

УДК 622.245.01

СОПОСТАВИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ АНАЛИТИЧЕСКОГО И ЧИСЛЕННОГО МЕТОДОВ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ОКОЛОСКВАЖИННОЙ ЗОНЫ НА ОСНОВЕ УПРУГОЙ МОДЕЛИ С УЧЕТОМ ОСНОВНЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СКВАЖИНЫ

Попов Сергей Николаевич¹,
popov@ipng.ru

Чернышов Сергей Евгеньевич²,
nirgnf@bk.ru

Кривошеков Сергей Николаевич²,
krivoshchekov@gmail.com

¹ Институт проблем нефти и газа Российской академии наук,
Россия, 119333, г. Москва, ул. Губкина, 3.

² Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Россия, 614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29.

Актуальность исследования обусловлена необходимостью расчета напряженно-деформированного состояния околоскважинной зоны при разработке нефтяных и газовых месторождений для прогноза устойчивости обсадной колонны и сохранности цементного камня.

Цель: на основе сопоставительного анализа методов аналитического и численного моделирования расчета напряжений вблизи вертикальной скважины с применением упругой модели определить распределение радиальных и угловых напряжений, сопоставить точность их вычисления разными методами и выявить достоинства и недостатки каждого из них.

Объекты: околоскважинная зона терригенного коллектора ачимовских отложений одного из месторождений Ханты-Мансийского автономного округа.

Методы: аналитический и численный конечно-элементный методы расчета напряженно-деформированного состояния околоскважинной зоны с учетом основных конструктивных элементов скважины и с использованием линейно-упругой модели.

Результаты. Рассмотрены аналитические соотношения, используемые для расчета радиальных и угловых напряжений в колонне, цементном камне и породе-коллекторе, а также уравнения, применяемые при численном конечно-элементном моделировании напряжений вблизи вертикальной скважины. Разработана конечно-элементная схема околоскважинной зоны, включающая ее основные конструктивные элементы. Представлены результаты расчета основных компонент тензора напряжений в конструктивных элементах скважины в зависимости от радиальной координаты для величин забойного давления 20, 40 и 60 МПа. Проведен сопоставительный анализ результатов расчетов напряжений указанными методами. Показано, что наибольшее расхождение между аналитическим и численным методом составило 2 %, что соответствует радиальным напряжениям для варианта расчета с забойным давлением 20 МПа. В среднем расхождения составили: для радиальных напряжений – 0,04 %, для угловых – 0,72 %. Сделан вывод о том, что при использовании модели линейно-упругой среды и при граничных условиях в виде закрепления модели в верхней и нижней части по нормали к поверхности, а также без учета распределения давления в депрессионной воронке модели достаточно использовать аналитический метод расчета. Если же предполагается использовать комбинированные граничные условия, пороупругую модель, учет вязкопластических деформаций, то наиболее предпочтительно использовать метод численного моделирования.

Ключевые слова:

радиальное и угловое напряжение, аналитический метод, численный метод, метод конечных элементов, забойное давление, скважина, околоскважинная зона.

Введение

Расчет напряженно-деформированного состояния (НДС) околоскважинной зоны является одним из наиболее распространенных методов прогноза устойчивости нефтяных и газовых скважин [1–5]. Он позволяет определить величины напряжений в основных конструктивных элементах скважин (обсадной колонне, цементном камне) и окружающем массиве горных пород, а также спрогнозировать деформации как открытого, так и закрепленного ствола. На основе информации о величинах напряжений появляется возможность спрогнозировать, не превышают ли они критических значений, приводящих к разрушению

цементного камня, породы или эксплуатационной колонны.

Непосредственно сам расчет НДС осуществляется различными методами, в частности, в последние годы повсеместно применяются методы 1D геомеханического моделирования скважин [6–9], позволяющие определить напряжения на основе совокупного анализа данных геофизических исследований скважин (ГИС), данных о гидроразрыве пласта (ГРП) и лабораторных исследований керна. В таком случае обычно производится расчет напряжений аналитическим методом для условий открытого ствола скважины. Преимущество данного метода – простота и быстрая скорость расчета.

Для более сложных задач, требующих учета большего количества различных факторов (нелинейная упругость, вязкопластические деформации пород, геометрия перфорационных отверстий, изменение свойств цементного камня в процессе его твердения, воздействие на упруго-прочностные свойства различных технологических жидкостей, пластовых флюидов и др.), обычно применяют численные методы расчета, в частности, один из наиболее распространенных методов – метод конечных элементов [10–13]. В рамках данной работы на примере вертикальной скважины

будет выполнен сопоставительный анализ аналитического и численного методов расчета НДС в околоскважинной зоне с учетом эксплуатационной колонны и цементного камня на основе упругой модели (без учета распределения давления флюида в коллекторе). Будет определено, с какой точностью совпадают напряжения в характерных точках расчетной схемы – на стенках обсадной колонны, тампонажного камня и горной породы, а также выявлены достоинства и недостатки рассматриваемых методов расчета.

