

УДК 553.988

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТОТ ШАРОВОЙ КАПЛИ ВОДЫ В МАСЛЯНОЙ СРЕДЕ

Филипас Александр Александрович<sup>1</sup>,  
filipas@tpu.ru

Исаев Юсуп Ниязбекович<sup>1</sup>,  
isaev@tpu.ru

Кучман Алёна Владимировна<sup>1</sup>,  
avm82@tpu.ru

<sup>1</sup> Национальный исследовательский Томский политехнический университет,  
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.

**Актуальность.** Одним из приоритетных направлений нефтегазового сектора отечественной экономики является повышение эффективности и рентабельности процессов подготовки товарной нефти, однако научные результаты, полученные в данной области, являются недостаточными для современных технологических требований. Не решены вопросы недостатка данных для разработки достоверных математических моделей процессов разрушения нефтяной эмульсии, а также входных сигналов для регулирования процессов управления технологическим оборудованием для подготовки нефти. Нефть, добываемая на месторождениях, представляет собой водомасляную эмульсию прямого или обратного типа с уникальным дисперсным составом для каждой скважины. В настоящее время анализ размеров капель нефтяной эмульсии на промысле проводят с помощью классического лабораторного метода, имеющего низкую скорость получения результатов анализа, тогда как распределение глобул по размерам несет информацию о таких свойствах дисперсной системы, как скорость деградации, долговременная стабильность, вязкость и другие. Зная распределение капель по размерам конкретной нефтяной эмульсии, можно подобрать наиболее рациональные способы её разрушения, необходимые технические параметры устройств, используемых для реализации этих способов. В частности, при воздействии на каплю с частотой, близкой к её собственной, возможны интенсификация разрушения или синтез эмульсии. В связи с этим актуальным и необходимым является вывод аналитического выражения для резонансной частоты капли эмульсии и уравнений свободных колебаний.

**Цель:** заключается в определении резонансных частот шаровой капли воды в масляной среде и оценки воздействия демпфирующих свойств среды на колебания поверхности капли.

**Объект:** водомасляная эмульсия.

**Методы:** математическое моделирование, ортогональные разложения, термодинамические потенциалы.

**Результаты.** Получено аналитическое выражение для резонансной частоты водной капли, а также уравнение свободных колебаний капли в виде неконсервативной системы.

### Ключевые слова:

нефтяная эмульсия, резонансная частота колебаний капли эмульсии, термодинамический потенциал, свободная энергия, ортогональные разложения.

### Введение

Нефть, добываемая на месторождениях, представляет собой водомасляную эмульсию с уникальным дисперсным составом для каждой скважины [1]. Эмульсии на промысле могут быть образованы нефтью, водой, газом и твердыми частицами. В нефтегазовой промышленности они классифицируются как эмульсии типа «масло-в-воде» или «вода-в-масле», в зависимости от жидкости, которая становится сплошной фазой [2].

Поиск эффективных и простых способов разрушения устойчивых водонефтяных эмульсий, образующихся при добыче и подготовке нефти, является важнейшей задачей нефтяной промышленности. В настоящее время для деэмульсации применяют физические (механическая, термическая, электрообработка), химические (применение реагентов-деэмульгаторов и деэмульгаторов на основе различных наночастиц), биологические (применение биодеэмульгаторов) и комбинированные методы [3–5].

Использование различных деэмульгаторов приводит к образованию промежуточных слоев эмульсии, которые считаются отходами и требуют утилизации.

Для таких эмульсий очень сложно, а иногда и невозможно, полностью отделить нефть от воды традиционными методами. Для снижения негативного воздействия промежуточных слоев эмульсии на окружающую среду необходимо постоянно сбрасывать их в шламонакопители и перерабатывать.

Другой способ повышения энергетической эффективности и интенсификации процессов разрушения нефтяной эмульсии – применение акустических излучателей звуковой и ультразвуковой частоты. Акустическое воздействие в нефтяной промышленности используется во многих технологических процессах, от нефтедобычи до нефтепереработки: для увеличения нефтеотдачи, для снижения вязкости добываемой тяжелой нефти, в процессе подготовки месторождений и для интенсификации процессов переработки [6, 7].

В частности, для операций деэмульсации было установлено два ультразвуковых эффекта, влияющих на отделение воды от нефти. Это образование стоячих волн и кавитация [8–10]. Кавитация зависит от того, как применяется ультразвуковая обработка, и может либо усиливать образование капель в жидкостях, содержащих несмешивающиеся жидкие фазы, либо

стимулировать эмульгирование. Кавитация при мощном ультразвуковом воздействии может привести к тому, что более крупные капли рассыплются на более мелкие за счет микроструйной активности, разрушающей капли, что приводит к эмульгированию [11]. С другой стороны, в определенных условиях и типах жидкости кавитация может стимулировать коагуляцию капель вместо их фрагментации, тем самым усиливая разделение воды и сырой нефти [8].

