

УДК 550.812.14  
DOI: 10.18799/24131830/2023/12/4156  
Шифр специальности ВАК: 1.6.11

## Цифровой керн: исследование текстурных неоднородностей в горной породе

Ю.Е. Катанов<sup>✉</sup>, А.И. Аристов, А.К. Ягафаров

*Тюменский индустриальный университет, Россия, г. Тюмень*

✉ katanov-juri@rambler.ru

### Аннотация

**Актуальность.** При течении по каналам ограниченных размеров реальная жидкость испытывает постоянные потери механической энергии (гидравлическое сопротивление) из-за действия вязкого трения. Гидравлическое сопротивление состоит из двух компонентов: сопротивление по длине потока и местное сопротивление. Тяготение по длине потока возникает из-за того, что жидкость сталкивается с силой на единицу площади, перпендикулярной направлению потока. Местное сопротивление возникает в результате вязкого взаимодействия между жидкостью и стенками канала. Местные гидравлические сопротивления включают внезапные и постепенные сужения/расширения (диффузоры/конфузоры) флюидопроводящего канала, угловые и дроссельные зазоры. Значение коэффициента гидравлического сопротивления зависит от типа геометрии каналов, условий входа в них жидкости (смачиваемость текстуры породы) и от режима течения. Когда жидкость течет по каналам различного поперечного сечения, по мере сужения канала скорость потока увеличивается, а давление, исходя из уравнения Бернулли, уменьшается. **Цель:** изучить распределения сегментов текстурной неоднородности горных пород в условиях геологической неопределённости. **Объекты:** полимиктовые песчаники тюменской свиты. **Методы.** Разработанные алгоритмы идентификации областей сужения/расширения (конфузоры/диффузоры) в текстуре горной породы (полимиктовый песчаник) базируются на нейросетевой реконструкции керновых данных; исследование геометрического многообразия геологических образов горных пород основано на обобщении вещественных пространственных форм в сочетании с аксиомой гиперплоскостей; методический подход для нахождения распределения инерционных возбудителей (конфузоров/диффузоров), влияющих на характер изменения фронта движения многофазного потока в текстуре горной породы, основан на метриках оценки возможных распределений. **Результаты.** Представлены начальные этапы цифровой трансформации керновых данных. Определено, что основной проблемой цифровой проекции геологических данных на большие масштабы является необходимость учета систем инерционных эффектов, как в имеющемся объеме горной породы, так и в экстраполируемом ее пространстве. С целью адекватного представления характера течения многофазной жидкости для разных масштабов разработаны алгоритмы сегментирования геологических образов флюидопроводящего пространства с дальнейшей идентификацией законов распределения инерционных возбудителей (конфузоров/диффузоров) в текстуре горной породы. Для обучения и тестирования разработанных алгоритмов использованы изображения компьютерной томографии кернового материала и снимки шлифов горных пород в детализированном разрешении. Исходный код нейросетевых алгоритмов написан на языке программирования Python с дополнительным использованием некоммерческих библиотек. Выполнена апробация алгоритмов на реальных данных, подтверждающая экспериментальными исследованиями в лаборатории цифровых исследований в нефтегазовом деле в рамках реализации технологического проекта «Цифровой керн» (Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень), лаборатории научно-технического центра рационального недропользования им. В.И. Шпильмана (г. Ханты-Мансийск), лаборатории керновых исследований (Тюменский государственный университет, г. Тюмень).

**Ключевые слова:** закон распределения, конфузоры, диффузоры, текстурная неоднородность, флюидопроводящее пространство, реконструкция, томография, нейросеть.

**Для цитирования:** Катанов Ю.Е., Аристов А.И., Ягафаров А.К. Цифровой керн: исследование текстурных неоднородностей в горной породе // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2023. – Т. 334. – № 12. – С. 196–208. DOI: 10.18799/24131830/2023/12/4156

---

UDC 550.812.14  
DOI: 10.18799/24131830/2023/12/4156

## Digital core: study of textural heterogeneities in a rock

Yu.E. Katanov✉, A.I. Aristov, A.K. Yagafarov

*Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russian Federation*

✉ katanov-juri@rambler.ru

### Abstract

**Relevance.** When real fluid flows through channels of limited dimensions, it experiences a constant loss of mechanical energy (hydraulic resistance) due to the action of viscous friction. Hydraulic drag has two components: drag along the length of the flow and local drag. The drag along the length of the flow arises because the fluid encounters a force per unit area perpendicular to the direction of the flow. Local drag results from the viscous interaction between the fluid and the channel walls. Local hydraulic resistances include sudden and gradual constrictions/expansions (diffusers/confusers) of the fluid channel, angular and choke gaps. The value of the hydraulic resistance coefficient depends on the type of channel geometry, conditions of fluid entry (wettability of the rock texture) and on the flow regime. When fluid flows through channels of different cross-section, as the channel narrows, the flow velocity increases and the pressure, based on Bernoulli's equation, decreases. **Objects.** Polymictic sandstones of the Tyumen Formation. **Methods.** The developed algorithms for identifying areas of contraction/expansion (confusers/diffusers) in the rock texture (polymictic sandstone) are based on neural network reconstruction of core data. The study of geometric diversity of geological rock images is based on generalization of real spatial forms in combination with the axiom of hyperplanes. A methodical approach for finding distribution of inertial excitors (confusers/diffusers), affecting the character of multiphase flow front changes in the rock texture, is based on the metrics for estimating possible distributions. **Results.** The paper introduces the initial stages of core digital transformation data. It was determined that the main problem of geological data digital projection on a large scale is the need to take into account the systems of inertial effects, both in the available volume of the rock and in the extrapolated space of it. In order to adequately represent the character of multiphase fluid flow for different scales, the authors have developed the algorithms for segmentation of geological images of fluid space with further identification of distribution laws of inertial excitors (confusers/diffusers) in the rock texture. For training and testing the developed algorithms we used the computer tomography images of core material and detailed resolution images of rock sections. The source code of neural network algorithms was written in the Python programming language with the additional use of non-commercial libraries. The algorithms were tested on real data, confirming by experimental studies in the laboratory of digital research in oil and gas as part of the technological project "Digital Core" (Industrial University of Tyumen, Tyumen), the laboratory of the V.I. Shpilman Research and Analytical Center for Rational Subsoil Use (Khanty-Mansiysk), Core Research Laboratory (University of Tyumen, Tyumen).

**Keywords:** distribution law, confusers, diffusers, textural heterogeneity, fluid-conducting space, reconstruction, tomography, neural network.

**For citation:** Katanov Yu.E., Aristov A.I., Yagafarov A.K. Digital core: study of textural heterogeneities in a rock. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2023, vol. 334, no. 12, pp. 196–208. DOI: 10.18799/24131830/2023/12/4156

---

### Введение

В настоящее время хорошо разработаны гидродинамические модели нефтегазового коллектора, в которых реальную горную породу, содержащую нефть и газ и отдающую их при эксплуатации месторождения, заменяют специализированным объектом – физической моделью.

В физической модели задают считающиеся однородными компоненты (скелет породы, цементирующее вещество, первичные и вторичные поры, насыщенные пластовым флюидом), делают предположения относительно структуры и взаимного расположения выделяемых компонентов, то есть предопределяют геометрию модели [1, 2].

Физические модели позволяют сформировать концепцию построения гидродинамических моделей по соответствующим фильтрационно-емкостным свойствам коллектора бесконечно больших или ограниченных в пространстве размеров, а также разработать для этих гидродинамических моделей методы исследования через систему скважин или отдельную скважину как на установленных, так и на неустановившихся режимах фильтрации. Физическая модель представляет коллектор в виде пучка прямых параллельных капилляров одинакового сечения и одинаковой длины [3, 4].

Некоторые осложнения приводят к моделям ветвящихся капилляров переменного или постоян-

ного сечения. Основанием к построению таких моделей служат исследования в лабораторных условиях поднятых из скважины образцов (физического керна) небольших размеров. Свойством таких моделей является то, что к ним можно приложить законы трубной гидравлики и в конечном счете связать «макропараметры» коллектора – пористость и проницаемость – с «микропараметрами» – размерами пор или радиусов обломочного материала.