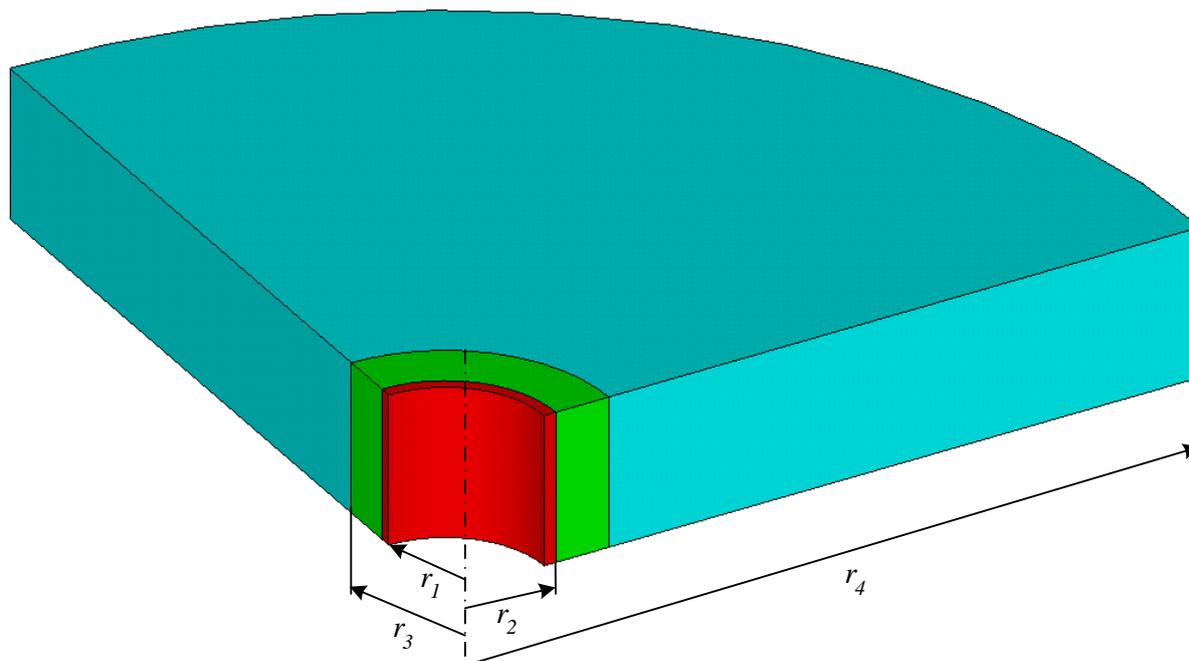


Рис. 1. Схема моделируемой околоскважинной зоны, включающая колонну, цементный камень и участок коллектора: r_1 – внутренний радиус колонны; r_2 – внешний радиус колонны или внутренний радиус цементного камня; r_3 – внешний радиус цементного камня или внутренний радиус участка коллектора; r_4 – внешний радиус участка коллектора

Fig. 1. Scheme of the simulated near-wellbore zone, including the casing, cement stone and reservoir section: r_1 is the inner radius of the casing; r_2 is the outer radius of the casing or the inner radius of the cement stone; r_3 is the outer radius of the cement stone or the inner radius of the reservoir section; r_4 is the outer radius of the reservoir section

Аналитический метод расчета напряжений в околоскважинной зоне

Первый рассматриваемый метод – аналитический, он основывается на расчете напряжений, представленном в задаче Ламе для толстостенного цилиндра [14–16]. Рассмотрим модель, состоящую из трех вложенных друг в друга цилиндров: участка породы-коллектора, цементной оболочки и обсадной колонны (рис. 1). Радиальные и угловые напряжения для такой модели могут быть определены из следующих соотношений (касательные напряжения $\tau_{r\theta}$ при этом равны нулю):

$$\sigma_r = -A_i \left(\frac{r_i}{r}\right)^2 + B_i; \sigma_\theta = A_i \left(\frac{r_i}{r}\right)^2 + B_i, \quad (1)$$

где r – радиальная координата; $i = 1 \dots 4$ и соответствует внутренней стенке колонны ($i = 1$), контакту колонны и цементного камня ($i=2$), контакту цементного камня и породы ($i=3$) и внешнему радиусу обла-

сти коллектора ($i=4$) (рис. 1); A_i и B_i – коэффициенты, определяемые из следующих соотношений:

$$A_i = \frac{\sigma_{ri} - \sigma_{ri-1}}{R_i^2 - 1}; B_i = \frac{R_i^2 \sigma_{ri} - \sigma_{ri-1}}{R_i^2 - 1}, \quad (2)$$

где σ_{ri} – величина радиальных напряжений; R_i^2 – соотношение характерных радиусов модели r_i/r_{i-1} .

В соотношении (2) σ_{r1} будет соответствовать давлению в скважине, а σ_{r4} – горизонтальному напряжению на удалении от скважины. В то же время из выражений (1), (2) следует, что неизвестными остаются напряжения на контактах колонна–цемент и цемент–порода. Для их определения применяются уравнения для вычисления радиальных перемещений:

- для внешней стенки элемента модели:

$$u_{ri} = \frac{1}{E_i'} \left[-2 \frac{\sigma_{r-1}}{R_i^2 - 1} + \sigma_{ri} \left(-\nu_i' + \frac{R_i^2 + 1}{R_i^2 - 1} \right) \right] r_i; \quad (3)$$
- для внутренней стенки элемента модели:

$$u_{ri-1} = \frac{1}{E'_i} \left[2 \frac{\sigma_{ri} R_i^2}{R_i^2 - 1} - \sigma_{ri-1} \left(v'_i + \frac{R_i^2 + 1}{R_i^2 - 1} \right) \right] r_{i-1}, \quad (4)$$

где E'_i и v'_i – преобразованные величины модуля Юнга и коэффициента Пуассона, которые определяются из выражений:

$$E'_i = \frac{E_i}{1 - v_i^2}; v'_i = \frac{v_i}{1 - v_i}, \quad (5)$$

где E_i и v_i – модуль Юнга и коэффициент Пуассона соответствующих элементов модели.

