

УДК 556.048; 556.5; 303.71  
DOI: 10.18799/24131830/2024/1/4411  
Шифр специальности ВАК: 1.6.16

## Полимодальное распределение вероятности расхода воды в речных системах

И.А. Мельник✉

Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Россия, г. Томск

✉ melnik@tpu.ru

**Аннотация. Актуальность.** Статистические исследования расхода воды в речных системах, проведенные различными авторами, показали, что формы распределения плотности вероятности речных стоков полимодальные. Существуют различные гипотезы возникновения данного полимодального распределения, например, в динамических системах возможно формирование аттракторов, либо в условиях возмущения исходных данных сингулярные числа могут трансформироваться в полимодальную структуру. Однако предлагаемые гипотезы формирования полимодального распределения интенсивности преобразования элементов открытой системы далеко не всегда применимы к конкретным объектам и ограничены определенными условиями. Поэтому предлагается применить универсальную теорию образования полимодального распределения интенсивности преобразования открытых систем для изучения распределения расхода воды в речных системах. **Целью** настоящей работы является подтверждение соответствия мод стока рек универсальным принципам преобразования при унификации полимодального статистического распределения вероятности расхода воды в речных системах. **Объектом** исследования являются выборки интенсивности расхода воды гидрографических открытых систем реки Оки и реки Великая в различный сезонный период. **Метод** исследования был определен на основании выведенного универсального уравнения мод унифицированных полимодальных распределений плотности вероятностей для процессов преобразования любых открытых систем. Каждая мода в унифицированном полимодальном распределении стока рек соответствует определенному универсальному принципу преобразования открытой системы под внешним воздействием. Его универсальность основана на константах соотношения временных параметров (внутреннего времени преобразования элементов системы и внешнего времени воздействия на систему), связанных с «золотой» пропорцией. Испарение и увлажнение почв уменьшают расход и являются внутренним преобразующим процессом в зависимости от атмосферной температуры, а атмосферные осадки являются внешним фактором, увеличивающим сток рек. **Результаты** проведенных исследований показали, что определенные моды полимодального распределения расхода воды полностью соответствуют универсальным состояниям процессов преобразования открытых систем под внешним воздействием. Для каждого сезонного периода моды соответствуют различным, ранее установленным принципам преобразования систем. **Выводы.** На основании выборки расхода воды в речных системах, используя уравнение унификации полимодального распределения, можно определить состояния процесса преобразования речной системы в настоящем времени и, зная параметры внешнего воздействия, предсказать её будущее развитие.

**Ключевые слова:** Полимодальные статистические распределения, открытые системы, расход воды в реках, гидрографические системы, плотность вероятности, распределения стока рек, «золотая» пропорция

**Для цитирования:** Мельник И.А. Полимодальное распределение вероятности расхода воды в речных системах // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2024. – Т. 335. – № 1. – С. 46–56. DOI: 10.18799/24131830/2024/1/4411

---

UDC 556.048; 556.5; 303.71  
DOI: 10.18799/24131830/2024/1/4411

## Polymodal distribution of water discharge probability in river systems

I.A. Melnik✉

National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russian Federation

✉ melnik@tpu.ru

**Abstract. Relevance.** Statistical studies of water discharge in river systems conducted by various authors have shown that forms of distribution of river discharge probability density are polymodal. There are various hypotheses for the origin of this polymodal distribution. For example, in dynamic systems the formation of attractors is possible, or under conditions of perturbation of the initial data singular numbers can be transformed into a polymodal structure. However, the proposed hypotheses of formation of polymodal distribution of transformation intensity of elements of an open system are not always applicable to specific objects and are limited to certain conditions. Therefore, it is proposed to apply the universal theory of formation of polymodal distribution of transformation intensity of open systems to study water discharge distribution in river systems. **Aim.** To confirm the compliance of river flow modes with universal transformation principles in unifying the polymodal statistical probability distribution of water discharge in river systems. **Object.** Samples of water discharge intensity of hydrographic open systems of the Velikaya and Oka rivers in different seasonal period. **Method.** Determined on the basis of the derived universal equation of modes of unified polymodal probability density distributions for transformation of any open systems. Each mode in the unified polymodal distribution of river runoff corresponds to a certain universal principle of transformation of an open system under external influence. Its universality is based on the constants of the ratio of time parameters (internal time of transformation of system elements and external time of impact on the system) associated with the "golden" proportion. Soil evaporation and moistening reduce the flow rate and is an internal transforming process depending on atmospheric temperature, and precipitation is an external factor that increases river runoff. **Results.** Certain modes of polymodal distribution of water discharge fully correspond to universal states of transformation of open systems under external influence. For each seasonal period, the modes correspond to different, previously established principles of systems transformation. **Conclusions.** Based on a sample of water discharge in river systems, using the unification equation of polymodal distribution, it is possible to determine the state of the river system transformation in the present time and, knowing the parameters of external influence, to predict its future development.

**Keywords:** Polymodal statistical distributions, open systems, river discharge, hydrographic systems, probability density, river flow distributions, "golden" proportion

**For citation:** Melnik I.A. Polymodal distribution of water discharge probability in river systems. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2024, vol. 335, no. 1, pp. 46–56. DOI: 10.18799/24131830/2024/1/4411

---

## Введение

Бассейны рек представляют собой открытую динамическую систему вдоль их русел. Количество перемещенной воды вдоль русла определяется речным стоком. Сток воды измеряется объемом за единицу времени, а распределение его плотности вероятности (в дальнейшем, вероятность) имеет полимодальную форму, что подтверждено в [1].

Изучение форм статистических распределений вероятностей переменных характеристик элементов в различных открытых системах показало то, что полимодальная форма распределения универсальна. Она проявляется совершенно в различных открытых системах с внешним воздействием. Например, авторы статьи [2] исследовали распределения биомассы и размеры биообъектов из экосистем разного масштаба: фитопланктона в озере, метазоев в ручье, членистоногих в лесах. Полимодальное распределение размеров биоты нескольких видов, конкурирующих за одну и ту же нишу, обусловлено компромиссом между воспроизводством и использованием ресурсов, являющемся причиной внутреннего резонанса, который может породить несколько мод. Когда конкуренция становится стохастической, поскольку сила отбора уменьшается ниже определенного порога, возникают пики, и стационарное распределение становится полимодальным. Сочетание местной конкуренции и глобальной миграции занимает центральное место во многих экологических процессах. Стохастичность

в конкуренции внешней биоты с внутренней в локальной экосистеме в определенных условиях (резонанса) приводит к образованию полимодального распределения размеров и масс биообъектов. В статье [3] приведены примеры полимодального распределения размеров улитки *Heleobia*, причиной данной формы распределения является негативное влияние паразитов на их репродукцию.