Для выявления количественных связей между емкостью и фильтрационными свойствами пород-коллекторов можно использовать две категории структурных моделей флюидопроводящего пространства: гранулярные и капиллярные.

Капиллярные модели флюидопроводящего пространства были исторически введены позже и оказались более эффективными. Самая простая из них состоит из параллельных капилляров с одинаковой площадью поперечного сечения. Даже эта простая модель удовлетворительно работает во многих случаях [5–8].

Поскольку флюидопроводящее пространство породы-коллектора представлено сочетаниями хаотично расположенных мелких пор и межпоровых каналов, которые перераспределяются друг относительно друга при изменении давления и температуры в горном массиве, то его объем можно рассматривать в виде взаимосвязанной системы двух типов распределений: пор (первичных и вторичных) и цементирующего вещества.

Роль инерционных сил, действующих на течение жидкостей в пористых средах, возрастает с увеличением скорости движения фильтрационного потока через поры (первичные и вторичные). При значительных скоростях течения флюидов происходит изменение границ и направления векторов фильтрационного фронта из-за извилистого характера флюидопроводящих каналов горного массива и отсутствия однородности площадей поперечного сечения пор (первичные и вторичные). Эти изменения приводят к значительным нарушениям закона Дарси.

Основная проблематика цифровой проекции физического керна на большие масштабы заключается в необходимости определения участков действия вышеперечисленных инерционных сил с учетом эффекта асимметрии (в том числе систематическое расширение капилляров, при котором раскрытость флюидопроводящего канала заменяется областью сужения с определенным диаметром), что особенно необходимо для решения задач течения многофазной жидкости и получения соответствующих уравнений фильтрации в неоднородных трещиновато-пористых средах.

#### **Методический подход к исследованию текстурной неоднородности горных пород**

В качестве основополагающего алгоритма для цифрового выделения границ первичных и вторич-

ных пор используется сегментация томографических изображений на основе пространственных маркеров (алгоритм структурного анализа и дескрипторов форм).

Данный алгоритм выполняет извлечение семантической информации из графических образов при рассмотрении каждого пикселя и вокселя (объемного пикселя) как сети локальных топографических отметок (высот).

На вход нейросетевого алгоритма подается томографическое изображение в бинарном представлении (поры и цементирующее вещество), которое создается непосредственно пользователем или формируется в процессе выполнения исходного кода.

Далее определяется периметр соседства для групп пикселей, которые будут отбираться как сочлененные друг с другом (для разработанного алгоритма значения периметра могут быть 4 или 8).

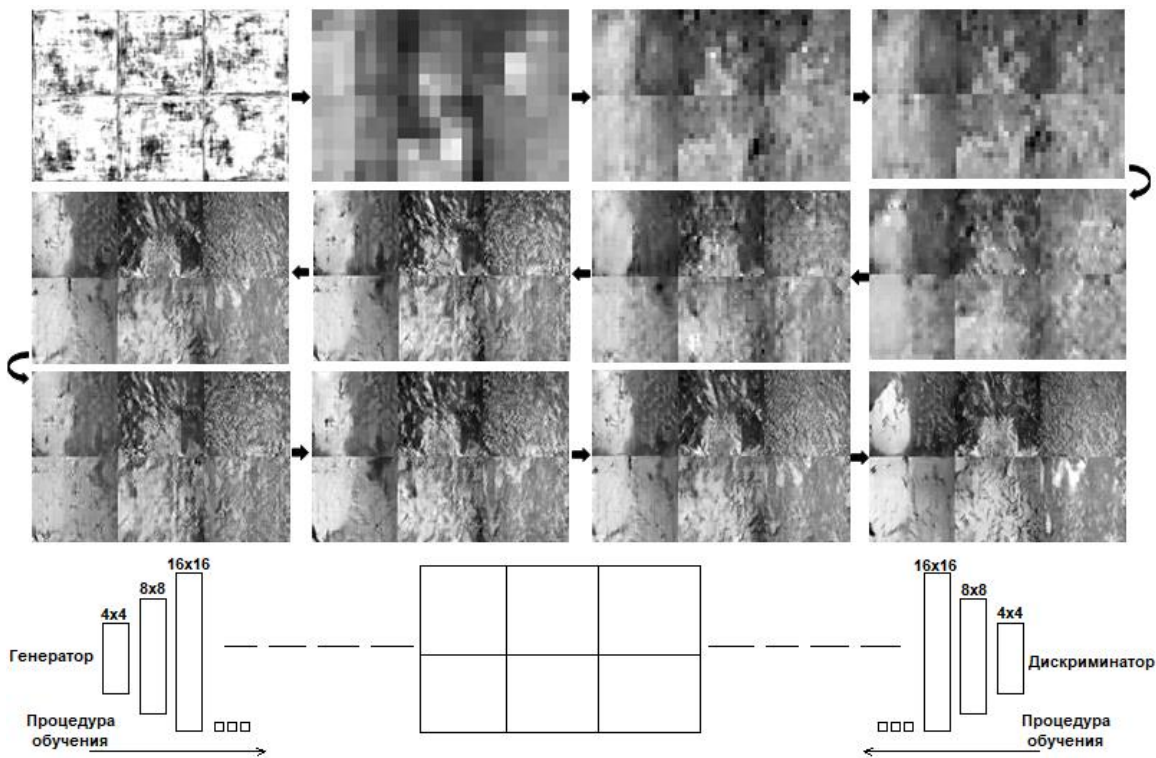
После этого указывается тип выходных меток изображения – числовой (integer) с соответствующей битностью и подписью.

Для визуализации алгоритма выделения границ первичных и вторичных пор использована некоммерческая библиотека Scikit-Image, основу которой составляют алгоритмы работы с цветовым пространством, морфологии, пространственной фильтрации и многое другое. Дополнительно могут быть привлечены: алгоритм Federico Bolelli для присвоения меток выделенным объектам (Spaghetti Labeling – алгоритм «спагетти»); алгоритм Grana (Block-Based Decision Table (BBDT) – алгоритм маркировки соединенных компонентов на основе блоков); алгоритм Wu (Scan Array-based Union-Find (SAUF) – сканирование массива для нахождения объединения).

В итоге формируется матрица инерционных возбудителей (центроидов для сегментированных объектов пространства цифрового керна), массив соответствующих меток и статистика для данных объектов.

В качестве входных данных для выделения границ пор, пустот и трещин использовались предварительно сглаженные фотографические материалы керна (полимиктовые песчаники), полученные по результатам компьютерной томографии.

На начальном этапе цифровой трансформации порового пространства керна была реализована процедура выделения первичных текстурных кластеров в виде «пространственного шума» («верхний левый квадрант») с дальнейшей нейросетевой реконструкцией исследуемых образцов горных пород (на каждой итерации происходит реконструкция шести фиксированных слайсов полимиктовых песчаников на базе технологии генеративно-состязательных нейросетей) (рис. 1).



**Рис. 1.** Нейросетевая реконструкция данных томографии  
**Fig. 1.** Neural network reconstruction of tomography data

Подверженные бинаризации томографические образы ядерного материала были организованы в одной плоскости в единый стек. Флюидопроводящее пространство цифрового керна (первичные и вторичные поры) представлено «красным цветом», твердое вещество породы (зерна, цементирующее вещество) – «синим цветом». Отдельные ячейки геологических образов представлены пикселями и вокселями (объемными пикселями) с собственной кодировкой. Пиксели «желтого, бирюзового и зеленого цветов» отображают границы между флюидопроводящими сегментами цифрового керна и обусловлены особенностями визуализатора (открытая библиотека Vedo). В качестве входных данных для алгоритма поиска законов распределения текстурных конфузоров/диффузоров цифрового керна использованы их соответствующие точечные координаты в границах имеющихся пикселей и вокселей (рис. 2).

Методический подход к нахождению распределения инерционных возбудителей основан на метриках оценки возможных распределений [9–21].

Распределение данных (непрерывное или дискретное) – это сложная функция для перебора возможных вариантов значений отдельного множества, которым могут соответствовать реальные данные.