Неизвестные значения радиальных напряжений на контактах колонна–цемент и цемент–порода вычисляются из условия равенства перемещений на внешней стенке колонны и внутренней стенке цемента (первое уравнение), а также внешней стенке цемента и внутренней стенке области коллектора (второе уравнение). В таком случае из соотношений (3)–(5) получаем два уравнения с двумя неизвестными значениями напряжений. Далее угловые напряжения на контактах элементов модели могут быть определены из следующих выражений:

- для внешней стенки элемента модели:

$$\sigma_{\theta i} = 2 \frac{\sigma_{r-1}}{R_i^2 - 1} - \sigma_{ri} \frac{R_i^2 + 1}{R_i^2 - 1}, \quad (6)$$

- для внутренней стенки элемента модели:

$$\sigma_{\theta i-1} = -2 \frac{\sigma_{r R_i^2}}{R_i^2 - 1} - \sigma_{ri-1} \frac{R_i^2 + 1}{R_i^2 - 1}. \quad (7)$$

Подставляя полученные значения для радиальных напряжений на контактах в выражения (1), (2), можно получить целиком картину распределения напряжений во всей моделируемой области.

Численный метод расчета напряжений в околоскважинной зоне

При численном методе расчета напряжений вблизи скважины используются три типа уравнений:

- уравнения движения (моментов):

$$\sum_j \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i = 0; i, j = 1, 2, 3, \quad (8)$$

где σ_{ji} – компоненты тензора напряжений; ∂x_j – производная по j -й координате; ρf_i – массовые силы;

- геометрические соотношения:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right); i, j = 1, 2, 3, \quad (9)$$

где ε_{ji} – компоненты тензора деформаций; u – компоненты вектора перемещений;

- физические соотношения (в данном случае закон линейной упругости Гука):

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}, \quad (10)$$

где $\{\sigma\}$ – тензор напряжений; $[D]$ – матрица упругих констант; $\{\varepsilon\}$ – тензор деформаций.

При применении метода конечных элементов вышеперечисленные уравнения преобразуются в систему линейных уравнений, которая решается относительно неизвестного вектора перемещений:

$$[K]\{u\} = \{F\}, \quad (11)$$

где $[K]$ – глобальная матрица жесткости системы; $\{u\}$ – вектор узловых перемещений модели; $\{F\}$ – вектор внешних сил.

Далее на основе вычисленного вектора перемещений определяются напряжения и деформации из выражений (9), (10).

Соотношения (8)–(11) реализованы в программном комплексе численного конечно-элементного моделирования ANSYS [17–20]. Для расчетов НДС в данном программном продукте была создана осесимметричная конечно-элементная схема, приведенная на рис. 2. Для более точного вычисления напряжений конечные элементы сгущались вблизи стенок скважины и на контактах цементного камня с колонной и породой, т. к. на этих участках происходит наиболее интенсивное изменение расчетных характеристик.

Модель разбивалась на плоские четырехугольные восьмиузловые конечные элементы plane183 с включенной опцией осесимметричности.

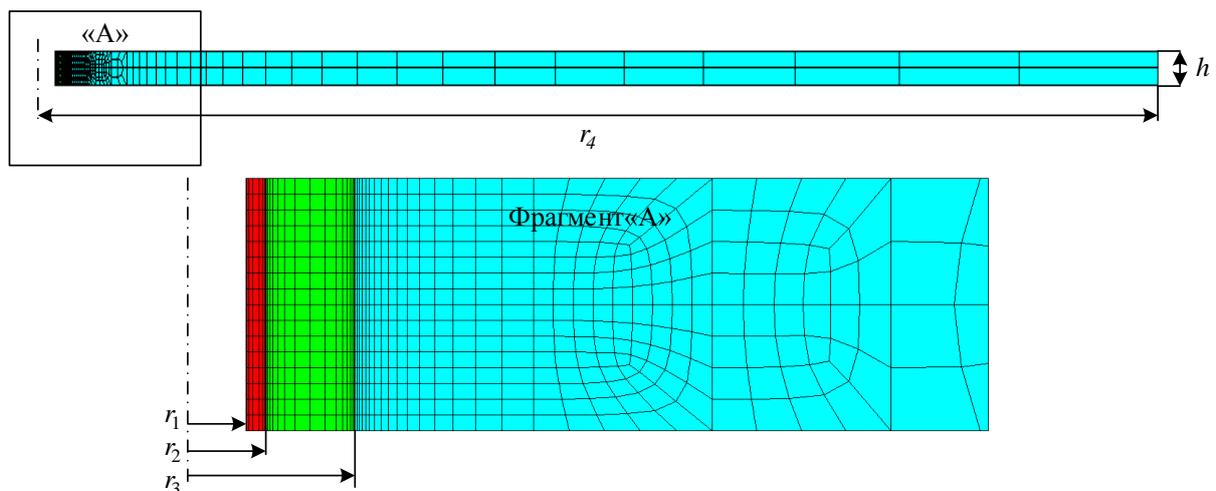


Рис. 2. Осесимметричная конечно-элементная схема, использованная для численных расчетов напряжений в околоскважинной зоне (обозначения радиусов соответствуют рис. 1)

Fig. 2. Axisymmetric finite element scheme used for numerical calculations of stresses in the near-wellbore zone (the notation of the radii corresponds to Fig. 1)

- В расчете применялись следующие граничные условия:
1. На верхней и нижней грани закреплялись перемещения по направлению нормали к поверхности.
 2. На внутренней стенке колонны прикладывалось давление в скважине.
 3. На внешней стенке модели задавалось горизонтальное напряжение.