В работе [4] вероятностные графики распределения по размерам зерен осадочной породы в системе «река–озеро» показали, что большинство выборок являются полимодальными, с тремя модами. Полимодальное распределение размеров зерен в черноземах Северо-Восточного Китая в большей степени обусловлено ветровой эрозией почв и в меньшей степени – процессами замерзания–испарения и антропогенным влиянием [5]. В статье [6] проведенные экспериментальные исследования динамических характеристик оборудования грануляции микрокристаллической целлюлозы и моногидрата  $\alpha$ -лактозы показали, что степень грануляции и размеры гранул сильно зависят от отношения скорости подачи порошка (сырья) к скорости крутящего момента шнека. Увеличение мод в распределении размеров гранул происходит при уменьшении скорости подачи порошка.

Полимодальное распределение размеров частиц обусловлено созреванием многокомпонентных дисперсных систем с испарениями (фазовыми превращениями) внутри частиц [7]. Если внешнее дав-

ление сопоставимо (или несколько выше) с внутренним давлением насыщенного пара, то статистические распределения размеров капель нелетучих веществ полимодальны. В статье [8] проведенное исследование гранулометрического состава песка (на острове Фишер) выявило бимодальное распределение его размеров, а именно песчинок крупного и среднего диаметра. Размер песка определялся фациальными условиями осадконакопления.

В металлургии с увеличением времени измельчения и добавления в порошок карбида ванадия форма гранулометрического распределения размеров частиц измельченной инструментальной стали становится более полимодальной [9].

Но не только размеры элементов «неживых» систем имеют полимодальную форму распределения, но и масса тел эпипелагического нектона океанских особей распределяется полимодально [10]. По всей видимости, присутствие внешнего влияния на любую открытую систему приводит к формированию полимодального статистического распределения её преобразующихся элементов.

В свою очередь, автором представленной работы были изучены статистические распределения содержания бора в полимиктовой песчаной породе (в качестве индикатора палеофаций) [11]. Исследования показали, что причинами полимодального распределения содержания бора были палеосолёность и гидродинамика водной среды осадконакопления. Также вероятности образования вторичных минералов в песчаных породах литосферы в результате процессов наложенного эпигенеза (при поступлении в коллектор глубинных флюидов) всегда имеют форму полимодального распределения [12, 13].

Для каждой рассмотренной системы физико-химический механизм проявления полимодального распределения вероятности преобразования её элементов уникален. Например, исследуя причины влияния таких доминирующих факторов, как атмосферная температура (скорость испарения) и влагонасыщенность почв, на сток рек, на основе дифференциальных уравнений была построена физическая модель, адекватно отражающая особенности колебаний речного стока [14]. В качестве внешнего воздействия выбрана периодическая функция. В нелинейной системе «влагозапасы–сток» обнаружено явление динамического хаоса, приводящее к образованию странного аттрактора в фазовом пространстве. Даже незначительное внешнее влияние на управляющий параметр приводит к хаотизации и формированию нового аттрактора. В других открытых системах их физико-химические причины преобразования, естественно, будут иными.

Однако если унифицировать полимодальное статистическое распределение плотности вероятности, то каждая мода будет равна определенной

константе, связанной с «золотой» пропорцией и соответствующей универсальному принципу состояния процесса преобразования систем [11–13].

Целью настоящей работы является подтверждение соответствия мод стока рек универсальным принципам преобразования при унификации полимодального статистического распределения вероятности расхода воды в речных системах. Каждая мода может ассоциироваться с аттрактором.

### Методы исследования

Исследуем выборку плотности вероятности расхода воды (в количестве  $s \gg 30$ ) стока рек, где русло реки с её притоками можно рассматривать в качестве открытой гидрографической системы. Пусть общее количество элементов ( $m^3$ ) воды на единице пространства системы:  $M=m+n$ , где  $m$  – количество непреобразованных элементов (регистраемый расход воды),  $n$  – нерегистраемое количество преобразованных элементов (фазовые превращения). В этом случае  $n$  всегда пропорциональна интенсивности преобразования. Следовательно, интенсивность процесса преобразования системы можно записать как отношение:  $I=n/M$ , а разность интенсивности:  $\Delta I=1-I$ . Количество непреобразованных элементов будет соответствовать произведению:  $m=M\Delta I$ . При значительном количестве выборочных значений  $s$  предел среднего отношения:

$\lim_{s \rightarrow \infty} \left\langle \frac{m}{M} \right\rangle = 0,5$ , поэтому  $\langle n \rangle = \langle m \rangle$ . Определим среднее значение непреобразованных элементов систем в интервале  $[I_0; 1]$  по стандартной формуле:

$$\langle m \rangle = \langle M \Delta I \rangle = \frac{\langle M \rangle}{1 - I_0} \int_{I_0}^1 \Delta I dI. \quad (1)$$

Решением уравнения (1) является следующая зависимость:

$$I_0 = \frac{2\langle m \rangle}{\langle M \rangle} - 1, \quad (2)$$

где минимальный параметр интенсивности преобразования  $I_0$  будет больше нуля только при условии отношения средних величин больше 0,5. Для реализации данного неравенства в уравнение (2) вместо коэффициента 2 введем коэффициент пропорциональности  $\chi > 2$ . Очевидно, что для каждого процесса, в зависимости от его природы, он будет различаться. В случае регистрации расхода воды речной системы физический смысл данного коэффициента определяется отношением нерегистраемого к регистрируемому расходу. Чем он больше, тем значительней доля нерегистраемого (внешнего) воздействия на расход речной воды.