В качестве метрик оценивания плотности распределения использован классический критерий Колмогорова–Смирнова (К–С) и критерий  $\chi^2$ .

Тест Колмогорова–Смирнова (К–С) используется для проверки того, принадлежит ли выборка данных к определенному распределению или нет.

Тест сравнивает известное гипотетическое распределение вероятности (например, нормальное распределение) с распределением, полученным на основе имеющихся данных – эмпирической функцией распределения (ЭФР).

Гипотезы для проверки теста (К–С) следующие:

- нулевая гипотеза ( $H_0$ ): данные соотносятся с указанным распределением;
- альтернативная гипотеза ( $H_1$ ): хотя бы одно значение не соответствует заданному распределению.

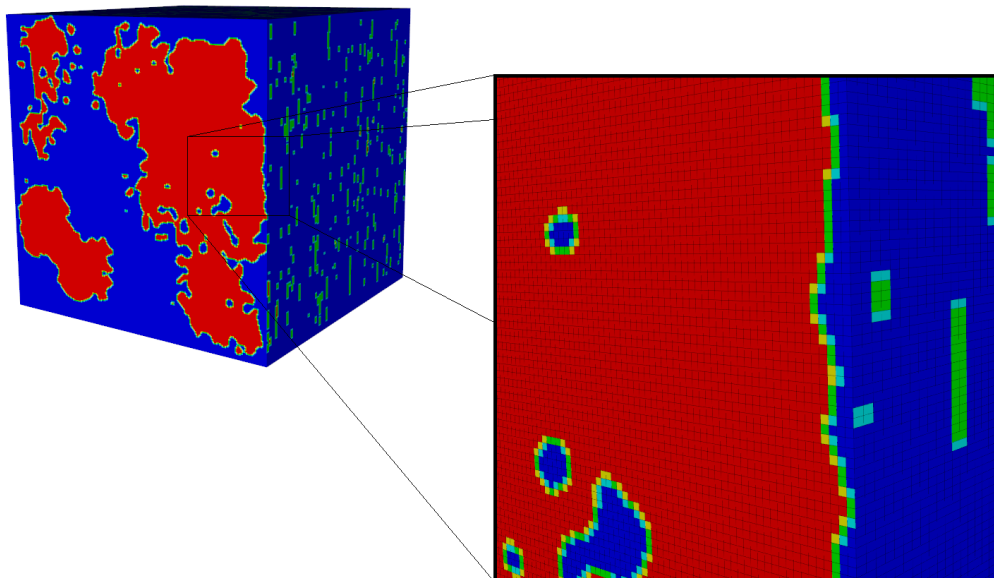
$$H_0 : P = P_0; H_1 : P \neq P_0,$$

где  $P$  – распределение собственной выборки (например, ЭФР);  $P_0$  – заданное распределение.

Тестовая статистика (К–С) измеряет наибольшее расстояние между ЭФР  $F_{\text{data}}(x)$  (эмпирическая функция распределения наблюдаемых данных) и теоретической функцией гипотетического распределения  $F_0(x)$ , измеренное в вертикальном направлении:

$$D = \sup_x |F_0(x) - F_{\text{data}}(x)|.$$

Если  $D$  больше критического значения, то нулевая гипотеза отвергается. Критические значения для  $D$  можно найти в известной таблице р-значений критерия (К–С).



**Рис. 2.** Последовательность бинарных представлений томографических изображений на примере отдельной оси гиперкуба цифрового ядра

**Fig. 2.** Sequence of binary representations of tomographic images as an example of a single axis of a digital core hypercube

Для термина «распределение Колмогорова–Смирнова» в подавляющем большинстве случаев предполагается, что лежащая в основе кумулятивная функция распределения непрерывна. В таких случаях распределение (К–С) может быть глобально аппроксимировано общим бета-распределением.

Однако в некоторых реальных приложениях требуется дискретное распределение, для которого также есть нюансы, связанные со скачкообразными разрывами исследуемой закономерности.

Фактически не существует общепринятых эффективных или точных вычислительных методов, которые бы справились с этой ситуацией. Универсальным статистическим подходом для дискретного распределения (К–С), приводящим к наиболее точным  $p$ -значениям при тестировании закономерности, является выражение дополнительной вероятностной функции распределения (ВФР) через прямоугольную вероятность для статистики равномерного порядка с помощью быстрого преобразования Фурье. Этот подход выходит за рамки данной статьи.

Случайная величина (К–С)  $D_n$  с параметром  $n$  имеет кумулятивную функцию распределения (КФР)  $D_{n-1}(2n)$

$$P\left(D_n < \frac{1}{2n} + v\right) = n! \int_{\frac{1}{2n}-v}^{\frac{1}{2n}+v} \int_{\frac{3}{2n}-v}^{\frac{3}{2n}+v} \dots \int_{\frac{2n-1}{2n}-v}^{\frac{2n-1}{2n}+v} g(u_1, u_2, \dots, u_n) du_n \dots du_2 du_1$$

$$0 \leq v \leq \frac{2n-1}{2n}.$$

Тест на соответствие критерию  $\chi^2$  – это статистический тест на нулевую гипотезу, используемый для вероятностного определения того, соотносится ли исследуемая переменная к определенному распределению (оценка репрезентативности выборки относительно генеральной совокупности).

Особенностью теста  $\chi^2$  является его применение к любому одномерному распределению, для которого можно вычислить соответствующую кумулятивную функцию. Тест  $\chi^2$  применяется как к биннированным данным (т. е. данным, разбитым на классы), так и к не биннированным данным, поскольку возможен расчет гистограммы или таблицы частот перед соответствующей генерацией теста.

Тест  $\chi^2$  является альтернативой тестам Андерсона–Дарлинга и Колмогорова–Смирнова. Он может быть применен к дискретным распределениям, таким как биномиальное и Пуассона. Тесты Колмогорова–Смирнова и Андерсона–Дарлинга ограничены непрерывными распределениями.

Гипотезы для проверки теста  $\chi^2$  следующие:

- нулевая гипотеза ( $H_0$ ): данные следуют заданному распределению;
- альтернативная гипотеза ( $H_a$ ): данные не соответствуют заданному распределению;
- тестовая статистика: для вычисления добросовестности подгонки по критерию  $\chi^2$  данные делятся на бины (агрегирование точечных объектов в пространстве для наблюдения закономерностей в мелких и крупных масштабах и для повышения скорости обработки и/или интерпретации):

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k (O_i - E_i)^2 / E_i,$$

где  $O_i$  – наблюдаемая частота для бина  $i$ ;  $E_i$  – ожидаемая частота для бина  $i$ :

$$E_i = N(F(Y_u) - F(Y_l)),$$

где  $F(Y_l)$  – КФР для тестируемого распределения;  $Y_u$  – верхняя граница для класса  $i$ ;  $Y_l$  – нижняя граница для класса  $i$ ;  $N$  – размер выборки.

Алгоритм автоматического нахождения распределения элементов петрофизической микродиссипации выполнен на основе функциональных возможностей библиотеки SciPy. SciPy предоставляет алгоритмы для оптимизации, интегрирования, интерполяции, задач на собственные значения, алгебраических уравнений, дифференциальных уравнений, статистики и многих других классов задач.

Алгоритм определения инерционных возбудителей создан с использованием библиотеки OpenCV (это отличный инструмент для обработки изображений и выполнения задач компьютерного зрения). Данную библиотеку с открытым исходным кодом можно использовать для выполнения таких задач, как распознавание геологических образов, отслеживание смещения текстурных объектов и многое другое. Она поддерживает множество языков, включая Python, Java, C++.

Глинистые минералы могут быть распределены в геометрическом пространстве в различных вариациях, в частности, в виде микроагрегатов, тонких пленок (фибрилл), покрывающих поры изнутри, и в виде «мостов».

Данные виды скопления глин можно задать при обучении нейронной сети, чтобы идентифицировать их сосредоточение в различном масштабе. По сути, это будут точечные сосредоточения глинистого цемента (карбонатного цемента), рассеянные по геометрическому пространству керна.

