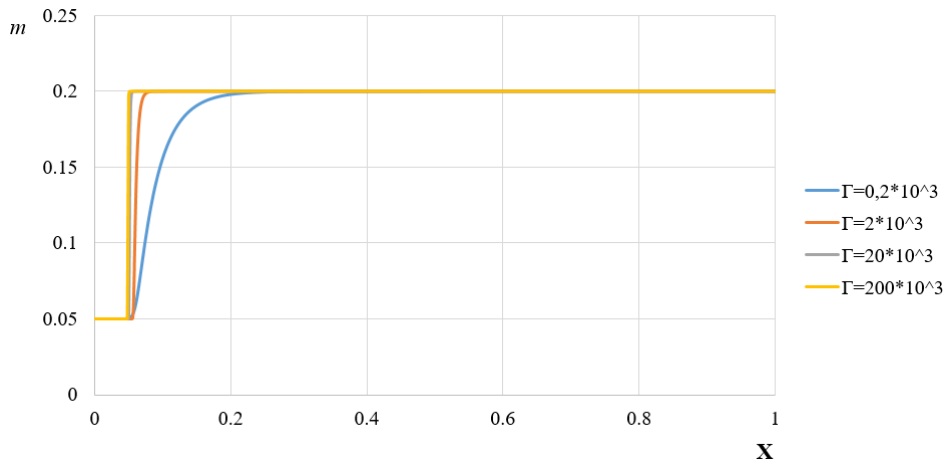


Рис. 5. Распределение пористости по координате при различных значениях коэффициента кольтации в момент времени 30 сут

Fig. 5. Porosity distribution along the coordinate at different values of the colmatation coefficient at the time of 30 days

Помимо этого, можно заметить, что фронт вытеснения продвигается дальше со временем, причём его скорость движения остается постоянной.

Также был произведен расчет распределения пористости по координате при различных значениях коэффициента кольтации Γ : $0,2 \cdot 10^3$, $2 \cdot 10^3$, $20 \cdot 10^3$, $200 \cdot 10^3$ (рис. 5), остальные параметры соответствуют модельному случаю.

При уменьшении коэффициента кольтации на фронте вытеснения не возникает разрывное решение, а образуется стабилизированная зона. В этой зоне концентрация постепенно уменьшается до нуля, а пористость увеличивается. Ширина стабилизированной зоны определяется между точками с наименьшей и наибольшей пористостью. Путем анализа результатов было выяснено, что причиной образования стабилизированной зоны является конечная скорость кольтации, которая характеризуется коэффициентом кольтации. Согласно рис. 5, чем меньше этот коэффициент, тем шире становится стабилизированная зона, что обусловлено уменьшением пористости согласно (17). Это приводит к постепенному снижению пористости по координате. Таким образом, коэффициент кольтации является малым параметром, который значительно влияет на процесс вытеснения и определяет его характер. Аналогом такого малого параметра являются капиллярные силы в задаче Рапопорта-Лиса [33].

Выводы

1. Показано, что процессы выравнивания профиля приёмистости и кольтации пористой среды описываются в рамках единой системы уравнений глубокого проникновения дисперсных частиц в пористую среду.
2. Установлено, что концентрация осаждённых частиц является малым параметром, позволяющим свести полную систему уравнений глубокого проникновения дисперсных частиц в пористую среду к упрощённому виду, при котором решение может быть получено аналитически с помощью метода характеристик.
3. Проведено сопоставление решений полной и упрощённой систем уравнений глубокого проникновения дисперсных частиц в пористую среду, свидетельствующее об их соответствии с погрешностью менее 4 %.
4. Получены распределения концентрации дисперсных частиц и пористости в пласте при кольтации, показывающие, что с течением времени фронт кольтации распространяется с постоянной скоростью.
5. Показано, что коэффициент кольтации является малым параметром, существенно определяющим характер вытеснения нефти водой, причём уменьшение коэффициента кольтации приводит к уменьшению скорости вытеснения и увеличению размеров стабилизированной зоны вблизи фронта вытеснения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. A new semi-analytical method for solving a class of time fractional partial differential equations with variable coefficients / J. Lin, W. Feng, S. Reutsiy, H. Xu, Y. He // Applied Mathematics Letters. – 2021. – Vol. 112. – № 106712. – P. 1–8. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.aml.2020.106712>
2. Васютин М.А., Данилова Е.В., Кузьмичев Н.Д. Оценка максимального нагрева пленки NbN токовым импульсом при низких температурах на основе уравнения теплопроводности // Теплофизика и аэромеханика. – 2022. – № 3. – С. 473–480.