На основании преобразованной формулы (2) и следующей замены:  $J=I_0+1$ , получаем уравнение:

$$\frac{\langle M \rangle}{\langle m \rangle} = \frac{\chi}{J}. \quad (3)$$

В левой части равенства (3) по параметру  $J$  в пределах математических ожиданий  $[I_0; 1]$  вычисляем определенный интеграл, а в правой части – неопределенный интеграл и извлекаем следующее равенство:

$$\frac{\langle M \rangle}{\langle m \rangle} \Delta I_0 = \chi \ln(I_0 + 1) + C. \quad (4)$$

После проведения замен параметров:  $m_0 = \Delta I_0 \langle M \rangle$ ;  $\mu_{\text{mod}} = I_0$  и преобразования уравнения (4) получаем универсальное уравнение мод *унифицированных* полимодальных распределений плотности вероятностей для процессов преобразования любых открытых систем [11, 13]:

$$\mu_{\text{mod}} = \exp \left[ \frac{G_{\text{mod}} - C}{\chi} \right] - 1, \quad (5)$$

где  $G_{\text{mod}} = \frac{m_{\text{mod}}}{\langle m \rangle}$ , т. е. относительная величина измеряемых выборочных значений, соответствующих  $m_{\text{mod}}$  – моде регистрируемого расхода воды ( $\text{м}^3/\text{с}$ );  $\langle m \rangle$  – средневзвешенная величина выборки; константы равны:  $C = -3,5$  и унифицирующий параметр  $\chi$  в интервале 12–14. Для каждой генеральной выборки систем различной природы преобразования среды в гистограмме распределения измеряемого значения  $m$ ,  $\chi$  – унифицирующая константа в уравнении, (5) определяется в случае соответствия математического ожидания моды  $j = \mu_{\text{ПС}} = 0,3819$  минимальной (первой) моде. В этом случае формула вычисления  $\chi$  выглядит так:

$$\chi = \frac{G_{\text{mod}}(1) + 3,5}{0,3235}. \quad (6)$$

В качестве выборки статистических данных рассмотрим речную систему [1]. В стандарте «Росгидромет» имеются табличные данные (более 100-летний период) сезонного расхода воды стока рек, которые были использованы для построения гистограмм и определения мод относительных параметров [15]. На основании выборочных значений стоков различных сезонных периодов, используя математический аппарат построения гистограмм *Excel*, формируются гистограммы стока рек полимодального типа. Затем на основе уравнений (5) и (6) вычисляются константы данных мод, и полученные результаты сопоставляются с уже известными теоретическими данными табл. 1.

В работе [13] дана теория образования дискретных состояний процессов преобразования различных открытых систем. Разрешенные состояния процессов и их дискретность обусловлены угловы-

ми координатами устойчивых и стабильных состояний процессов преобразования в системе временных координат, а инвариантность мод вероятности распределения интенсивности процессов – числами «золотой пропорции» при вычислении углов устойчивых и стабильных состояний процессов преобразования. Временные координаты представляют собой внутреннее время преобразования элементов систем и внешнее время воздействия. Очевидно, что дискретные состояния процессов при структуризации систем могут представлять собой аттрактор – особенности местных типов атмосферной циркуляции определяют законы распределения годового стока рек [16]. В табл. 1 показаны аббревиатуры состояний процессов, угловые координаты, константы мод и универсальные принципы данных состояния.

Под *состоянием процесса* (не объекта) *преобразования системы* понимаются устойчивые и стабильные значения относительных переменных временных параметров (периодов) преобразования системы и воздействия внешних компонентов на элементы системы. Состояние процесса определяется в векторном пространстве независимых временных координат: внутреннего времени преобразования элементов и внешнего времени влияния на них [13]. Для всех открытых систем необходимость разделения времени на «внутреннее» и «внешнее» обосновано в работе [17]

*Устойчивостью процесса* преобразования систем называют свойство инвариантности некоторых параметров систем, характеризующих тип трансформации.

*Пропорциональное состояние процесса* – это такое устойчивое состояние, когда в двухпараметрической системе только один параметр может быть переменным (например,  $\Delta t$  – период воздействия внешнего фактора), а изменение интенсивности преобразования ( $I(\Delta t)$ ) пропорционально изменению соответствующего параметра ( $\Delta t / \Delta t \sim I(\Delta t)$ ), причем второй параметр ( $\Delta \tau$  – внутренний период преобразования элементов) остается постоянным (либо наоборот:  $\Delta t$  – постоянный, а  $\Delta \tau$  – переменный).

*Непропорциональное состояние процесса* – это такое состояние, когда в двухпараметрической системе одновременно переменными являются два параметра. Осуществляется только при условии стабилизации состояния процесса преобразования.

*Стабильным состоянием преобразования* называют процесс, при котором сохраняются постоянными произведения внутреннего и внешнего временных периодов преобразования системы относительно произведения начальных временных параметров, т. е. выполняется условие стабилизации. Величина постоянной меняется в зависимости от типа преобразования.

**Таблица 1.** Математические ожидания и углы унифицированных дискретных состояний статистических распределений интенсивностей процессов преобразования систем [11–13]

**Table 1.** Mathematical expectations and angles of unified discrete state statistical distributions of intensities of system transformation [11–13]

| Состояния<br>States              | Угол, ( $\lambda$ ) рад.<br>Angle, ( $\lambda$ ) rad. | Математические ожидания, ( $\mu$ ) усл. ед.<br>Mathematical expectations, ( $\mu$ ) conditional units | Описание принципа состояния процесса<br>Description of a process state principle   |
|----------------------------------|---|---|--|
| ПС/PS                            | 1   | 0,382   | Начальное равновесное состояние процесса<br>Initial equilibrium state of a process   |
| ПМ*/PM*                          | 0,973   | 0,392   | Уменьшение времени воздействия внешнего доминирующего фактора либо увеличение времени преобразования внутренней системы относительно равновесного состояния процесса<br>Reducing the exposure time of an external dominant factor, or increasing the transformation time of an internal system relative to the equilibrium state of the process  |
| ПМ/PM                            | 0,947   | 0,403   | Уменьшение времени течения внешнего фактора либо увеличение времени преобразования внутренней системы под действием доминирующего и альтернативных источников влияния относительно равновесного состояния процесса<br>Reducing flow time of an external factor, or increasing transformation time of an internal system under the action of the dominant and alternative sources of influence, relative to the equilibrium state of the process  |
| НС*/NS*                          | 0,912   | 0,418   | Уменьшение времени воздействия внешнего доминирующего фактора и пропорциональное увеличение времени преобразования внутренней системы относительно равновесного состояния процесса<br>Reducing the time of influence of the external dominant factor and proportional increase in the transformation time of the internal system relative to the equilibrium state of the process  |
| НС/NS                            | 0,887   | 0,43  | Уменьшение времени воздействия внешнего фактора и пропорциональное увеличение времени преобразования внутренней системы включительно под действием доминирующего и альтернативного источников влияния относительно равновесного состояния процесса<br>Reduction of an external factor influence time and proportional increase of time of transformation of the internal system inclusive under the action of dominant and alternative sources of influence relative to the equilibrium state of the process |
| ПС(2) <i>a</i><br>PS(2) <i>a</i> | 0,831   | 0,459   | Равновесное состояние процесса в альтернативном внешнем потоке относительно начального равновесного состояния процесса<br>Equilibrium state of the process in the alternative external flow relative to the initial equilibrium state of the process   |
| ПС(2) <i>d</i><br>PS(2) <i>d</i> | 0,757   | 0,504   | Равновесное состояние процесса в доминирующем внешнем потоке относительно начального равновесного состояния процесса<br>Equilibrium state of the process in the dominant external flow relative to the initial equilibrium state of the process  |

ПС – пропорционально-стабильное состояние; ПМ – пропорционально-мобильное состояние; НС – непропорционально-стабильное состояние. \* – состояние одномерного доминирующего фактора воздействия; индекс (*d*) в состоянии ПС обозначает доминирующий поток влияния, а индекс (*a*) – альтернативный поток влияния.