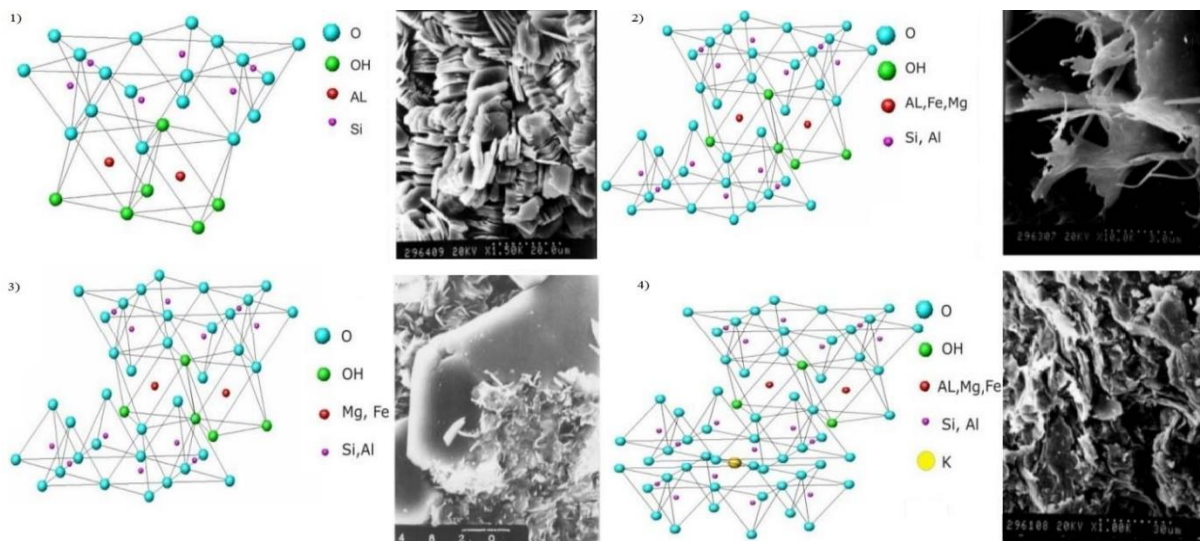
Данная точечная идентификация позволит реализовать дальнейшую процедуру нечеткой кластеризации глинистых микроагрегатов большего масштаба для формирования наиболее вероятного глинистого каркаса цифрового керна.

Рассмотрим строение кристаллических решеток монтмориллонита (наноуровень) и других глинистых минералов-алюмосиликатов неокотских отложений месторождения Новый Уренгой (рис. 3).

Из рис. 3 видно, что звенья кристаллических решеток минералов есть ничто иное, как эйлеров треугольник в различных вариациях в сочетании со множеством замкнутых поверхностей Морса, листов Мёбиуса, бутылок Клейна и прочих фигур геометрического многообразия. Подобное многообразие геологических образов будет наблюдаться и для мезо- и макроуровней.

Геометрическое многообразие с аксиомой гиперплоскостей является обобщениями вещественных пространственных форм, носящих исключительно локальный характер.

Необходимо найти связь между данной пространственной топологией компактных геометрических многообразий, в соответствии с аксиомой гиперплоскостей, и их кривизной. А для этого необходима проективная плоскость, представленная четырёхмерным пространством без самопересечений.



**Рис. 3.** Строение кристаллической решетки образцов глинистых минералов-алюмосиликатов неокотских отложений месторождения Новый Уренгой: 1) Каолинит; 2) Монтмориллонит с вермикулитом; 3) Хлорит; 4) Гидрослюда

**Fig. 3.** Lattice structure of clay minerals-aluminosilicates from the Neocomian deposits of the Novy Urengoy field: 1) Kaolinite; 2) Montmorillonite with vermiculite; 3) Chlorite; 4) Hydromica

По своей сути, четырехмерное пространство является произведением трехмерного пространства на выделенный отрезок (кривую).

В полученном четырехмерном пространстве (первичный масштаб цифрового ядра) отдельный геометрический «фрагмент» (микроагрегат глины) можно идентифицировать путем помещения листа Мёбиуса в условные границы его верхнего основания, а также круга – в соответствующие границы нижнего основания.

В трехмерном пространстве лист Мёбиуса не будет образовывать текстурных узлов, поэтому непрерывным смещением по выделенной траектории (то есть без самопересечений) его можно трансформировать в окружность, вложенную в отдельную плоскость и ограничивающую в ней явный круг (диск).

В результате такой трансформации будут спроецированы две фигуры: лист Мёбиуса и двумерный цилиндр.

Агрегация всех трёх фигур – цилиндра, диска и листа Мёбиуса, позволит сформировать пространственное вложение одиночной проективной плоскости или произвольную сумму таких плоскостей в четырехмерное пространство, определяющее единую замкнутую поверхность.

Чтобы это доказать, все возможные замкнутые поверхности должны быть уже известны! А в этом поможет нейросетевое распознавание геологических образов, о котором говорилось ранее.

Согласно [22], любая замкнутая поверхность (сфера, проективная плоскость и т. д.) может быть разложена в виде совокупности нескольких пространственных лент (аналогия с капиллярами и микротрещинами) – крученых или плоских.

Чтобы доказать, что любая замкнутая поверхность будет сформирована из вариаций крученых или плоских лент, можно ввести в исследование закономерностей данной поверхности некую гладкую функцию для учета перехода соответствующих значений от минимума к максимуму.

А поскольку любая числовая функция на замкнутой поверхности может быть представлена с одной точкой максимума/минимума и несколькими седловыми точками, то данная поверхность формируется или только из крученых лент, или только из плоских лент, или одновременно из тех и других.

Однако на практике поверхностей «смешанного» типа не бывает, поскольку объединение двух крученых лент всегда породит аналогичную фигуру на плоскости.

Следовательно, геологические фрагменты (микроагрегаты глины, флюидопроводящее пространство), которые необходимо идентифицировать, будут замкнутыми поверхностями геометрического многообразия любой размерности.

Множество таких поверхностей будет формировать закономерности анизотропии (и ее частных случаев) петрофизических характеристик ядерных объемов.

В итоге будет сгенерировано число элементарных ядерных объемов, по сути, являющихся некими узловыми точками в большем геологическом пространстве, необходимых для проецирования соответствующих свойств на области между ними – это будет комплексирование некоего подобия геологических образов посредством сочетаний стереографической проекции и прочих отображений.

Когда это будет достигнуто, можно реализовать физико-математическое моделирование двухфазного течения водонефтяной смеси в масштабе флюидопроводящих каналов квазитрехмерных микроструктур элементарного циклита (например, уравнение баланса массы потока в порах, уравнения типа Пуазейля – для расходов смеси в каналах) с учетом закона сохранения массы.

Для начала следует отметить, что средний размер пор во флюидопроводящем пространстве может быть определен из уравнения Пуазейля, в результате чего будет получено уравнение потока в цилиндрических координатах.

Решение такого уравнения является довольно простым и сводится к параболической форме кривой распределения скорости в установившемся потоке типа Пуазейля.

С другой стороны, подход к минимизации проблемы решения уравнения потока будет заключаться в рассмотрении микрофизических закономерностей ламинарного течения жидкости в пористой среде. Обычно расчеты основывают на использовании известного закона Гагена–Пуазейля или уравнений Козени–Кармана и прочих.

Если рассматривать отдельную пору (первичную или вторичную), которая расположена между зёрнами породы, то логично предположить, что между двумя концами поры существует небольшая разность давления. Величина этой разности будет зависеть от линейной скорости, вязкости и т. п. водонефтяной смеси в цифровом ядре в соответствии с перепадом давления на единицу длины ядра, умноженной на длину флюидопроводящего канала.

Происходящий между зёрнами вынужденный поток, вызванный этим перепадом давления, будет подчиняться закону Пуазейля. И чтобы явление вынужденного потока стало значимым фактором, необходимо, чтобы его скорость была, по крайней мере, того же порядка, что и скорость потока диффузии, протекающей при отсутствии перепада давления.

В отдельных случаях правильнее пользоваться уравнением Козени–Кармана, описывающего си-

стему пор, образованных промежутками между плотно упакованными текстурными сферами, вместо уравнения Гагена–Пуазейля.