3. The coupled model of transient non-equilibrium interphase mass transfer rate of sliding bubble and two-phase flow in variable gradient drilling / R. Zhang, J. Li, G. Liu, H. Yang, R. Gao // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. – 2022. – Vol. 208. – № 109277. – P. 1–16. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2021.109277>
4. Lissenden C.J. Nonlinear ultrasonic guided waves – principles for nondestructive evaluation // *Journal of Applied Physics*. – 2021. – Vol. 129. – № 171103. – P. 1–27. DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0046878>
5. Global solutions of the Cauchy problem to Euler–Poisson equations of two-carrier types / S. Yin, X. Wang, Y. Lu, C. Klingenberg // *Applied Mathematics Letters*. – 2022. – Vol. 132. – № 108174. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.aml.2022.108174>
6. Boaca T., Malureanu I. Determination of oil reservoir permeability from resistivity measurement: A parabolic identification problem // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. – 2017. – Vol. 153. – P. 345–354. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2017.04.014>
7. Liu C.-S., Wang F., Gu Y. A Trefftz/MFS mixed-type method to solve the Cauchy problem of the Laplace equation // *Applied Mathematics Letters*. – 2019. – Vol. 87. – P. 87–92. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.aml.2018.07.028>
8. Time-dependent shape factor for scaling of multi-dimensional counter-current imbibition with different boundary conditions / G. Li, Y. Liu, L. Mi, L. Song, Z. Cheng, Q. Qian, L. Xue, X. Pei // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. – 2022. – Vol. 217. – № 110880. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2022.110880>
9. Zakirov T.R., Khranchenkov M.G. Study of the pore space heterogeneity effect on the absolute permeability tensors calculated under different boundary conditions and driving forces using a “Computational Rock Physics” technology // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. – 2022. – Vol. 216. – № 110750. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2022.110750>
10. Achour S.H., Okuno R. A single-phase diffusion model for gas injection in tight oil reservoirs // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. – 2022. – Vol. 213. – № 110469. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2022.110469>
11. Rong X., Zhu H.-W. Thermal insulation design of subsea vertical X-mas tree // *Petroleum Science*. – 2021. – Vol. 18. – P. 1182–1194. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.petsci.2021.05.001>
12. Fedorov K.M., Zubkov P.T. Placement of gels in stratified reservoirs using a sequential injection technique // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. – 1996. – Vol. 15. – № 1. – P. 69–80. DOI: [https://doi.org/10.1016/0920-4105\(95\)00061-5](https://doi.org/10.1016/0920-4105(95)00061-5)
13. Evaluation of machine learning methodologies using simple physics based conceptual models for flow in porous media / D. Magzymov, R.R. Ratnakar, B. Dindoruk, R.T. Johns // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. – 2022. – Vol. 219. – № 111056. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2022.111056>
14. Каракин А.В. Обобщённая задача Баклея–Левретта // *Математическое моделирование*. – 2010. – Т. 22. – № 8. – С. 3–23.
15. Родионов В.Е., Цыбулин И.В., Карпаев А.А. Численное моделирование волны внутрислоевого горения при двухфазном фильтрационном течении // *Труды МФТИ*. – 2016. – Т. 8. – № 3. – С. 180–193.
16. Tan W., Zhang W., Zhang J. Evolutionary behavior of breathers and interaction solutions with M-solitons for (2 + 1)-dimensional KdV system // *Applied Mathematics Letters*. – 2019. – Vol. 101. – № 106063. – P. 1–7. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.aml.2019.106063>
17. Гельфанд И.М. Некоторые задачи теории квазилинейных уравнений // *Успехи математических наук*. – 1959. – Т. 14. – № 2 (86). – С. 87–158.
18. Rakhmanov A.T., Kuznetsov S.F. Determination of dynamic errors of converter temperature and humidity measured quickly changing output signals // *International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology*. – 2019. – Vol. 6. – № 4. – P. 8945–8949.
19. Hong Q., Li J., Wang Q. Supplementary variable method for structure-preserving approximations to partial differential equations with deduced equations // *Applied Mathematics Letters*. – 2020. – Vol. 110. – № 106576. – P. 1–7. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.aml.2020.106576>
20. A theoretical analysis of profile conformance improvement due to suspension injection / K.M. Fedorov, A.Y. Gilmanov, A.P. Shevelev, A.V. Kobayashv, D.A. Anuriev // *Mathematics*. – 2021. – Vol. 9. – № 1727. – P. 1–14. DOI: <https://doi.org/10.3390/math9151727>
21. Bockstal K.V. Existence and uniqueness of a weak solution to a non-autonomous time-fractional diffusion equation (of distributed order) // *Applied Mathematics Letters*. – 2020. – Vol. 109. – № 106540. – P. 1–8. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.aml.2020.106540>
22. Шишкин Г.И., Шишкина Л.П. Схема Ричардсона повышенного порядка точности для семилинейного сингулярно возмущенного эллиптического уравнения конвекции-диффузии // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. – 2010. – Т. 50. – № 3. – С. 458–478.
23. Polyanin A.D., Shingareva I.K. Hypersingular nonlinear boundary-value problems with a small parameter // *Applied Mathematics Letters*. – 2018. – Vol. 81. – P. 93–98. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.aml.2018.02.010>
24. Демидов А.С. Эллиптические псевдодифференциальные краевые задачи с малым параметром при старшем операторе // *Математический сборник. Новая серия*. – 1973. – Т. 91 (133). – № 3 (7). – С. 421–444.
25. Юлдашев Т.К. О дифференцируемости по малым параметрам решения смешанной задачи для нелинейного псевдогиперболического уравнения // *Журнал Сибирского Федерального университета. Математика и физика*. – 2014. – № 7 (2). – С. 260–271.
26. Гатауллин Т.И. Применение гидродинамических моделей линий тока для повышения эффективности заводнения // *Нефтяное хозяйство*. – 2010. – № 2. – С. 40–42.
27. Каневская Р.Д. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. – М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. – 140 с.
28. Modified particle detachment model for colloidal transport in porous media / P. Bedrikovetsky, F.D. de Siqueira, C.A. Furtado, A.L.S. de Souza // *Transport in Porous Media*. – 2011. – Vol. 86. – № 2. – P. 353–383. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11242-010-9626-4>