PS – proportional-stable state; PM – proportional-mobile state; NS – non-proportional-stable state. \* – state of a one-dimensional dominant influence factor; index (*d*) in the PS state denotes the dominant influence flow, and index (*a*) denotes the alternative influence flow.

Мобильное состояние процесса преобразования – это такое состояние, когда не выполняются условия стабилизации, но в пропорциональном состоянии устойчивость системы в результате преобразования не нарушается.

Если постоянное, либо цикличное воздействие внешнего доминирующего (*d*) фактора на процесс преобразования элементов системы имеет некое пространственное анизотропное направление (направление реки), и в то же время может возникать некое переменное влияние на систему от другого источника (притоков), необходимо ввести еще одну независимую альтернативную переменную  $\Delta t_a$  – период времени внешних альтернативных элементов влияния (притоков). Следовательно, после введения еще одной орто-

гональной временной координаты  $t_a$  получаем трехмерную систему координат  $t, t_d, t_a$ . Если внешнее воздействие только доминирующее, то состояние процесса называется одномерным и обозначается «звездочкой».

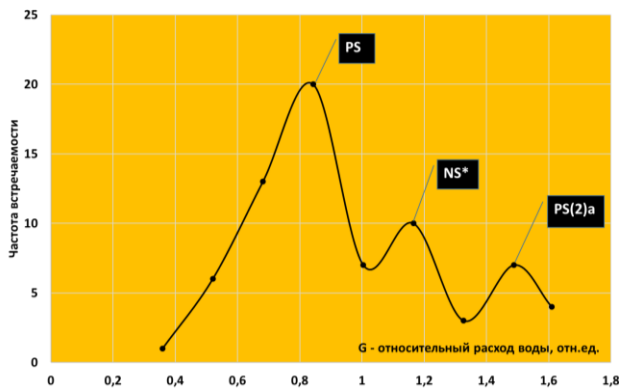
Руслу рек можно рассматривать как открытые гидрографические системы, где *внешним* потоком, повышающим расход воды, являются осадки: дождь, таяние снега. Питаются реки таловыми, дождевыми и грунтовыми водами. В свою очередь, испарение и увлажнение почв уменьшают расход и являются *внутренним* преобразующим процессом в зависимости от атмосферной температуры. Время испарения воды и увлажнения почв в единице объема – это внутренняя характеристика элементов системы относительно атмосферной температуры.

### Результаты исследования

Используя табличные данные стандарта «Росгидромет» расхода воды были построены гистограммы их распределения по сезонам. Например, при построении гистограммы значения минимальных 30-ти суточных летних расходов воды ( $\text{м}^3/\text{с}$ ) реки Великая д. Пятоново Псковского района в период с 1935 по 2014 гг. в выборке из 81 значений, в пределах расхода от 10 до  $61 \text{ м}^3/\text{с}$ , было получено трёхмодальное распределение (рис. 1). Математические ожидания мод, вычисленных согласно уравнению (5), при константе  $\chi=13,42$  оказались равны:  $\mu_1=0,382$ ;  $\mu_2=0,416$ ;  $\mu_3=0,45$ . Они соответствуют состояниям процессов: ПС; ПС\* и ПС(2)а.

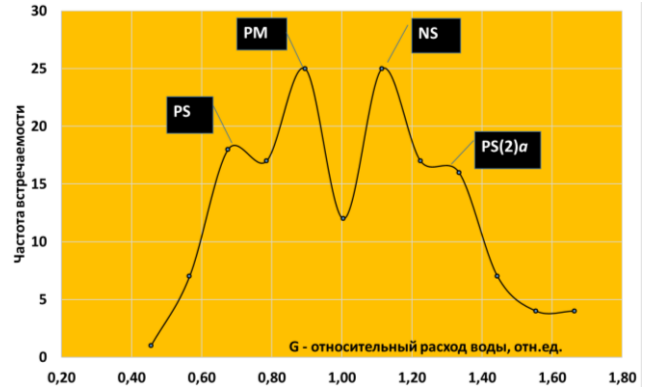
В летний период кроме грунтовых вод река Великая питается только за счет дождей, поэтому состояние процесса изменения расхода воды будет одномерное: ПС\*. При увеличении осадков на территориях притоков реки, увеличение стока реки происходит за счет альтернативного влияния – её притоков, что соответствует состоянию ПС(2)а.

Проведенные изучения выборок расхода воды реки Оки г. Калуги для зимнего, весеннего и летне-осеннего сезонов позволили выявить сезонные различия в распределениях одной гидрографической системы. На основании данных расхода воды с 1883 по 1934 гг. и с 1961 по 1996 гг. была исследована выборка зимне-летне-осеннего сезона с расходом воды до  $250 \text{ м}^3/\text{с}$  в количестве 158 значений и среднем  $141 \text{ м}^3/\text{с}$ . Получена четырехмодальная гистограмма относительных величин (рис. 2), по которой определена константа  $\chi=12,9$  при первой моде  $95,17 \text{ м}^3/\text{с}$  и вычислены математические ожидания:  $\mu_1=0,382$ ;  $\mu_2=0,405$ ;  $\mu_3=0,43$ ;  $\mu_4=0,455$ , соответствующие состояниям процессов: ПС; ПМ; ПС и ПС(2)а. На рис. 2 заметно, что крайние моды выражены слабо, зато средние – ПМ и ПС – наиболее вероятны.