В связи с такими ограничениями в применимости различных уравнений можно сделать вывод, что на выходе будет комплекс подобных уравнений, применимость каждого из которых будет индивидуально подтверждать нейросеть или прочие модели искусственного интеллекта для каждого литологического типа.

### Результаты и обсуждения

В качестве результата выполнения первого этапа формируется функционал из шести типов геологических образов:

- бинарное представление геометрического пространства цифрового ядра (Binary Image) – формирование флюидопроводящего пространства и областей твердого вещества породы;
- сплайн аппроксимация бинарного представления геометрического пространства цифрового ядра (Spline approximation of a binary image) – выделение конфузоров/диффузоров в текстуре породы;
- преобразование текстурных границ флюидопроводящего пространства цифрового ядра (ЦК) (Distance transform) – выделение графических плотностей ЦК на базе текстурного сосредоточения конфузоров/диффузоров;
- пики преобразования расстояний (центроиды текстурных областей породы между конфузора-

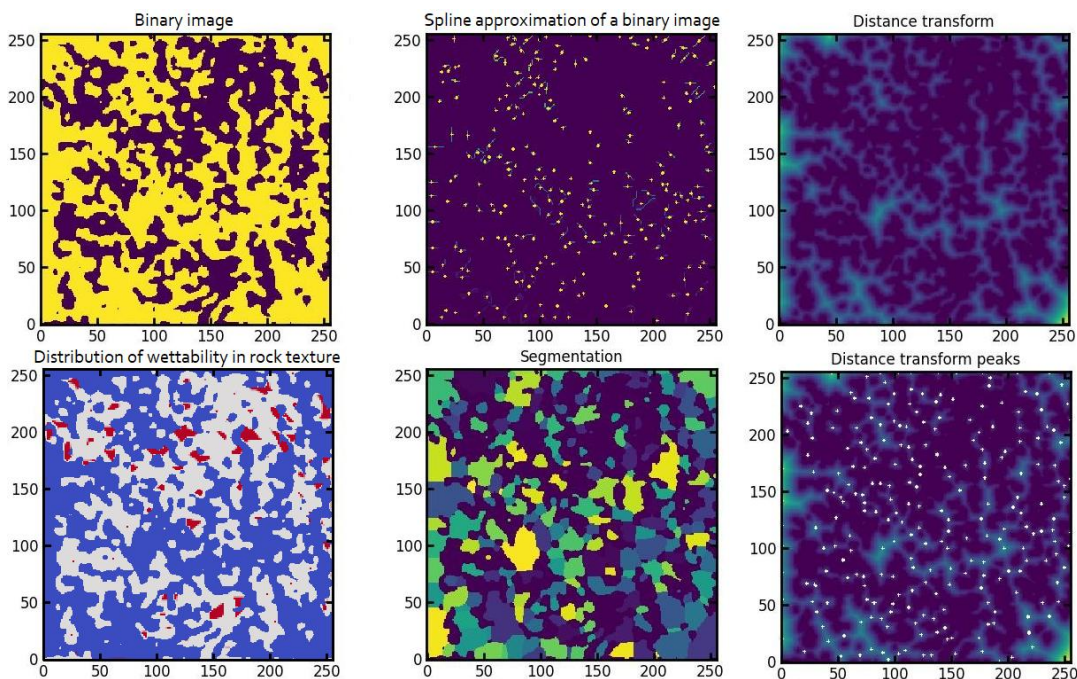
ми/диффузорами) для флюидопроводящего пространства ЦК (Distance transform peaks);

- сегментированное изображение первичных и вторичных пор в цветовой гамме (Segmentation);
- распределение смачиваемости текстурных сегментов породы (Distribution of wettability in rock texture).

На рис. 4 продемонстрирован пример для одного слайса отдельной оси гиперкуба цифрового ядра в границах значений пикселей трансформированного томографического изображения в диапазоне разрешения 250 на 250 точек.

В результате выполнения пошаговых процедур нейросетевой идентификации конфузоров/диффузоров в текстуре породы и поиска соответствующего их распределения для эталонного гиперкуба, включающего в себя три оси и шесть граней, в каждом случае формируется два графика (рис. 5–10):

- 1) включает в себя гистограмму частот координат конфузоров/диффузоров, их аппроксимированное распределение («зеленая линия») и вероятное распределение («черная линия»);
- 2) представлен типом «квантиль–квантиль», на котором изображается четыре наиболее вероятных КФР. Чем ближе КФР к диагонали («накладывается на нее»), тем вероятнее, что данное распределение подходит для описания характеристики координат исследуемых объектов (конфузоров/диффузоров в текстуре породы).

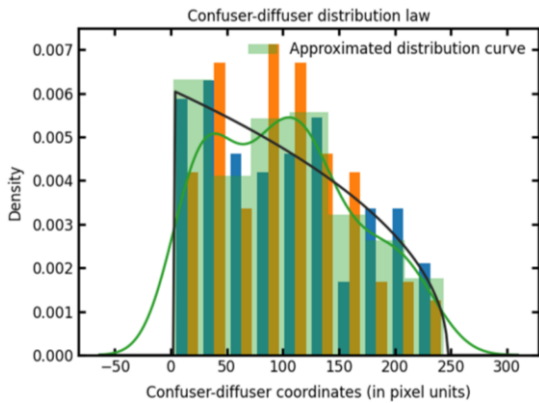


**Рис. 4.** Результаты начальной цифровой трансформации томографического слайса  
**Fig. 4.** Results of the initial digital transformation of a tomographic slide



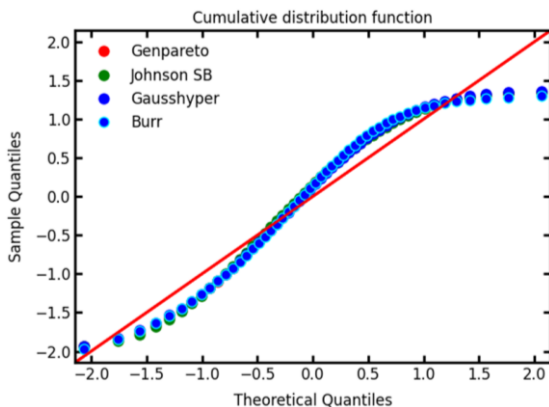
На рис. 5, 6 изображены графики для первого слайса шестой грани гиперкуба ЦК.

В ходе нейросетевого распознавания выявлено, что распределение «Genpareto» (генерализованное Парето) является наиболее подходящим с учетом того, что оно получает минимальное значение по метрике  $\chi^2$ , равное 3,00338, и максимальное р-значение 0,6381 по критерию (К–С) среди всех кандидатов.



**Рис. 5.** График закона распределения конфузоров/диффузоров в текстуре породы для первого слайса шестой грани гиперкуба цифрового ядра: *Approximated distribution curve* – аппроксимационная кривая распределения; *Confuser-diffuser coordinates (in pixel units)* – пиксельные координаты конфузоров/диффузоров; *Density* – плотность распределения

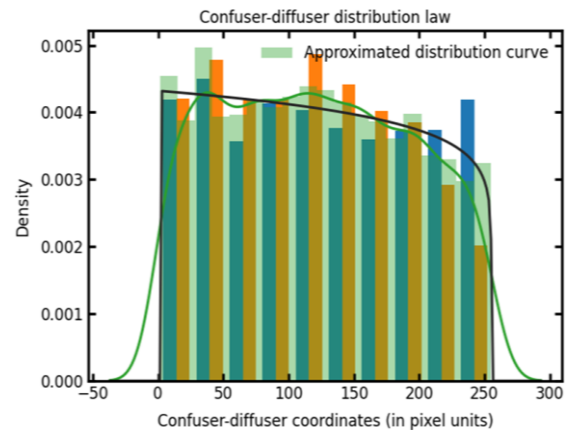
**Fig. 5.** Graph of the confusers/diffusers distribution law in the rock texture for the 1<sup>st</sup> slide of the 6<sup>th</sup> face of the digital core hypercube