29. Particle detachment under velocity alternation during suspension transport in porous media / P. Bedrikovetsky, A. Zeinijahromi, F.D. de Siqueira, C.A. Furtado, A.L.S. de Souza // *Transport in Porous Media*. – 2012. – Vol. 91. – № 1. – P. 173–197. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11242-011-9839-1>.
30. Determining model parameters for non-linear deep-bed filtration using laboratory pressure measurements / A. Vaz, P. Bedrikovetsky, P. Fernandes, A. Badalyan, T. Carageorgos // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. – 2017. – № 151. – P. 421–433. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2017.01.001>
31. Herzig J.P., Leclerc D.M., Goff P.L. Flow of suspensions through porous media. Application to deep filtration // *Industrial and Engineering Chemistry Research*. – 1970. – № 62. – P. 8–35.
32. Леонтьев Н.Е. О структуре фронта пористости при движении суспензии в пористой среде // *Вестник Московского Университета. Серия 1. Математика, механика*. – 2006. – № 5. – С. 73–76.
33. Архипова Е.Н., Гильманов А.Я., Шевелёв А.П. Моделирование кольтации пористой среды при закачке воды с частицами примеси // *Вычислительная механика сплошных сред*. – 2023. – Т. 16. – № 2. – С. 171–178.

Информация об авторах

Екатерина Николаевна Архипова, студент физико-технического института, Тюменский государственный университет, Россия, 625003, г. Тюмень, ул. Перекопская, 15а; stud0000222738@study.utmn.ru; <https://orcid.org/0009-0003-0022-5605>

Александр Янович Гильманов, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры моделирования физических процессов и систем физико-технического института, Тюменский государственный университет, Россия, 625003, г. Тюмень, ул. Перекопская, 15а; a.y.gilmanov@utmn.ru; <https://orcid.org/0000-0002-7115-1629>

Александр Павлович Шевелёв, кандидат физико-математических наук, профессор кафедры моделирования физических процессов и систем физико-технического института Тюменский государственный университет, Россия, 625003, г. Тюмень, ул. Перекопская, 15а; a.p.shevelev@utmn.ru; <https://orcid.org/0000-0003-0017-4871>