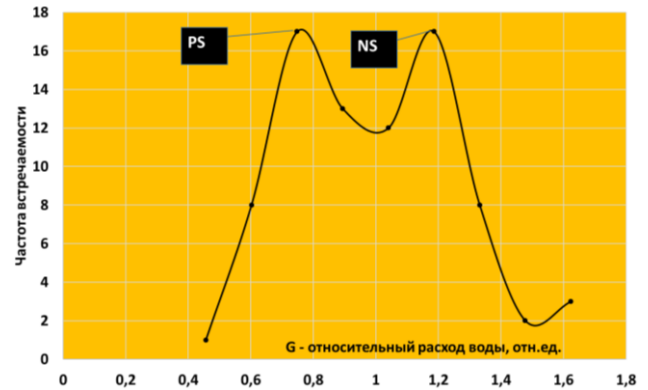
**Рис. 1.** Гистограмма распределения  $G$ -относительной величины расхода воды реки Великая в летний сезон

**Fig. 1.** Histogram of distribution of  $G$ -relative value of water discharge of the Velikaya River in summer season



**Рис. 2.** Гистограмма распределения  $G$ -относительной величины расхода воды реки Оки в зимне-летне-осенний сезон

**Fig. 2.** Histogram of distribution of  $G$ -relative value of water discharge of the Oka River in the winter-summer-fall season



**Рис. 3.** Гистограмма распределения  $G$ -относительной величины расхода воды реки Оки в летне-осенний сезон

**Fig. 3.** Histogram of distribution of  $G$ -relative value of water discharge of the Oka River in the summer-fall season

Более детальный анализ показал, что состояние ПМ проявляется зимой, а ПС – летом-осенью (рис. 3). Данный факт объясняется тем, что увеличение расхода воды зимой происходит вследствие изменения только внешних  $t$ -параметров: увеличение атмосферной температуры, которая влечет за собой таяние льда, снега как вдоль реки, так и вдоль её притоков. Летом к внешним осадкам подключается интенсивное испарение влаги реки и её притоков, обуславливающее изменение внутреннего  $t$ -параметра.

Форма статистического распределения весеннего расхода воды трехмодальна. Причем выборка состоит из 84 значений с данными расхода воды от 140 до  $1290 \text{ м}^3/\text{с}$ , константа  $\chi=12,6$  при первой моде  $383,17 \text{ м}^3/\text{с}$ , среднее значение –  $655 \text{ м}^3/\text{с}$ , математические ожидания:  $\mu_1=0,382$ ;  $\mu_2=0,42$ ;  $\mu_3=0,46$ , соответ-

ствующие состояниям процессов: ПС; НС\* и ПС(2)*a*. Во время весеннего половодья доминирующим внешним фактором увеличения расхода воды рек является поступление воды за счет осадков и таяния снега. Поэтому в распределении проявляется одномерное состояние НС\*. Состояние ПС(2)*a* контролируется дополнительным стоком реки за счет её притоков.

Форма статистического распределения расхода воды летне-осеннего сезона бимодальна (рис. 3). Выборка состоит из 85 значений с данными расхода воды от 66 до 257 м<sup>3</sup>/с, константа  $\chi=13,13$ , средняя величина – 140,3 м<sup>3</sup>/с, математические ожидания:  $\mu_1=0,382$ ;  $\mu_2=0,43$ , соответствующие состояниям процессов: ПС и НС.

### Обсуждение результатов исследования

Полученные результаты статистического распределения вероятности расхода воды в речных

системах для разных сезонов времени позволяют провести сопоставления эмпирических состояний процессов с их теоретическими принципами.

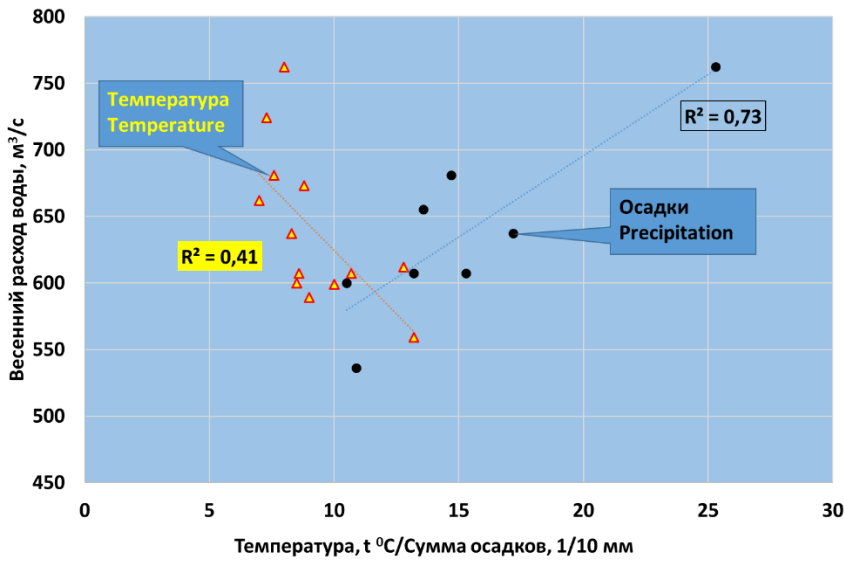
В табл. 2 показаны описания состояний процессов преобразования речных систем рек Великая и Оки в различные периоды времени, где эмпирически выделенные состояния интенсивностей данных процессов соответствуют теоретическим принципам.

Проведем сравнительный анализ связи стока реки в весенний период со средней температурой (апрель и май) и суммой осадков за три месяца двух состояний процессов НС\* и ПС(2)*a*. На основании табличных данных сайта [18] получены средние месячные значения температуры воздуха и осадков города Орла (в различные годы), расположенного в верховьях реки Оки. Причем для состояния процесса ПС(2)*a* выявлены только температурные данные.

**Таблица 2.** Сравнительные описания общих принципов состояний процессов преобразования систем и принципов преобразования речной системы при регистрации её стока

**Table 2.** Comparative descriptions of general principles of states of systems transformation processes and principles of river system transformation when registering its flow