**Рис. 6.** Кумулятивная функция распределения для первого слайса шестой грани гиперкуба цифрового ядра: *Cumulative distribution function* – кумулятивная функция распределения; *Theoretical Quantiles* – теоретическая квантиль; *Sample Quantiles* – выборочная квантиль; *Genpareto* – генерализованное распределение Парето; *Johnson SB* – распределение Джонсона; *Gausshyper* – Гипергауссовское распределение; *Burr* – распределение Берра

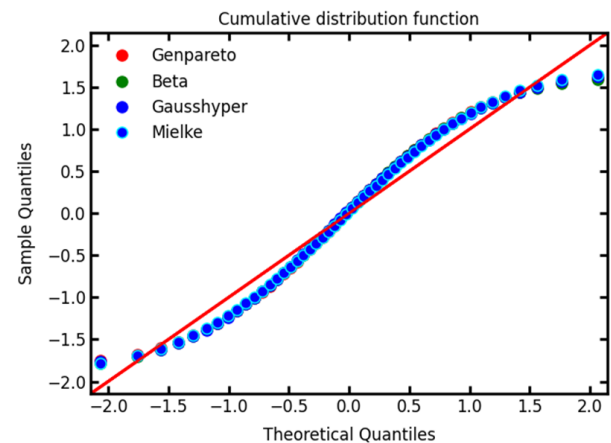
**Fig. 6.** Cumulative distribution function for the 1<sup>st</sup> slide of the 6<sup>th</sup> face of the digital core hypercube

В целом для шестой грани гиперкуба ЦК по метрике  $\chi^2$  (9,35923) наиболее подходящим распределением также выбрано «Genpareto» (второе место по метрике занимает распределение «Beta» – 14,38138). По значению критерия (К–С), равному 0,1084, также выбрано распределение «Beta» (для «Genpareto» – значение 0,0402). Графики распределений представлены на рис. 7, 8.



**Рис. 7.** График закона распределения конфузоров/диффузоров в текстуре породы для шестой грани гиперкуба цифрового ядра: *Approximated distribution curve* – аппроксимационная кривая распределения; *Confuser-diffuser coordinates (in pixel units)* – пиксельные координаты конфузоров/диффузоров; *Density* – плотность распределения

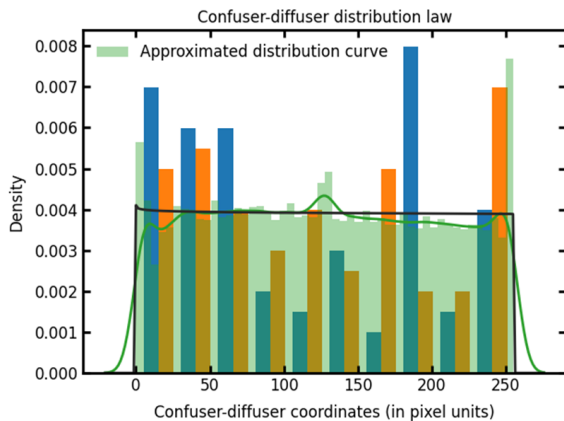
**Fig. 7.** Graph of the confusers/diffusers distribution law in the rock texture for the 6<sup>th</sup> face of the digital core hypercube



**Рис. 8.** Кумулятивная функция распределения для шестой грани гиперкуба цифрового ядра: *Cumulative distribution function* – кумулятивная функция распределения; *Theoretical Quantiles* – теоретическая квантиль; *Sample Quantiles* – выборочная квантиль; *Genpareto* – генерализованное распределение Парето; *Beta* – бета-распределение; *Gausshyper* – Гипергауссовское распределение; *Mielke* – распределение Мильке

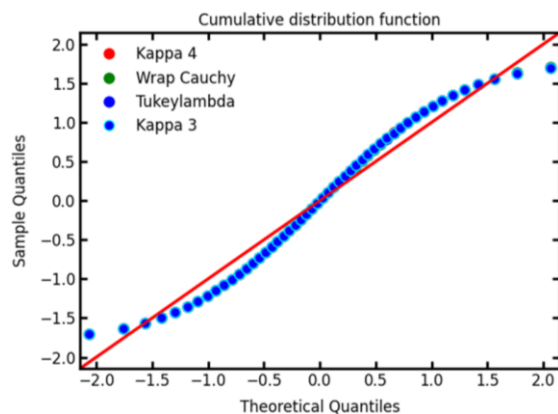
**Fig. 8.** Cumulative distribution function for the 6<sup>th</sup> edge of the digital core hypercube

Для гиперкуба цифрового керна с учетом всех шести граней и трех осей распределение конфузоров/диффузоров наиболее вероятно соответствует четырехпараметрическому каппа-распределению (Каппа 4) – по значению критерия  $\chi^2$  245,05205, и распределению Мильке – по критерию (К–С) со значением  $1,851e-37$ , рис. 9, 10.



**Рис. 9.** График закона распределения конфузоров/ диффузоров в текстуре породы для гиперкуба цифрового керна: *Approximated distribution curve* – аппроксимационная кривая распределения; *Confuser-diffuser coordinates (in pixel units)* – пиксельные координаты конфузоров/диффузоров; *Density* – плотность распределения

**Fig. 9.** Graph of the confusers/diffusers distribution law in the rock texture for the digital core hypercube



**Рис. 10.** Кумулятивная функция распределения для гиперкуба цифрового керна: *Cumulative distribution function* – кумулятивная функция распределения; *Theoretical Quantiles* – теоретическая квантиль; *Sample Quantiles* – выборочная квантиль; *Каппа 4* – четырехпараметрическое каппа-распределение; *Wrap Cauchy* – распределение Коши; *Tukeylambda* – Гипергауссовское распределение; *Каппа 3* – трехпараметрическое каппа-распределение

**Fig. 10.** Cumulative distribution function for the digital core hypercube

Общая форма распределения бета-каппы (Мильке) задается следующей функцией плотности вероятности (ФПВ):

$$f(x; k, \theta, u, \beta) = \frac{\frac{k}{\beta} \left(\frac{x-u}{\beta}\right)^{k-1}}{\left(1 + \left(\frac{x-u}{\beta}\right)^{\theta}\right)^{1+k/\theta}} \quad x > u; k, \theta, \beta > 0,$$

где  $x$  – вектор квантилей с параметрами формы распределения  $k$ ,  $\theta$  и с соответствующими параметрами местоположения и масштаба распределения  $u$ ,  $\beta$ .

Стандартная аналитическая форма для распределения Мильке имеет вид:

$$f(x; k, \theta) = \frac{kx^{k-1}}{(1+x^\theta)^{1+k/\theta}} \quad x > 0; k, \theta > 0.$$

Распределение бета-каппы (Мильке) является частным случаем параметризованного обобщенного распределения  $F$  вида  $aF(v_1, v_2)b$ . Это распределение также тесно связано с распределением Каппы. Данное распределение может применяться для получения данных о движении потоков жидкости и формирования осадков.