Таким образом, целью исследования является определение резонансных частот шаровой капли воды в масляной среде.

Рассмотрим систему, состоящую из масляной и водной фаз и границы раздела, представляющей собой шаровую поверхность (рис. 1) [12].

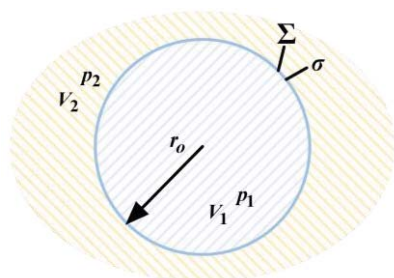


Рис. 1. Система, состоящая из масляной и водной фаз и границы раздела

Fig. 1. System consisting of oil and water phases and an interface

Результирующая свободная энергия системы равна сумме свободных энергий масляной и водной фаз и поверхностного слоя [13–15]:

$$F = F_1 + F_2 + F_{\text{поверх}} = -ST - p_1V_1 - p_2V_2 + \sigma \Sigma, \quad (1)$$

где  $F$ , Дж – результирующая свободная энергия системы;  $F_1$ , Дж – свободная энергия водной фазы;  $F_2$ , Дж – свободная энергия масляной фазы;  $F_{\text{поверх}}$ , Дж – свободная энергия поверхностного слоя;  $S$ , Дж/К – энтропия системы;  $T$ , К – температура системы;  $p_1$ , Па – давление в водной фазе;  $V_1$ , м<sup>3</sup> – объем воды;  $p_2$ , Па – давление в масляной фазе;  $V_2$ , м<sup>3</sup> – объем масла;  $\sigma$ , Н/м – поверхностное натяжение;  $\Sigma$ , м<sup>2</sup> – площадь поверхности границы раздела фаз.

Любая термодинамическая система стремится к минимуму свободной энергии. Учитывая, что система находится в положении термодинамического равновесия при температуре  $T$ , найдем минимум свободной энергии системы. Свободная энергия  $F$  – термодинамический потенциал с собственными переменными, которые представляют собой объем, площадь поверхности раздела фаз и температуру. Учитывая, что суммарный объем системы равен сумме объемов масляной и водной фаз, из выражения (1) получаем:

$$dF = -(p_1 - p_2)dV_1 + \sigma_1 d\Sigma_1 = 0. \quad (2)$$

Основываясь на том, что площадь поверхности и объем шара определяются выражениями:

$$\Sigma_1 = 4\pi r^2, \quad V_1 = \frac{4}{3}\pi r^3,$$

можно записать следующее выражение:

$$\frac{d\Sigma_1}{dV_1} = \frac{d(4\pi r^2)}{d\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)} = \frac{2rdr}{\frac{1}{3}3r^2 dr} = \frac{2}{r}. \quad (3)$$

Подставляя выражение (3) в (2), получаем уравнение, связывающее разницу давлений сред и поверхностное натяжение:

$$p_1 - p_2 = \frac{2\sigma}{r}. \quad (4)$$

Снаружи шаровой поверхности давление меньше, чем внутри, на величину поверхностного давления, при этом жидкости, из которых состоит система, имеют высокую плотность и являются несжимаемыми. Поэтому при воздействии акустического возмущения на каплю воды в масле, она не сжимается, но при этом деформируется: радиус сферической поверхности не сохраняется и происходит изменение формы капли. Таким образом, выражение (4) принимает следующий вид:

$$p_1 - p_2 = 2\sigma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right), \quad (5)$$

где  $r_1, r_2$ , м – радиусы кривизны поверхностей водной и масляной фазы, расположенные во взаимно перпендикулярных плоскостях (изменяется форма границы раздела фаз) [16, 17].

Рассмотрим левую часть выражения (5) – отклонения давления от давления на поверхности  $p = p_2 - p_1$ . Запишем уравнение Эйлера для капиллярной волны, не учитывающее влияние гравитационных сил, и добавим уравнение непрерывности [17]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\nabla \frac{p}{\rho}; \\ \text{div} \mathbf{v} = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Введем понятие потенциала скорости  $\psi$ , тогда выражение (6) принимает вид

$$\begin{cases} \mathbf{v} = \nabla \psi = \text{grad}(\psi); \\ \text{div} \mathbf{v} = \nabla \nabla \psi = \Delta \psi = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Заметим, что потенциал скорости удовлетворяет уравнению Лапласа, с учетом чего получаем простое выражение, связывающее давление и потенциал скорости:

$$\frac{\partial \nabla \psi}{\partial t} + \nabla \psi \Delta \psi = -\nabla \frac{p}{\rho} \rightarrow p + \rho \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0. \quad (8)$$

Из последнего уравнения видно, что конвективная составляющая  $(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v}$  в уравнении (7) не принимает участия.