В результате расчетов были получены графики распределения радиальных и угловых напряжений вдоль радиальной координаты.

Сопоставительный анализ результатов аналитического и численного методов расчета напряжений

В табл. 1 приведены исходные данные геометрических и физических характеристик, использованных как при аналитическом, так и при численном моделировании. Для рассматриваемого примера данные величины были взяты на примере ачимовских отложений одного из месторождений Ханты-Мансийского автономного округа.

В расчетах задавалась величина давления в скважине, равная 20, 40 и 60 МПа. При величине 20 МПа предполагалось, что моделируется добывающая скважина, которая эксплуатируется при депрессии 20 МПа. Для забойного давления 40 МПа скважина находится в нерабочем состоянии, депрессия равна нулю. При варианте расчетов с забойным давлением 60 МПа имитируются напряжения вблизи нагнетательной скважины, работающей с репрессией 20 МПа.

На рис. 3 представлены результаты расчетов радиального и углового напряжений, полученные на основе аналитических соотношений (1), (2), (6), (7) и численными методами. Напряжения изменяются вдоль радиальной координаты, и для удобства графики ограничены радиусом 0,3 м, т. к. далее обе компоненты напряжений выходяжатся и стремятся к величине горизонтальных напряжений 50 МПа. Как видно из данного рисунка, радиальные напряжения на контактах имеют излом за счет разных упругих свойств колонны, цемента и породы. В то же время сами значения радиальных напряжений на каждом из контактов имеют одинаковые значения в каждом из соприкасающихся элементов конструкции скважины.

Величины угловых напряжений существенно отличаются от величин радиальных напряжений и имеют разрывы на контактах колонна–цемент и цемент–порода, что также связано с отличием упругих характеристик элементов модели (рис. 3). Максимальные значения компоненты угловых напряжений соответствуют внутренней стенке колонны и получены при давлении в скважине 20 МПа (рис. 3, а).

Как видно из рис. 3, кривые распределения радиального и углового напряжения, полученные двумя рассматриваемыми методами, практически совпадают. Для более точного анализа в табл. 2 приведено сопоставление значений напряжений в характерных точках модели – на внутренней стенке колонны, на контакте колонна–цемент и на контакте цемент–порода.

Из табл. 2 следует, что наилучшее совпадение результатов получено для радиальных напряжений – максимальное расхождение значений составило 0,15 % и в среднем равно 0,04 %. Для угловых напряжений

максимальная разница в результатах расчетов составила 2,03 % и в среднем равна 0,73 %. Таким образом, сопоставительный анализ значений напряжений, полученный аналитическим и численным методом, показывает весьма хорошее совпадение.

Таблица 1. Геометрические и физические характеристики модели, используемые в расчетах

Table 1. Geometrical and physical characteristics of the model used in calculations

Характеристика Characteristic	Единицы измерения Units	Значение Value
внутренний радиус колонны inner radius of the casing, r_1	мм/mm	65,3
внешний радиус колонны или внутренний радиус цементного камня outer radius of the casing or the inner radius of the cement stone, r_2	мм/mm	73
внешний радиус цементного камня или внутренний радиус области коллектора outer radius of the cement stone or the inner radius of the reservoir section, r_3	мм/mm	107,95
внешний радиус области коллектора outer radius of the reservoir section, r_4	м/m	5
модуль упругости породы elastic module of the rock	ГПа/GPa	40
коэффициент Пуассона породы Poisson's ratio of the rock	д. е./u.f.	0,22
модуль упругости цемента cement elastic module	ГПа/GPa	12,2
коэффициент Пуассона цемента Poisson's ratio of the cement	д. е./u.f.	0,13
модуль упругости колонны casing elastic module	ГПа/GPa	200
коэффициент Пуассона колонны Poisson's ratio of the casing	д. е./u.f.	0,2
горизонтальное напряжение horizontal stress	МПа/MPa	50
забойное давление/bottom hole pressure	МПа/MPa	20, 40, 60

Аналитический метод расчета имеет свои преимущества – в частности, не требуется применение специализированных программных комплексов. В то же время у такого метода есть и свои недостатки:

- 1) не позволяет учесть основные соотношения теории пороупругости, если требуется учесть распределение эффективных напряжений в коллекторе при вариациях пластового и забойного давления;
- 2) если в модели требуется учесть разные граничные условия на верхней или нижней границе, например, когда на породу воздействует нагрузка от вышележащих пластов, а не закрепляют перемещения на ее поверхности;
- 3) не учитывает пластических деформаций породы.

Все вышеперечисленные недостатки компенсируются при использовании численного метода расчета, однако в таком случае требуется доступ к специализированному программному продукту. Также недостатком использования численных методов является чувствительность к используемой конечно-элементной сетке, т. е. нужно весьма грамотно задавать распределение конечных элементов, например, вблизи участков с наибольшими градиентами изменения расчетных характеристик иначе могут быть получены результаты, существенно отличающиеся от реальных значений.