| Состояния States                 | Описание принципа состояния процесса Description of the process state principle   | Описание состояния процесса преобразования речной системы Description of the state of the river system transformation   |
|----------------------------------|---|---|
| ПС/PS                            | Начальное равновесное состояние процесса Initial equilibrium state of the process   | Состояние наименьшего расхода рек для любого сезона, спокойное течение State of lowest river flow for any season, calm currents   |
| ПМ/PM                            | Уменьшение времени воздействия внешнего доминирующего фактора либо увеличение времени преобразования внутренней системы относительно равновесного состояния процесса Reducing the exposure time of the external dominant factor, or increasing the transformation time of the internal system relative to the equilibrium state of the process  | Увеличение температуры в зимний период приводит к увеличению расхода воды вследствие таяния снега и льда реки и её притоков. Это связано только с уменьшением времени воздействия внешнего фактора – поступление единицы объема воды за меньшее время Increase of temperature in winter period leads to increase of water discharge due to melting of snow and ice of the river and its tributaries. This is only due to decreased time of external factor impact – inflow of a unit volume of water for less time  |
| НС*/NS*                          | Уменьшение времени воздействия внешнего доминирующего фактора и пропорциональное увеличение времени преобразования внутренней системы относительно равновесного состояния процесса Reducing the time of influence of the external dominant factor and a proportional increase in the transformation time of the internal system relative to the equilibrium state of the process  | В весенне-летний сезон к влиянию внешних осадков на расход воды прибавляются процессы испарения воды и увлажнение почвы. Это обусловлено появлением влияния внутреннего (временного) фактора на изменения расхода рек. Причем в данном случае основное влияние на расход испытывает сама река, без воздействия её притоков In the spring-summer season, water evaporation and soil moistening are added to the influence of external precipitation on water discharge. This is due to the appearance of the influence of internal (temporal) factor on changes in river discharge. Moreover, in this case, the main influence on the flow rate is experienced by the river itself, without the influence of its tributaries |
| НС/NS                            | Уменьшение времени воздействия внешнего фактора и пропорциональное увеличение времени преобразования внутренней системы включительно под действием доминирующего и альтернативного источников влияния относительно равновесного состояния процесса Reduction of time of influence of an external factor and a proportional increase of time of transformation of the internal system inclusive under the action of dominant and alternative sources of influence relative to the equilibrium state of the process | В летне-осенний период к предыдущему описанию НС*-состояния процесса прибавляется влияние на расход реки её притоков, что обусловлено увеличением дождевых осадков на территориях, прилегающих к притокам In summer-autumn period, to the previous description of the NS*-process state the influence on the river flow rate of its tributaries is added. It is caused by the increase of rainfall in the territories adjacent to the tributaries   |
| ПС(2) <i>a</i><br>PS(2) <i>a</i> | Равновесное состояние процесса в альтернативном внешнем потоке относительно начального равновесного состояния процесса Equilibrium state of the process in the alternative external flow relative to the initial equilibrium state of the process   | При отсутствии в весенне-летний период доминантного влияния температуры и при значительном влиянии дождевых осадков на расход воды реки на территориях, прилегающих к её притокам In spring-summer period, without dominant influence of temperature and significant influence of rainfall on the river flow in the areas adjacent to its tributaries   |



**Рис. 4.** Сопоставление среднего расхода воды реки Оки за весенний период (г. Калуга) со средней атмосферной температурой и 1/10 атмосферных осадков г. Орла для состояния процесса НС\*

**Fig. 4.** Comparison of the average water discharge of the Oka River for the spring period (Kaluga city) with the average atmospheric temperature and 1/10 of the atmospheric precipitation of Orel city for the NS\* process state

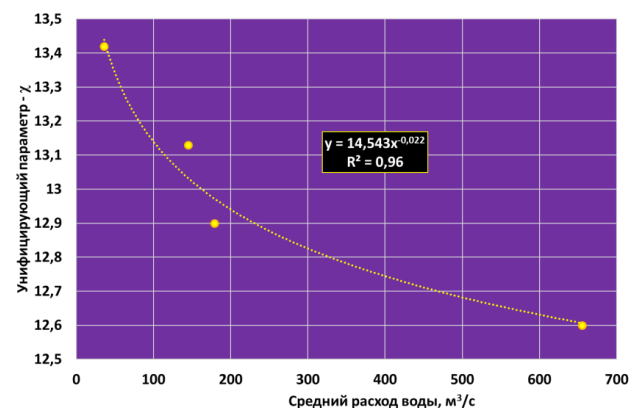
Анализ корреляционных связей в состоянии процесса НС\* выявил следующие закономерности – с увеличением температуры воздуха в верховьях реки сток реки уменьшается, а с увеличением осадков расход воды повышается (рис. 4). Это объясняется следующим образом: положительная регрессия выборочных данных осадков со стоком весьма очевидна, а вот отрицательную связь расхода воды с температурой можно объяснить испарением, т. е. проявлением внутренней характеристики – фазовым переходом элементов водной системы. На рис. 4 видно, что значимость модуля влияния температуры ( $R = -0,64$ ) на расход воды меньше, чем значимость осадков ( $R = +0,85$ ). Причины изменения расхода воды не связаны с притоками (рассматривается доминантное влияние в верховьях реки, т. е. отсутствие альтернативного влияния) и проявление двухкомпонентного внутреннего и внешнего воздействия подтверждает заявленное одномерное состояние процесса преобразования НС\*.

В то же время для состояния процесса ПС(2)а коэффициент корреляции между выборками температуры и стока реки равен 0,36, что подтверждает отсутствие регрессии, т. е. внутреннее время преобразования остается постоянной величиной. К сожалению, в нашем случае нет возможности проверить влияние осадков, а тем более степень действия притоков реки. Можно только предположить, что для состояния ПС(2)а изменение стока реки происходит только в результате соответствующего изменения расхода воды её притоков.

В летне-осенний сезон формирование речного стока в основном происходит в бимодальном со-

стоянии процессов ПС и НС (рис. 3). Очевидно, что в данном периоде времени сильное влияние атмосферных осадков, значительной разницы температур (лето–осень) и зависимости от приточного потока приводит ко второй моде – процессу преобразования НС.

Согласно полученной зависимости (3), существует вычисляемый (унифицирующий) параметр  $\chi$ , который отражает степень влияния нерегистрируемых фазовых изменений речного потока. Величина данного параметра должна быть обратно пропорциональна расходу воды рек и отражать температурное влияние.



**Рис. 5.** Зависимость унифицирующего параметра от среднего сезонного расхода воды рек Оки и Великая

**Fig. 5.** Dependence of the unifying parameter on the average seasonal discharge of the Oka and Velikaya rivers



На рис. 5 этот факт хорошо проявился в степенном уравнении тренда, где отрицательная величина степени, характеризующая интенсивность фазовых трансформаций, равна  $-0,022$ . Чем больше данная величина по модулю, тем значительней интенсивность преобразования системы, т. е. усиливается температурное влияние.

Конечно, гидрографическую систему рек можно исследовать с точки зрения нелинейного динамического хаоса [19], приводящего к определению алгоритмов в условиях возмущения исходных данных, где сингулярные числа могут трансформироваться в полимодальную структуру [20]. Но в этом случае явная высокая неопределенность исходных данных значительно понижает вероятность точного предсказания направления эволюции речной системы.

### Выводы

Интенсивности процессов контролируются временными параметрами – отношением внутреннего времени трансформации элементов, характеристик системы к внешнему времени воздействия на систему [13]. На основании двухпараметрической функции, в которой параметры могут быть переменными либо постоянными, при устойчивости и стабилизации процессов преобразования исследуемой системы определены три базовые состояния интенсивностей данных процессов: пропорционально-стабильное (ПС); пропорционально-мобильное (ПМ); непропорционально-стабильное (НС).