Поступила в редакцию: 03.10.2023

Поступила после рецензирования: 30.11.2023

Принята к публикации: 09.09.2024

REFERENCES

1. Lin J., Feng W., Reutsiy S., Xu H., He Y. A new semi-analytical method for solving a class of time fractional partial differential equations with variable coefficients. *Applied Mathematics Letters*, 2021, vol. 112, no. 106712, pp. 1–8. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.aml.2020.106712>
2. Vasyutin M.A., Danilova E.V., Kuzmichev N.D. Estimating the maximum heating of NbN film with a current pulse at a low temperature: calculation by heat conduction equation. *Thermophysics and Aeromechanics*, 2022, no. 3, pp. 473–480. (In Russ.)
3. Zhang R., Li J., Liu G., Yang H., Gao R. The coupled model of transient non-equilibrium interphase mass transfer rate of sliding bubble and two-phase flow in variable gradient drilling. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2022, vol. 208, no. 109277, pp. 1–16. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2021.109277>
4. Lissenden C. J. Nonlinear ultrasonic guided waves – principles for nondestructive evaluation. *Journal of Applied Physics*, 2021, vol. 129, no. 171103, pp. 1–27. DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0046878>
5. Yin S., Wang X., Lu Y., Klingenberg C. Global solutions of the Cauchy problem to Euler–Poisson equations of two-carrier types. *Applied Mathematics Letters*, 2022, vol. 132, no. 108174. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.aml.2022.108174>
6. Boaca T., Malureanu I. Determination of oil reservoir permeability from resistivity measurement: a parabolic identification problem. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2017, vol. 153, pp. 345–354. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2017.04.014>
7. Liu C.-S., Wang F., Gu Y. A Trefftz/MFS mixed-type method to solve the Cauchy problem of the Laplace equation. *Applied Mathematics Letters*, 2019, vol. 87, pp. 87–92. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.aml.2018.07.028>
8. Li G., Liu Y., Mi L., Song L., Cheng Z., Qian Q., Xue L., Pei X. Time-dependent shape factor for scaling of multi-dimensional counter-current imbibition with different boundary conditions. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2022, vol. 217, no. 110880. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2022.110880>
9. Zakirov T.R., Khrumchenkov M.G. Study of the pore space heterogeneity effect on the absolute permeability tensors calculated under different boundary conditions and driving forces using a “Computational Rock Physics” technology. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2022, vol. 216, no. 110750. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2022.110750>
10. Achour S. H., Okuno R. A single-phase diffusion model for gas injection in tight oil reservoirs. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2022, vol. 213, no. 110469. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2022.110469>