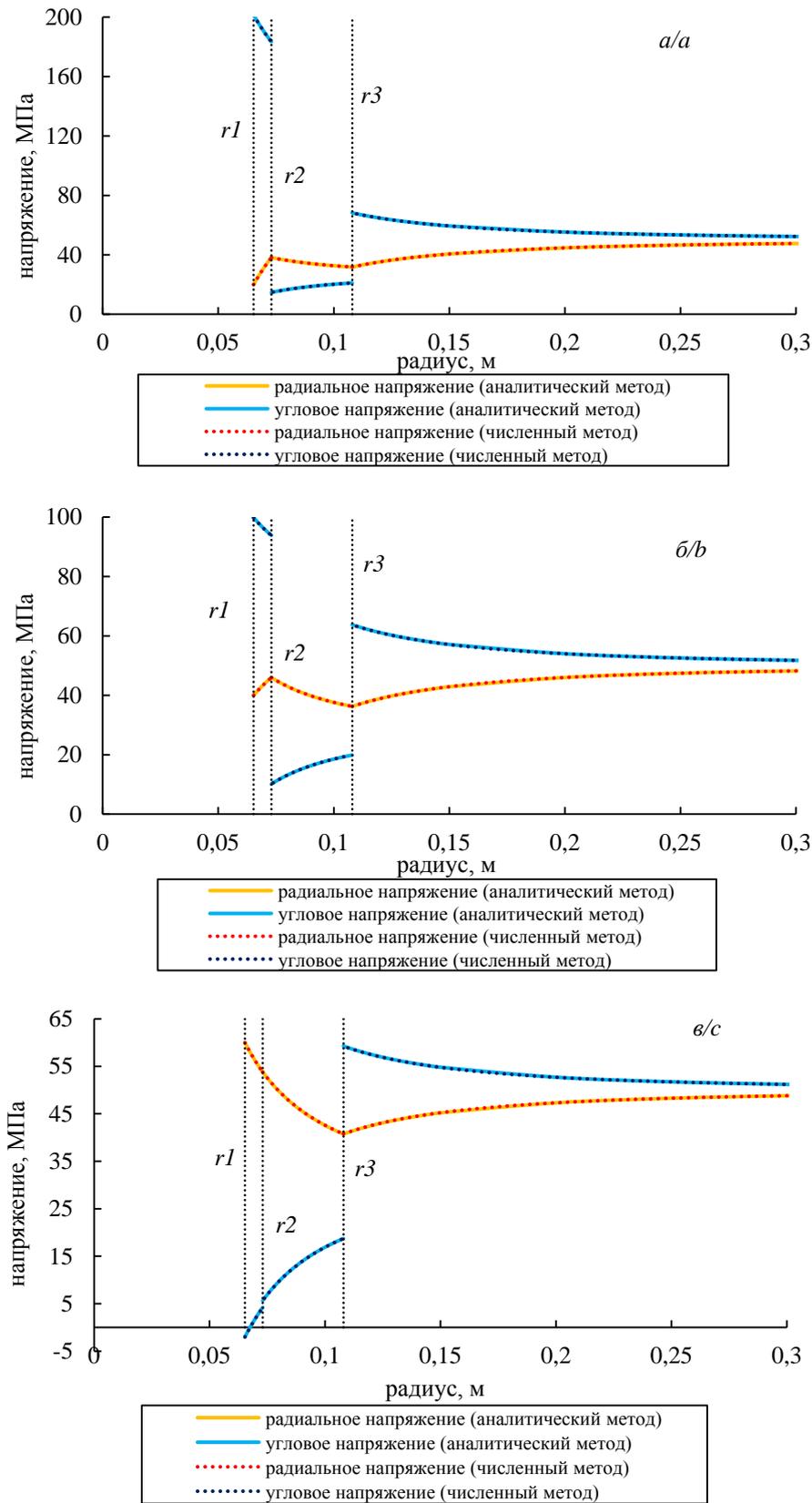


Рис. 3. Сопоставление распределений радиальных и угловых напряжений в околоскважинной зоне вдоль радиальной координаты, полученных аналитическим и численным методами при забойном давлении: а) 20; б) 40; в) 60 МПа

Fig. 3. Comparison of distributions of radial and tangential stresses in the near-wellbore zone along the radial coordinate, obtained by analytical and numerical methods at bottom hole pressure: а) 20; б) 40; в) 60 MPa

Таблица 2. Сопоставление величин радиальных и угловых напряжений на характерных участках модели, полученных аналитическим и численным методами

Table 2. Comparison of the values of radial and angular stresses in the characteristic areas of the model, obtained by analytical and numerical methods

участок модели/model section	метод/method				разница difference, %	
	аналитический analytical		численный numerical			
	σ_r	σ_θ	σ_r	σ_θ	σ_r	σ_θ
	МПа/MPa					
забойное давление 20 МПа/bottom hole pressure 20MPa						
колонна (внутренняя стенка)/casing (inner wall)	20	201,619	20	201,5	0,00	0,59
колонна (внешняя стенка)/casing (outer wall)	38,147	183,473	38,152	184,14	0,00	1,75
цемент (внутренняя стенка)/cement (inner wall)	38,147	14,706	38,152	14,919	0,03	0,56
цемент (внешняя стенка)/cement (outer wall)	31,786	21,066	31,795	20,99	0,04	0,24
порода (внутренняя стенка)/rock (inner wall)	31,786	68,230	31,795	67,584	0,01	2,03
забойное давление 40 МПа/bottom hole pressure 40MPa						
колонна (внутренняя стенка)/casing (inner wall)	40	99,85	40	99,785	0,00	0,16
колонна (внешняя стенка)/casing (outer wall)	45,98	93,87	45,975	94,065	0,01	0,42
цемент (внутренняя стенка)/cement (inner wall)	45,984	10,156	45,975	10,518	0,09	0,79
цемент (внешняя стенка)/cement (outer wall)	36,262	19,878	36,279	19,783	0,09	0,26
порода (внутренняя стенка)/rock (inner wall)	36,259	63,753	36,279	63,254	0,03	1,38
забойное давление 60 МПа/bottom hole pressure 60MPa						
колонна (внутренняя стенка)/casing (inner wall)	60	-1,991	60	-2,019	0,00	0,05
колонна (внешняя стенка)/casing (outer wall)	53,806	4,202	53,805	3,914	0,02	0,54
цемент (внутренняя стенка)/cement (inner wall)	53,8	5,662	53,805	6,114	0,09	0,84
цемент (внешняя стенка)/cement (outer wall)	40,742	18,726	40,771	18,573	0,15	0,38
порода (внутренняя стенка)/rock (inner wall)	40,743	59,265	40,771	58,916	0,05	0,86
Среднее значение/Average value					0,04	0,72