Рассматривая расход воды речных систем в качестве интенсивности непреобразованных элемен-

тов преобразующейся системы, можно использовать универсальное уравнение мод для унификации полимодальных распределений. Это позволяет привести в соответствие моды интенсивности полимодального статистического распределения с уже вычисленными семи константами-аттракторами универсальной кинематической теории преобразования открытых систем. Каждая константа, связанная с «золотой» пропорцией, отождествляется с универсальным принципом состояния процесса преобразования исследуемых систем и позволяет правильно интерпретировать состояние систем в настоящем времени.

По табличным данным (стандарта «Росгидромет») сезонного расхода воды рек Великая и Оки построены полимодальные распределения плотности вероятности их стока. После проведения унификации распределений величины мод стали полностью соответствовать константам универсальных принципов состояний процессов преобразования. В свою очередь, соответствующие интерпретации реальных процессов преобразования речной системы по существу совпадают с описанием универсальных принципов трансформации открытых систем.

Таким образом, на основании присутствия выборки расхода воды в речных системах, используя уравнение унификации полимодального распределения, можно определить состояние процесса преобразования речной системы в настоящем времени и, зная параметры внешнего воздействия, предсказать её будущее развитие.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лобанов С.А. Полимодальность законов распределения речного стока. – Владивосток: Изд-во ДВГАЭУ, 2004. – 104 с.
2. Lamperta A., Tlustý T. Resonance-induced multimodal body-size distributions in ecosystems. – 2013. – Vol. 110 (1). – P. 205–209. URL: <https://doi.org/10.1073/pnas.1211761110> (дата обращения 06.09.2023).
3. Merlo M.J., Parietti M., Etchegoin J.A. Long-term study of the life cycle of the freshwater snail *Heleobia parchappii* (Mollusca: Cochliopidae) in a lentic environment in Argentina // *Limnetica*. – 2016. – Vol. 35 (1). – P. 49–60. DOI: 10.23818/limn.35.04 URL: <https://www.limnetica.com/es/long-term-study-life-cycle-freshwater-snail-heleobia-parchappii-mollusca-cochliopidae-lentic> (дата обращения 06.09.2023).
4. Ashley G.M. Interpretation of polymodal sediments // *The Journal of Geology*. – 1978. – Vol. 86 (4). – P. 411–421. URL: <https://doi.org/10.1086/649710> (дата обращения 01.09.2023).
5. Distributions of particle sizes in black soil and their environmental significance in northeast China / Binghe Yan, Yulan Zhang, Shuying Zang, Qiang Chen, Li Sun // *Sustainability*. – 2021. – Vol. 13. – 3706. URL: <https://doi.org/10.3390/su13073706> (дата обращения 03.09.2023).
6. Torrecillas C.M., Halberta G.W., Lamprou D.A. A novel methodology to study polymodal particle size distributions produced during continuous wet granulation // *International Journal of Pharmaceutics*. – 2017. – Vol. 519. – P. 230–239. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378517317300248?via%3Dihub> (дата обращения 06.09.2023).
7. Fedoseev V.B., Fedoseeva E.N. Formation of Bi-and polymodal distributions and the Nonostwald behavior of disperse system // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. – 2019. – Vol. 92. – № 5. – P. 1191–1200.
8. Hydrochemistry and sediment characteristics of polar periglacial lacustrine environments on Fisher Island and Broknes Peninsula, East Antarctica / Rajesh Asthana, Prakash Kumar Shrivastava, Hari Bahadur Shrivastava, Mirza Javed Beg, Pradeep Kumar // *Advances in Polar Science*. – 2013. – Vol. 4. – № 24. – P. 281–295. URL: <http://journal.polar.org.cn/EN/10.3724/SP.J.1085.2013.00281> (дата обращения 06.09.2023).
9. Analysis of milling efficiency of the Vanadis 8 tool steel with additions of vanadium and molybdenum carbides / E.L. Barbedoa, P.H. Gonçalves, M.S. Lamoglia, A.M.P. Pontesa, V.H.B. Kuffnera, G.F. Gomesa, G. Silvae // *Materials Research*. – 2021. – Vol. 24. – № 5. URL: <https://doi.org/10.1590/1980-5373-MR-2021-0054> (дата обращения 03.09.2023).
10. Суханова В.В., Иванова О.А. О полимодальном распределении Курильского эпипелагического нектона по массе тела особей // *Известия Тихоокеанского научно-исследовательского рыбохозяйственного центра*. – 2001. – Т. 128. – С. 390–408.

11. Мельник И.А., Недоливко Н.М. Экстремумы дискретного распределения содержания бора как показатели гидродинамики осадконакопления // Нефтяное хозяйство. – 2022. – № 10. – С. 14–18.
12. Мельник И.А. Полимодальность гистограмм геологических характеристик как критерий флюидодинамики // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2022. – Т. 333. – № 9. – С. 66–74.
13. Мельник И.А. Полимодальность распределения вторичных каолинитов в открытых системах песчаных коллекторов // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов – 2023. – Т. 334. – № 8. – С. 17–29.
14. Швейкина В.И., Кожевникова И.А. Нелинейная модель колебаний речного стока с хаотическими режимами // Водное хозяйство России. – 2012. – № 6. – С. 4–20.
15. Стандарт организации «Росгидромет» 52.08.41-2017. Основные гидрогеологические характеристики при нестационарности временных рядов, обусловленной влиянием климатических факторов. Рекомендации по расчету / В.Ю. Георгиевский, А.Г. Лобанова, Т.Г. Молчанова, Е.А. Грек, Е.В. Гуревич, Д.В. Георгиевский. – СПб.: ФБГУ «ГГИ», 2017. – 42 с. URL: <https://files.stroyinf.ru/Data2/1/4293738/4293738978.pdf> (дата обращения 01.09.2023).
16. Лобанов С.А., Задоя Д.С. Картографирование характеристик полимодальности законов распределения годового стока рек Сибири и Дальнего Востока Арктического бассейна // Экологические системы и приборы. – 2013. – № 3. – С. 17–20.
17. Князева Е.Н., Курдюмов С.П. Основания синергетики. Синергетическое мировидение. – М.: КомКнига, 2005. – 240 с.
18. Погода и климат. URL: <http://www.pogodaiklimat.ru/history/27906.htm> (дата обращения 05.09.2023).
19. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Нелинейная динамика и хаос: основные понятия. – М.: Либроком, 2018. – 240 с.
20. Куликов В.Б. Восстановление полимодальных плотностей вероятности по экспериментальным данным в структурах со стохастическими свойствами // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2014. – № 1. – Т. 1. – С. 248–256.