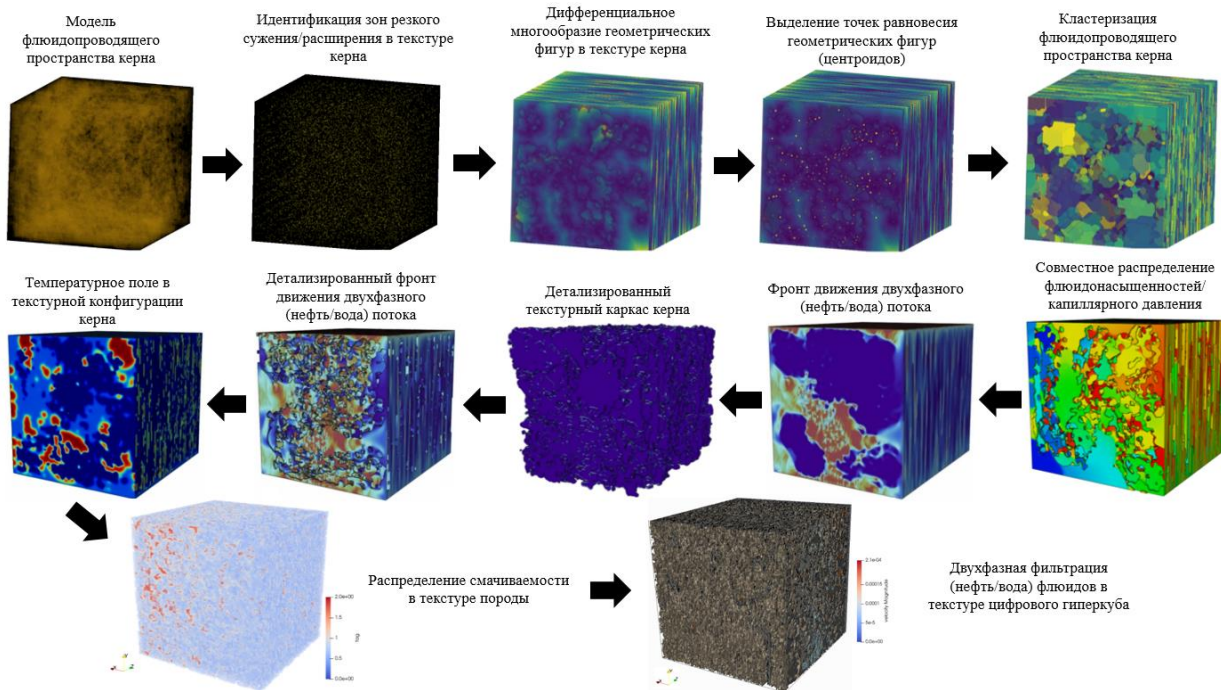
Каппа 4 (альфа, бета, гамма, дельта) является обобщением некоторых распространенных распределений, таких как обобщенные логарифмическое, экспоненциальное, Парето и экстремальных значения. Благодаря своей гибкости, Каппа 4 может широко применяться при моделировании гидродинамических и гидрологических процессов.

Представленный методический подход охватывает первые пять уровней исследования цифрового керна (модель флюидопроводящего пространства; идентификация зон резкого сужения/расширения в текстуре керна; дифференциальное многообразие геометрических фигур в текстуре керна; выделение точек равновесия геометрических фигур (центроидов); кластеризация флюидопроводящего пространства керна) в рамках реализации технологического проекта «Цифровой керн» (Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень) (рис. 11).

### Заключение

Выполненные цифровые исследования текстурных неоднородностей горных пород позволяют сформулировать следующие положения:

- реализована цифровая трансформация керновых данных с учетом системы инерционных эффектов (конфузоры/диффузоры) в текстуре горной породы для выявления окончательного их распределения в геометрическом пространстве массива с вероятностью 94 % и с текущей точностью исследования до 95 %;



**Рис. 11.** Цифровая трансформация керновых данных  
**Fig. 11.** Digital transformation of core data

- на основании полученной информации о законах распределения текстурной неоднородности горных пород реализована нейросетевая сегментация геометрического пространства микромагистрали с нерегулярной структурой фаз, которая может быть использована для прогнозирования вероятностного смещения фронта многофазной фильтрации;
- на основе полученных изображений изменения текстуры цифрового ядра выполнено графическое извлечение следующих петрофизических характеристик с точностью до 99 %: эффективная пористость, абсолютная и фазовая проницаемость, диаметр/периметр/площадь отдельных пор (первичных и вторичных), извилистость

- флюидопроводящих каналов и их гидравлический радиус в трех измерениях (объем пор/площадь стенок), численная плотность поровых сетей в матрице породы и их пространственная связность.
  - разработан подход к реконструкции текстурного каркаса цифрового ядра (совокупности глинистых агрегатов разного масштаба) посредством построения связей между пространственной топологией компактных геометрических многообразий, в соответствии с аксиомой гиперплоскостей, и их кривизной.
- Сформирована стратегия дальнейшего развития цифровизации керновых данных с выходом на цифровые двойники мезо- и макроуровней.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pore-throat structure characteristics and its impact on the porosity and permeability relationship of carboniferous carbonate reservoirs in eastern edge of Pre-Caspian Basin / L.I. Weiqiang, M.U. Longxin, Z.H. Lun, L.I. Jianxin, W.A. Shuqin, F.A.N. Zifei, S.U.N. Meng // Petroleum Exploration and Development. – 2020. – № 5 (47). – P. 1027–1041.
2. Ciotir I., Russo F. Probabilistic representation for solutions of a porous media type equation with Neumann boundary condition: the case of the half-line // Differential and Integral Equations. – 2014. – № 27 (1/2). – P. 181–200.
3. Grain shape effects on permeability, formation factor, and capillary pressure from pore-scale modeling / T. Torskaya, V. Shabro, C. Torres-Verdín, R. Salazar-Tio, A. Revil // Transport in porous media. – 2014. – № 1 (102). – P. 71–90.
4. Gogoi T., Alam J., Chatterjee R. Mineralogy and pore structure characterization of Lower Oligocene to Early Miocene formations in parts of Assam-Arakan basin, North East India // Current Science. – 2022. – № 2 (123). – P. 00113891.
5. Ахметов Р.Т. Гантельная модель пустотного пространства природных резервуаров нефти и газа // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. – 2011. – № 5. – С. 31–35.
6. Плотность распределения фильтрующих поровых каналов пластов-коллекторов Западной Сибири / Р.Т. Ахметов, Л.С. Кулешова, Р.У. Рабаев, В.В. Мухаметшин, А.М. Маляренко, Д.И. Кобища, Д.И. Ахметшина // SOCAR Proceedings. – 2021. – № 2. – С. 221–228.
7. Baychev T.G., Jivkov A.P., Rabbani A. Reliability of algorithms interpreting topological and geometric properties of porous media for pore network modelling // Transport Porous Media. – 2019. – № 128. – P. 271–301.

8. Количественная оценка гидравлической извилистости коллекторов нефти и газа Западной Сибири на основе капилляриметрических исследований / Р.Т. Ахметов, А.М. Мальяренко, Л.С. Кулешова, В.В. Мухаметшин, А.Р. Сафиуллина // Научные труды НИПИ Нефтегаз ГНКАР. – 2021. – № 2. – С. 77–84.
9. Gostick J.T. Versatile and efficient pore network extraction method using marker-based watershed segmentation // *Physical Review E*. – 2017. – № 2 (96). – P. 023307.
10. Тырсин А.Н. Метод подбора наилучшего закона распределения непрерывной случайной величины на основе обратного отображения // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математика. Механика. Физика. – 2017. – № 1 (9). – С. 31–38.
11. Ridgman W. Statistical methods // *The Journal of Agricultural Science*. – 1989. – № 1 (115). – P. 153–153.
12. Marvin K. Handbook of methods of applied statistics // *Journal of the American Statistical Association*. – 1968. – V. 1: Techniques of Computation Descriptive Methods, and Statistical Inference. – P. 1047–1049.
13. Distribution of local fluxes in diluted porous media / A.D. Araujo, W.B. Bastos, J.S. Andrade Jr, H.J. Herrmann // *Physical Review E*. – 2006. – № 74 (1). – P. 093609.
14. Choi C.S., Lee Y.K., Song J.J. Equivalent pore channel model for fluid flow in rock based on microscale X-ray CT imaging // *Materials*. – 2020. – № 11 (13). – P. 2619.
15. Velocity distributions, dispersion and stretching in three-dimensional porous media / M. Souzy, H. Lhuissier, Y. Meheust, T. le Borgne, B. Metzger // *Journal of Fluid Mechanics*. – 2020. – P. 891.
16. Brutsaert W. The permeability of a porous medium determined from certain probability laws for pore size distribution // *Water Resources Research*. – 1968. – № 2 (4). – P. 425–434.
17. Relationship between pore size and velocity probability distributions in stochastically generated porous media / M. Siena, M. Jeffrey, W. Hyman, A. Guadagnini // *Physical Review E. Statistical, nonlinear, and soft matter physics*. – 2017. – P. 124103.
18. Tavanaei A., Salehi S. Pore, throat, and grain detection for rock sem images using digital watershed image segmentation algorithm // *Journal of Porous Media*. – 2015. – № 5 (18). – P. 1–27.
19. Determination of the throat size distribution of a porous medium as an inverse optimization problem combining pore network modeling and genetic and hill climbing algorithms / O. Maalal, M. Prat, R. Peinador, D. Lasseux // *Physical Review E*. – 2021. – № 103 (2). – P. 023303.
20. Disintegration mechanism and hydrogeochemical processes of red-bed soft rock under drying-wetting cycle / K. Huang, B. Kang, F. Zha, Y. Li, Q. Zhang, C. Chu // *Environmental Earth Sciences*. – 2021. – V. 1. – P. 444708.
21. Integrated image processing and computational techniques to characterize formation damage / C.P. Ezeakacha, A. Rabbani, S. Salehi, A. Ghalambor // *In SPE International Conference and Exhibition on Formation Damage Control. OnePetro*. – 2018. – P. 157–168.
22. Вахрамеев С.А. Теория Морса и теория Люстерника–Шнирельмана в геометрической теории управления // *Итоги науки и техники*. – 1991. – Т. 39. – С. 41–117.