Выводы

Рассмотрены результаты определения напряжений в околоскважинной зоне с применением аналитического и численного методов моделирования на основе упругой модели. Полученные результаты позволяют сделать следующие основные выводы:

1. В статье представлены соотношения для расчета напряжений вблизи вертикальной скважины с учетом ее конструктивных элементов аналитическим и численным методами с использованием линейно-упругой модели.
2. На примере конструкции скважины, применяемой для разработки ачимовского продуктивного объекта одного из месторождений Ханты-Мансийского автономного округа, создана конечно-элементная схема для расчета напряженно-деформированного состояния околоскважинной зоны, включающая обсадную колонну, цементную оболочку и участок породы-коллектора вблизи скважины, при этом для более точного расчета задано сгущение конечных элементов на внутренних и внешних стенках элементов модели.
3. Результаты расчетов показали, что для радиальных напряжений характерны изломы кривых распределения радиальных напряжений на контактах колонна–цемент и цемент–порода, что связано с их различающимися упругими характеристиками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zoback M. D. Reservoir geomechanics. – Cambridge, U.K.: Cambridge University press, 2007. – 505 p.
2. Petroleum related rock mechanics / E. Fjear, R.M. Holt, P. Horsrud, A.M. Raaen, R. Risnes. – Amsterdam: Elsevier, 2008. – 492 p.
3. Попов С.Н. Определение коэффициента запаса прочности цементного камня на основе численного моделирования напряженно-деформированного состояния околоскважинной зоны с

4. Максимальные значения величин напряжений соответствуют угловой компоненте, для которой характерны разрывы графика на контактах колонна–цемент и цемент–порода, что также связано с различием в упругих свойствах элементов конструкции модели.
5. Сопоставительный анализ результатов расчетов аналитическим и численным методами показал их высокое совпадение: среднее отклонение от численного метода составило 0,04 % для радиальных напряжений и 0,72 % для угловой компоненты напряжений.
6. Для расчета напряжений в околоскважинной зоне вертикальной скважины, оценки устойчивости обсадной колонны и сохранности цементного камня на основе линейно-упругой модели может быть использован аналитический метод расчета, однако при учете соотношений пороупругости, нелинейном поведении элементов конструкции скважины или задании неоднородных граничных условий для расчета поля напряжений вблизи скважины требуется применение численных методов, например, метода конечных элементов.

Расчеты выполнены в рамках темы госзадания ИПНГ РАН № FMME – 2022-0008, Рег. № НИОКТР 122022800364-6; анализ и интерпретация данных выполнена в рамках гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ Российской Федерации (номер гранта НШ-1010.2022.1.5).

- учетом изменения упруго-прочностных свойств цемента в процессе его твердения и под воздействием кислотного реагента // SOCAR Proceeding. – 2021. – SI № 2. – С. 8–16.
4. Хабибуллин М.А. Исследование механизма разрушения призабойной зоны фильтрационным потоком пластовой жидкости и предотвращение пробообразования в скважине // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2021. – Т. 332. – № 10. – С. 86–94.