11. Rong X., Zhu H.-W. Thermal insulation design of subsea vertical X-mas tree. *Petroleum Science*, 2021, vol. 18, pp. 1182–1194. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.petsci.2021.05.001>
12. Fedorov K.M., Zubkov P.T. Placement of gels in stratified reservoirs using a sequential injection technique. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 1996, vol. 15, no. 1, pp. 69–80. DOI: [https://doi.org/10.1016/0920-4105\(95\)00061-5](https://doi.org/10.1016/0920-4105(95)00061-5)
13. Magzymov D., Ratnakar R.R., Dindoruk B., Johns R.T. Evaluation of machine learning methodologies using simple physics based conceptual models for flow in porous media. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2022, vol. 219, no. 111056. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2022.111056>
14. Karakin A.V. Generalized Buckley–Leverett problem. *Matematicheskoe modelirovanie*, 2010, vol. 22, no. 8, pp. 3–23. (In Russ.)
15. Rodionov V.E., Tsybulin I.V., Karpaev A.A. Numerical simulation of an in-situ combustion wave for two-phase flow through porous media. *Proceedings of the Moscow Institute of Physics and Technology*, 2016, vol. 8, no. 3, pp. 180–193. (In Russ.)
16. Tan W., Zhang W., Zhang J. Evolutionary behavior of breathers and interaction solutions with M-solitons for $(2 + 1)$ -dimensional KdV system. *Applied Mathematics Letters*, 2019, vol. 101, no. 106063, pp. 1–7. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.aml.2019.106063>
17. Gelfand I.M. Some problems in the theory of quasilinear equations. *Uspekhi matematicheskikh nauk*, 1959, vol. 14, no. 2 (86), pp. 87–158. (In Russ.)
18. Rakhmanov A.T., Kuznetsov S.F. Determination of dynamic errors of converter temperature and humidity measured quickly changing output signals. *International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology*, 2019, vol. 6, no. 4, pp. 8945–8949.
19. Hong Q., Li J., Wang Q. Supplementary variable method for structure-preserving approximations to partial differential equations with deduced equations. *Applied Mathematics Letters*, 2020, vol. 110, no. 106576, pp. 1–7. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.aml.2020.106576>
20. Fedorov K.M., Gilmanov A.Y., Shevelev A.P., Kobayashv A.V., Anuriev D.A. A theoretical analysis of profile conformance improvement due to suspension injection. *Mathematics*, 2021, vol. 9, no. 1727, pp. 1–14. DOI: <https://doi.org/10.3390/math9151727>
21. Bockstal K.V. Existence and uniqueness of a weak solution to a non-autonomous time-fractional diffusion equation (of distributed order). *Applied Mathematics Letters*, 2020, vol. 109, no. 106540, pp. 1–8. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.aml.2020.106540>
22. Shishkin G.I., Shishkina L.P. A higher order Richardson scheme for a singularly perturbed semilinear elliptic convection-diffusion equation. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2010, vol. 50, no. 3, pp. 437–456. (In Russ.) DOI: <https://doi.org/10.1134/s0965542510030061>
23. Polyanin A.D., Shingareva I.K. Hypersingular nonlinear boundary-value problems with a small parameter. *Applied Mathematics Letters*, 2018, vol. 81, pp. 93–98. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.aml.2018.02.010>
24. Demidov A.S. Elliptic pseudodifferential boundary value problems with a small parameter for the senior operator. *Matematicheskii sbornik. Novaya seriya*, 1973, vol. 91 (133), no. 3 (7), pp. 421–444. (In Russ.)
25. Yuldashev T.K. On the differentiability with respect to small parameters of the solution of a mixed problem for a nonlinear pseudohyperbolic equation. *Journal of the Siberian Federal University. Mathematics and physics*, 2014, no. 7 (2), pp. 260–271. (In Russ.)
26. Gataullin T.I. Application of hydrodynamic models of current streamlets for waterflooding effectiveness increase. *Neftyanoe Khozaystvo = Oil Industry*, 2010, no. 2, pp. 40–42. (In Russ.)
27. Kanevskaya R.D. *Mathematical modeling of hydrodynamic processes in the development of hydrocarbon deposits*. Moscow, Izhevsk, Institute for Computer Research Publ., 2002. 140 p. (In Russ.)
28. Bedrikovetsky P., De Siqueira F.D., Furtado C.A., De Souza A.L.S. Modified particle detachment model for colloidal transport in porous media. *Transport in Porous Media*, 2011, vol. 86, no. 2, pp. 353–383. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11242-010-9626-4>
29. Bedrikovetsky P., Zeinjahromi A., De Siqueira F.D., Furtado C.A., De Souza A.L.S. Particle detachment under velocity alternation during suspension transport in porous media. *Transport in Porous Media*, 2012, vol. 91, no. 1, pp. 173–197. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11242-011-9839-1>
30. Vaz A., Bedrikovetsky P., Fernandes P., Badalyan A., Carageorgos T. Determining model parameters for non-linear deep-bed filtration using laboratory pressure measurements. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2017, no. 151, pp. 421–433. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2017.01.001>
31. Herzig J.P., Leclerc D.M., Goff P.L. Flow of suspensions through porous media. Application to deep filtration. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 1970, no. 62, pp. 8–35.
32. Leontiev N.E. On the structure of the porosity front during the movement of a suspension in a porous medium. *Vestnik Moskovskogo Universiteta. Seriya I. Matematika, mekhanika*, 2006, no. 5, pp. 73–76. (In Russ.)
33. Arkhipova E.N., Gilmanov A.Ya., Shevelev A.P. Modeling colmatation of a porous medium during the injection of water with impurity particles. *Computational Continuum Mechanics*, 2023, vol. 16, no. 2, pp. 171–178. (In Russ.)

Information about the authors

Ekaterina N. Arkhipova, Student, University of Tyumen, 15a, Perekopskaya street, Tyumen, 625003, Russian Federation; stud0000222738@study.utmn.ru; <https://orcid.org/0009-0003-0022-5605>

Alexander Y. Gilmanov, Cand. Sc., Associate Professor, University of Tyumen, 15a, Perekopskaya street, Tyumen, 625003, Russian Federation; a.y.gilmanov@utmn.ru; <https://orcid.org/0000-0002-7115-1629>

Alexander P. Shevelev, Cand. Sc., Professor, University of Tyumen, 15a, Perekopskaya street, Tyumen, 625003, Russian Federation; a.p.shevelev@utmn.ru; <https://orcid.org/0000-0003-0017-4871>

Received: 03.10.2023

Revised: 30.11.2023

Accepted: 09.09.2024