## REFERENCES

1. Weiqiang L.I., Longxin M.U., Lun Z.H., Jianxin L.I., Shuqin W.A., Zifei F.A.N., Meng S.U.N. Pore-throat structure characteristics and its impact on the porosity and permeability relationship of Carboniferous carbonate reservoirs in eastern edge of Pre-Caspian Basin. *Petroleum Exploration and Development*, 2020, no. 5 (47), pp. 1027–1041.
2. Ciotir I., Russo F. Probabilistic representation for solutions of a porous media type equation with Neumann boundary condition: the case of the half-line. *Differential and Integral Equations*, 2014, no. 27 (1/2), pp. 181–200.
3. Torskaya T., Shabro V., Torres-Verdín C., Salazar-Tio R., Revil A. Grain shape effects on permeability, formation factor, and capillary pressure from pore-scale modeling. *Transport in porous media*, 2014, no. 1 (102), pp. 71–90.
4. Gogoi T., Alam J., Chatterjee R. Mineralogy and pore structure characterization of Lower Oligocene to Early Miocene formations in parts of Assam-Arakan basin, North East India. *Current Science*, 2022, no. 2 (123), pp. 00113891.
5. Akhmetov R.T. Dumbbell model of void space of natural oil and gas reservoirs. *Geology, geophysics and development of oil and gas fields*, 2011, no. 5, pp. 31–35. In Rus.
6. Akhmetov R.T., Kuleshova L.S., Rabaev R.U., Mukhametshin V.V., Malyarenko A.M., Kobishcha D.I., Akhmetshina D.I. Density distribution of filtering pore channels of West Siberian reservoirs. *SOCAR Proceedings*, 2021, no. 2, pp. 221–228. In Rus.
7. Baychev T.G., Jivkov A.P., Rabbani A. Reliability of algorithms interpreting topological and geometric properties of porous media for pore network modelling. *Transport Porous Media*, 2019, no. 128, pp. 271–301.
8. Akhmetov R.T., Malyarenko A.M., Kuleshova L.S., Mukhametshin V.V., Safiullina A.R. Quantitative assessment of hydraulic tortuosity of West Siberian oil and gas reservoirs based on capillarimetric studies. *Scientific papers of NIPI Neftegas SOCAR*, 2021, no. 2, pp. 77–84. In Rus.
9. Gostick J.T. Versatile and efficient pore network extraction method using marker-based watershed segmentation. *Physical Review E*, 2017, no. 2 (96), pp. 023307.
10. Tyrsin A.N. A method for selecting the best law of distribution of a continuous random variable on the basis of inverse mapping. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematics. Mechanics. Physics*, 2017, no. 1 (9), pp. 31–38. In Rus.
11. Ridgman W. Statistical methods. *The Journal of Agricultural Science*, 1989, no. 1 (115), pp. 153–153.
12. Marvin K. Handbook of methods of applied statistics. *Journal of the American Statistical Association*, 1968, vol. 1: Techniques of Computation Descriptive Methods, and Statistical Inference, pp. 1047–1049.
13. Araujo A.D., Bastos W.B., Andrade J.S. Jr, Herrmann H.J. Distribution of local fluxes in diluted porous media. *Physical Review E*, 2006, no. 74 (1), pp. 093609.
14. Choi C.S., Lee Y.K., Song J.J. Equivalent pore channel model for fluid flow in rock based on microscale X-ray CT imaging. *Materials*, 2020, no. 11 (13), pp. 2619.

15. Souzy M., Lhuissier H., Meheust Y., Le Borgne T., Metzger B. Velocity distributions, dispersion and stretching in three-dimensional porous media. *Journal of Fluid Mechanics*, 2020, pp. 891.
16. Brutsaert W. The permeability of a porous medium determined from certain probability laws for pore size distribution. *Water Resources Research*, 1968, no. 2 (4), pp. 425–434.
17. Siena M., Jeffrey M., Hyman W., Guadagnini A. Relationship between pore size and velocity probability distributions in stochastically generated porous media. *Physical Review E. Statistical, nonlinear, and soft matter physics*, 2017, pp. 124103.
18. Tavanaei A., Salehi S. Pore, throat, and grain detection for rock sem images using digital watershed image segmentation algorithm. *Journal of Porous Media*, 2015, no. 5 (18), pp. 1–27.
19. Maalal O., Prat M., Peinador R., Lasseux D. Determination of the throat size distribution of a porous medium as an inverse optimization problem combining pore network modeling and genetic and hill climbing algorithms. *Physical Review E*, 2021, no. 103 (2), pp. 023303.
20. Huang K., Kang B., Zha F., Li Y., Zhang Q., Chu C. Disintegration mechanism and hydrogeochemical processes of red-bed soft rock under drying-wetting cycle. *Environmental Earth Sciences*, 2021, vol. 1, pp. 444708.
21. Ezeakacha C.P., Rabbani A., Salehi S., Ghalambor A. Integrated image processing and computational techniques to characterize formation damage. *SPE International Conference and Exhibition on Formation Damage Control. OnePetro*, 2018, pp. 157–168.
22. Vakhrameev S.A. Morse theory and Lusternik–Schnirelman theory in geometric control theory. *Results of Science and Technology*, 1991, vol. 39, pp. 41–117. In Rus.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

**Юрий Евгеньевич Катанов**, кандидат геолого-минералогических наук, доцент, ведущий научный сотрудник лаборатории капитального ремонта скважин и интенсификации притока, ведущий научный сотрудник лаборатории цифровых исследований в нефтегазовой отрасли Тюменского индустриального университета, Россия, 625039, г. Тюмень, ул. Мельникайте, 70. katanov-juri@rambler.ru; <https://orcid.org/0000-0001-5983-4040>  
**Артем Игоревич Аристов**, лаборант-исследователь лаборатории цифровых исследований в нефтегазовой отрасли Тюменского индустриального университета, Россия, 625039, г. Тюмень, ул. Мельникайте, 70. artizzq@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0002-3204-2278>  
**Алик Каюмович Ягафаров**, доктор геолого-минералогических наук, профессор, заслуженный геолог РФ, академик РАЕН им. В.И. Вернадского, почётный нефтяник Тюменской области, Тюменский индустриальный университет, Россия, 625039, г. Тюмень, ул. Мельникайте, 70. jagafarovak@tyuiu.ru

Поступила в редакцию: 02.04.2023

Поступила после рецензирования: 15.06.2023

Принята к публикации: 06.12.2023

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Yuri E. Katanov**, Cand. Sc., Associate Professor, Leading Researcher, Industrial University of Tyumen, 70, Melnikaite street, Tyumen, 625039, Russian Federation. katanov-juri@rambler.ru; <https://orcid.org/0000-0001-5983-4040>  
**Artem I. Aristov**, Laboratory Researcher, Industrial University of Tyumen, 70, Melnikaite street, Tyumen, 625039, Russian Federation. artizzq@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0002-3204-2278>  
**Alik K. Yagafarov**, Dr. Sc., Professor, Honored Geologist of the Russian Federation, Academician of V.I. Vernadsky Russian Academy of Natural Sciences, Honoured Oil Worker of the Tyumen Region, Industrial University of Tyumen, 70, Melnikaite street, Tyumen, 625039, Russian Federation. jagafarovak@tyuiu.ru

Received: 02.04.2023

Revised: 15.06.2023

Accepted: 06.12.2023