5. Нескоромных В.В., Пушмин П.С., Попова М.С. Влияние поверхностно-активных веществ на искривление скважин при бурении в анизотропных горных породах // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2020. – Т. 331. – № 9. – С. 146–158.
6. Расчет устойчивости ствола скважины для предотвращения осложнений при бурении / С.В. Лукин, С.В. Есипов, В.В. Жуков, Ю.В. Овчаренко, А.Ю. Хомутов, Т.Н. Шевчук, И.В. Сусяков // Нефтяное хозяйство. – 2016. – № 6. – С. 70–73.
7. Развитие комплексного геомеханического моделирования в ПАО «Газпром нефть» / А.А. Вашкевич, В.В. Жуков, Ю.В. Овчаренко, А.С. Бочков, С.В. Лукин // Нефтяное хозяйство. – 2016. – № 12. – С. 16–19.
8. Talreja R., Bahuguna S., Havelia K. Merits of 3D numerical over 1D analytical geomechanics solution for a complex subsurface // SPE oil and gas conference and Exhibition, Mumbai, 2019. – P. 1–16.
9. Shen X. Integrated workflow for feasibility study of cuttings reinjection based on 3D geomechanics analysis and case study // SPE Asia Pacific drilling technology conference. Virtual, 2021. – P. 1–12.
10. Zienkiewicz O.C. The finite element method. – London: McGraw-Hill, 1977. – 787 p.
11. Settari A., Mourits F. M. A coupled reservoir and geomechanical simulation system // SPE Journal. – 1998. – V. 3. – Iss. 03. – P. 219–226.
12. Settari A., Walters D. A. Advances in coupled geomechanical and reservoir modeling with applications to reservoir compaction // SPE Reservoir Simulation Symposium: Proceedings. – Houston, 1999. – P. 1–13.
13. Попова М.С., Харитонов А.Ю. Компьютерное моделирование процессов, протекающих при бурении скважин // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2019. – Т. 330. – № 12. – С. 18–27.
14. Charlez Ph. Rock mechanics: petroleum applications. – Paris: Editions Technip, 1997. – V. 2. – 661 p.
15. Булатов А.И. Механика цементного камня нефтяных и газовых скважин. – Краснодар: Изд-во Северо-Кавказского отделения инженерной академии РФ, 1994. – 519 с.
16. Ильясов А.М. Оценка прочности цементного кольца, примыкающего к стволу добывающей скважины // Прикладная механика и техническая физика. – 2017. – Т. 58. – № 1. – С. 210–217.
17. Попов С.Н., Чернышов С.Е., Гладких Е.А. Влияние деформаций терригенного коллектора в процессе снижения забойного и пластового давления на изменение проницаемости и продуктивности скважины // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2022. – Т. 333. – № 9. – С. 148–157.
18. Попов С.Н. Геомеханическое моделирование и анализ устойчивости эксплуатационной колонны в условиях частичного отсутствия цементного камня // SOCAR Proceeding. – 2022. – SI № 2. – С. 34–40.
19. Научное обоснование методов вторичного вскрытия фаненских отложений юго-востока Пермского края на основании геомеханического моделирования / С.Е. Чернышов, С.Н. Попов, С.В. Варушкин, А.А. Мелехин, С.Н. Кривошецов, Ш. Рен // Записки Горного института. – 2022. – Т. 257. – № 5. – С. 732–743.
20. Повышение эффективности разработки терригенных коллекторов системой ориентированных селективных целевых каналов / С.Е. Чернышов, В.А. Репина, Н.И. Крысин, Д.И.М. Макдоналд // Записки Горного института. – 2020. – Т. 246. – № 6. – С. 660–666.

Поступила: 24.11.2022 г.

Прошла рецензирование: 09.12.2022 г.

Информация об авторах

Попов С.Н., доктор технических наук, главный научный сотрудник, заведующий лабораторией нефтегазовой механики и физико-химии пласта Института проблем нефти и газа Российской академии наук.

Чернышов С.Е., доктор технических наук, исполняющий обязанности заведующего кафедры нефтегазовых технологий Пермского национального исследовательского политехнического университета.

Кривошецов С.Н., кандидат технических наук, доцент кафедры геологии нефти и газа Пермского национального исследовательского политехнического университета.

UDC 622.245.01

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE ANALYTICAL AND NUMERICAL METHODS FOR CALCULATING THE STRESS-STRAIN STATE OF THE NEAR-WELLBORE ZONE BASED ON THE ELASTIC MODEL TAKING INTO ACCOUNT THE MAIN STRUCTURAL ELEMENTS OF THE WELL

Sergey N. Popov¹,
popov@ipng.ru

Sergey E. Chernyshov²,
nirgnf@bk.ru

Sergey N. Krivoshchekov²,
krivoshchekov@gmail.com

¹ Oil and Gas Research Institute of Russian Academy of Science,
3, Gubkin street, Moscow, 119333, Russia.

² Perm National Research Polytechnic University,
29, Komsomolskiy avenue, Perm, 614990, Russia.

The relevance of the research is caused by the scientific interest in calculating the near-wellbore zone stress-strain state to improve the development of oil and gas fields, to predict the casing stability and the safety of the cement stone.

The main aim: based on a comparative analysis of the methods of analytical and numerical simulation of stress calculation near a vertical well using an elastic model, determine the distribution of radial and tangential stresses, compare the accuracy of their calculation by different methods and identify the advantages and disadvantages of each of them.

Objects: near-wellbore zone of the terrigenous reservoir of the Achimov deposits of one of the fields of the Khanty-Mansiysk autonomous region.

Methods: analytical and numerical finite element methods for stress-strain state calculating of the near-wellbore zone, taking into account the main structural elements of the well and using a linear elastic model.

Results. The paper considers the analytical relationships used to calculate the radial and tangential stresses in the casing, cement stone and reservoir rock, as well as the equations used in numerical finite element modeling of stresses near a vertical well. The authors have developed a finite element scheme of the near-wellbore zone, including its main structural elements. The paper introduces the results of calculation of the main components of the stress tensor in the structural elements of the well depending on the radial coordinate for the bottom hole pressure of 20, 40 and 60 MPa. The authors carried out the comparative analysis of the stress calculations results by the methods used. It is shown that the largest discrepancy between the analytical and numerical methods was 2 % that corresponds to radial stresses for the calculation option with a bottom hole pressure of 20 MPa. On average, the discrepancies were: for radial stresses – 0,04 %, for tangential stresses – 0,72 %. It is concluded that when using the model of a linearly elastic medium and under boundary conditions in the form of fixing the model in the upper and lower parts along the normal to the surface, and also without taking into account the pressure distribution in the depression funnel of the model, it is sufficient to use the analytical method of calculation. If it is supposed to use combined boundary conditions, a poroelastic model, taking into account viscoplastic deformations, then it is most preferable to use the numerical simulation method.