### Информация об авторах

**Игорь Анатольевич Мельник**, доктор геолого-минералогических наук, профессор отделения нефтегазового дела Инженерной школы природных ресурсов Национального исследовательского Томского политехнического университета, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30. [melnik@tpu.ru](mailto:melnik@tpu.ru)

Поступила в редакцию: 28.09.2023

Поступила после рецензирования: 12.10.2023

Принята к публикации: 20.11.2023

### REFERENCES

1. Lobanov S.A. *Polymodality of river flow distribution laws*. Vladivostok, DVGAEU Publ., 2004. 104 p. (In Russ.)
2. Lamperta A., Tlustý T. *Resonance-induced multimodal body-size distributions in ecosystems*, 2013, vol. 110, no. 1, pp. 205–209. Available at: <https://doi.org/10.1073/pnas.1211761110> (accessed 6 September 2023).
3. Merlo M.J., Parietti M., Etchegoin J.A. Long-term study of the life cycle of the freshwater snail *Heleobia parchappii* (Mollusca: Cochliopidae) in a lentic environment in Argentina. *Limnetica*, 2016, vol. 35, no. 1, pp. 49–60. DOI: 10.23818/limn.35.04 Available at: <https://www.limnetica.com/es/long-term-study-life-cycle-freshwater-snail-heleobia-parchappii-mollusca-cochliopidae-lentic> (accessed 6 September 2023).
4. Ashley G.M. Interpretation of polymodal sediments. *The Journal of Geology*, 1978, vol. 86, no. 4, pp. 411–421. Available at: <https://doi.org/10.1086/649710> (accessed 1 September 2023).
5. Binghe Yan, Yulan Zhang, Shuying Zang, Qiang Chen, Li Sun. Distributions of particle sizes in black soil and their environmental significance in northeast China. *Sustainability*, 2021, vol. 13, 3706. Available at: <https://doi.org/10.3390/su13073706> (accessed 3 September 2023).
6. Torrecillas C.M., Halberta G.W., Lamprou D.A. A novel methodology to study polymodal particle size distributions produced during continuous wet granulation. *International Journal of Pharmaceutics*, 2017, vol. 519, pp. 230–239. Available at: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378517317300248?via%3Dihub> (accessed 6 September 2023).
7. Fedoseev V.B., Fedoseeva E.N. Formation of Bi- and polymodal distributions and the Nonostwald behavior of disperse system. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2019, vol. 92, no. 5, pp. 1191–1200.
8. Rajesh Asthana, Prakash Kumar Shrivastava, Hari Bahadur Srivastava, Mirza Javed Beg, Pradeep Kumar. Hydrochemistry and sediment characteristics of polar periglacial lacustrine environments on Fisher Island and Broknes Peninsula, East Antarctica. *Advances in Polar Science*, 2013, vol. 4, no. 24, pp. 281–295. Available at: <http://journal.polar.org.cn/EN/10.3724/SP.J.1085.2013.00281> (accessed 6 September 2023).
9. Barbedoa E.L., Gonçalves P.H., Lamoglia M.S., Pontesa A.M.P., Bastos Kuffner B.H., Gomesa G.F., Silvae G. Analysis of milling efficiency of the Vanadis 8 tool steel with additions of vanadium and molybdenum carbides. *Materials Research*, 2021, vol. 24, no. 5. Available at: <https://doi.org/10.1590/1980-5373-MR-2021-0054> (accessed 3 September 2023).
10. Sukhanova V.V., Ivanova O.A. Polimodal distribution of Kuril epipelagic nekton by an individual body mass. *Izvestiya Tikhookeanskogo nauchno-issledovatel'skogo rybnokhozyaystvennogo tsentra*, 2001, vol. 128, pp. 390–408. (In Russ.)
11. Melnik I.A., Nedolivko N.M. Extremes of boron content discrete distribution as indices of sedimentation hydrodynamics. *Oil Industry*, 2022, no. 10, pp. 14–18. (In Russ.)
12. Melnik I.A. Polymodality of histograms of geological characteristics as a criterion of fluid dynamics. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2022, vol. 333, no. 9, pp. 66–74. (In Russ.)
13. Melnik I.A. Polymodality of distribution of secondary kaolinities in open systems of sand reservoirs. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2022, vol. 334, no. 8, pp. 17–29. (In Russ.)

14. Shveykina V.I., Kozhevnikova I.A. nonlinear model of variation in streamflow with chaotic modes. *Vodnoe khozyaystvo Rossii*, 2012, no. 6, pp. 4-20. (In Russ.)
15. Georgievskiy V.Yu., Lobanova A.G., Molchanova T.G., Grek E.A., Gurevich E.V., Geogievskiy D.V. *Standard of the organization "Roshydromet" 52.08.41-2017. Basic hydrogeological characteristics under non-stationarity of time series due to the influence of climatic factors. Recommendations for calculation*. St Petersburg, FBGU «GGI» Publ., 2017. 42 p. (In Russ.) Available at: <https://files.stroyinf.ru/Data2/1/4293738/4293738978.pdf> (accessed 1 September 2023).
16. Lobanov S.A., Zadoya D.S. Mapping the characteristics of polymodality of distribution laws of annual river flow in Siberia and Far East of Arctic basin. *Ekologicheskie sistemy i pribory*, 2013, no. 3, pp. 17–20. (In Russ.)
17. Knyazeva E.N., Kurdyumov S.P. *Foundations of synergetics. Synergetic worldview*. Moscow, KomKniga Publ., 2005. 240 p. (In Russ.)
18. *Weather and climate*. (In Russ.) Available at: <http://www.pogodaiklimat.ru/history/27906.htm> (accessed 5 September 2023).
19. Malinetskiy G.G., Potapov A.B. *Nonlinear dynamics and chaos: basic concepts*. Moscow, Librokom Publ., 2018. 240 p. (In Russ.)
20. Kulikov V.B. Reconstruction of polymodal densities of probability by the experimental data in structures with stochastic properties. *Vestnik of Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod*, 2014, vol. 1, no. 1, pp. 248–256. (In Russ.)

#### **Information about the authors**

**Igor A. Melnik**, Dr. Sc., Professor, National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russian Federation. [melnik@tpu.ru](mailto:melnik@tpu.ru)

Received: 28.09.2023

Revised: 12.10.2023

Accepted: 20.11.2023