Key words:

radial and tangential stresses, analytical method, numerical method, finite element method, bottomhole pressure, well, near-wellbore zone.

Calculations were completed with support of the state task of the OGRI RAS No. FMME-2022-0008, Reg. No. NIOKTR 122022800364-6; data analysis and interpretation were completed with the support of the grant of the President of the Russian Federation for state support of leading scientific schools of the Russian Federation (grant number NSH-1010.2022.1.5)

REFERENCES

1. Zoback M.D. *Reservoir geomechanics*. Cambridge, U.K., Cambridge University press, 2007. 505 p.
2. Fjear E., Holt R.M., Horsrud P., Raaen A.M., Risnes R. *Petroleum related rock mechanics*. Amsterdam, Elsevier, 2008. 492 p.
3. Popov S.N. Determination of the safety factor of cement stone based on numerical modeling of the stress-strain state of the near-wellbore zone, taking into account the change in the elastic-strength properties of cement during its hardening and under the influence of an acid reagent. *SOCAR Proceeding*, 2021, S.I. no. 2, pp. 8–16. In Rus.
4. Khabibullin M.Ya. Research of a reservoir bottom zone destruction by filtering flow of the formation liquid and prevention of call formation in the well. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2021, vol. 332, no. 10, pp. 86–94. In Rus.
5. Neskromnykh V.V., Pushmin P.S., Popova M.S. Influence of surfaces on boring of wells while drilling in anisotropic rocks. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2020, vol. 331, no. 9, pp. 146–159. In Rus.
6. Lukin S.V., Esipov S.V., Zhukov V.V., Ovcharenko Yu.V., Khomutov A.Yu., Shevchuk T.N., Suslyakov I.V. Borehole stability prediction to avoid drilling failures. *Neftyanoe Khozyaystvo – Oil Industry*, 2016, no. 6, pp. 70–73. In Rus.
7. Vashkevich A.A., Zhukov V.V., Ovcharenko Yu.V., Bochkov A.S., Lukin S.V. Development of integrated geomechanical modeling in Gazprom neft PJSC. *Neftyanoe Khozyaystvo – Oil Industry*, 2016, no. 12, pp. 16–19. In Rus.
8. Talreja R., Bahuguna S., Havelia K. Merits of 3D numerical over 1D analytical geomechanics solution for a complex subsurface. *SPE oil and gas conference and Exhibition*. Mumbai, 2019. pp. 1–16.

9. Shen X. Integrated workflow for feasibility study of cuttings reinjection based on 3D geomechanics analysis and case study. *SPE Asia Pacific drilling technology conference*. Virtual, 2021. pp. 1–12.
10. Zienkiewicz O.C. *The finite element method*. London, McGraw-Hill, 1977. 787 p.
11. Settari A., Mourits F.M. A coupled reservoir and geomechanical simulation system. *SPE Journal*, 1998, vol. 3, Iss. 03, pp. 219–226.
12. Settari A., Walters D. A. Advances in coupled geomechanical and reservoir modeling with applications to reservoir compaction. *SPE Reservoir Simulation Symposium: Proceedings*. Houston, 1999. pp. 1–13.
13. Popova V.S., Kharitonov A.Yu. Computer simulation of processes at well drilling. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2019, vol. 330, no. 12, pp. 18–27. In Rus.
14. Charlez Ph. *Rock mechanics: petroleum applications*. Paris, Editions Technip, 1997. Vol. 2, 661 p.
15. Bulatov A.I. *Mekhanika tsementnogo kamnya neftyanykh i gazovykh skvazhyn* [Cement stone mechanics of oil and gas wells]. Krasnodar, North Caucasus Branch of the Engineering Academy of the Russian Federation Publ., 1994. 519 p.
16. Ilyasov A.M. Strength evaluation of a cement sheath adjacent to a production wellbore. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2017, vol. 58, no. 1, pp. 210–217. In Rus.
17. Popov S.N., Chernyshov S.E., Gladkikh E.A. Influence of sandstone reservoir deformations during bottomhole and reservoir pressure decreasing on the permeability and well productivity changes. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2022, vol. 333, no. 9, pp. 148–157. In Rus.
18. Popov S.N. Geomechanical modeling and the casing stability analysis in conditions of partial absence of cement stone. *SOCAR Proceeding*, 2021, S.I. no. 2, pp. 34–40. In Rus.
19. Chernyshov S.E., Popov S.N., Varushkin S.V., Melekhin A.A., Krivoshchekov S.N., Ren S. Scientific justification of the perforation methods for the Famennian deposits in the southeast of the Perm region. *Journal of Mining Institute*, 2021, vol. 257, no. 5, pp. 732–743. In Rus.
20. Chernyshov S.E., Repina V.A., Krysin N.I., Macdonald D.I.M. Improving the efficiency of terrigenous oil-saturated reservoir development by the system of oriented selective slotted channels. *Journal of Mining Institute*, 2020, vol. 246, no. 6, pp. 660–666. In Rus.

Received: 24 November 2022.

Reviewed: 9 December 2022.

Information about the authors

Sergey N. Popov, Dr. Sc., chief researcher, head of the laboratory, Oil and Gas Research Institute of Russian Academy of Science.

Sergey E. Chernyshov, Dr. Sc., acting for the head of the Oil and Gas Technologies Department, Perm National Research Polytechnic University.

Sergey N. Krivoshchekov, Cand. Sc., associate professor, Perm National Research Polytechnic University.