Теперь рассмотрим правую часть уравнения (5). В рассматриваемой системе происходит отклонение от сферической поверхности, поэтому разложим это выражение в окрестности поверхности сферы. С учетом того, что отклонения будут небольшими, раскладывая правую часть уравнения (5) в ряд Тейлора в сферических координатах получаем:

$$\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) = \frac{2}{r} - \frac{2\zeta}{r^2} - \frac{1}{r^2} \left\{ \frac{1}{\sin^2(\theta)} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{\sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin(\theta) \frac{\partial}{\partial \theta} \zeta \right) \right\}, \quad (9)$$

где  $\zeta$  – координаты отклонения от фиксированного значения радиуса шара;  $\theta$  – угол между осью OZ и вектором  $r_0$ ;  $\varphi$  – угол между осью OX и вектором  $r_0$  (рис. 2).

Соберем левые и правые части уравнения (4). С учетом (8) и (9) получаем:

$$\rho \frac{\partial \psi}{\partial t} + p = 0 \rightarrow \rho \frac{\partial \psi}{\partial t} + \sigma \left[ \frac{2}{r_0} - \frac{2\zeta}{r_0^2} - \frac{1}{r_0^2} \left\{ \frac{1}{\sin^2(\theta)} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{\sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin(\theta) \frac{\partial}{\partial \theta} \zeta \right) \right\} \right] = 0. \quad (10)$$

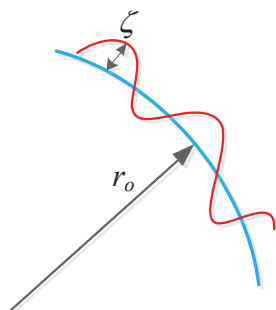


Рис. 2.  $\zeta$ -искажения поверхности шаровой капли, вызванные влиянием внешних возмущений

Fig. 2.  $\zeta$ -distortions of a spherical drop surface caused by the influence of external disturbances

Производная координаты отклонения от фиксированного значения радиуса шара по отношению к времени представляет собой радиальную скорость. Учитывая выражение (7), получаем:

$$v_r = \frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}. \quad (11)$$

Дифференцируя выражение (10) по времени, получаем волновое уравнение:

$$\rho \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \frac{\sigma}{r_0^2} \frac{\partial}{\partial r} \times \left[ 2\psi + \left\{ \frac{1}{\sin^2(\theta)} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{\sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin(\theta) \frac{\partial}{\partial \theta} \psi \right) \right\} \right] = 0. \quad (12)$$

Найдем решение уравнения (12) в виде стоячей волны в факторизованном виде [18]:

$$\psi(t, r, \varphi, \theta) = e^{-j\omega t} f(r, \varphi, \theta). \quad (13)$$

Подставим выражение (13) в уравнение (12) и, производя сокращение на экспоненциальный множитель, получим:

$$\rho \omega^2 f + \frac{\sigma}{r_0^2} \left[ 2 \frac{\partial}{\partial r} f + \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{\sin^2(\theta)} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{\sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin(\theta) \frac{\partial}{\partial \theta} f \right) \right\} \right] = 0. \quad (14)$$

Заметим, что функция  $f$  удовлетворяет уравнению Лапласа, поэтому найдем её решения в виде комбинаций радиального множителя и объемных шаровых функций Лапласа:

$$f(r, \varphi, \theta) = r^l Y_{l,m}(\varphi, \theta). \quad (15)$$

Шаровые функции Лапласа выражаются через известные присоединенные полиномы Лежандра  $l$ -го порядка [19]:

$$Y_{l,m}(\varphi, \theta) = P_l^m(\cos(\theta)) e^{im\varphi},$$

$$P_l^m(\cos(\theta)) = \sin^m(\theta) \frac{d^m P_l(\cos(\theta))}{d(\cos \theta)^m}. \quad (16)$$

Как известно,  $l$  пробегает все целые положительные числа, включая нуль, при фиксированном  $l$  значения  $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ . Учитывая, что шаровые функции Лапласа – это собственные функции углового оператора [19], получаем

$$\frac{1}{\sin^2(\theta)} \frac{\partial^2 Y_{l,m}}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{\sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin(\theta) \frac{\partial}{\partial \theta} Y_{l,m} \right) = -l(l+1) Y_{l,m}. \quad (17)$$

Подставляя выражение (17) в (14), с учетом (15) и (16) получаем

$$\rho \omega^2 Y_{l,m} r^l + \frac{\sigma}{r_0^2} (2 - l(l+1)) Y_{l,m} \frac{d}{dr} r^l = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \rho \omega^2 Y_{l,m} r^l + \frac{\sigma}{r_0^2} (2 - l(l+1)) l \cdot Y_{l,m} r^{l-1} = 0. \quad (18)$$

На границе  $r=r_0$  из (18) получаем

$$\rho \omega^2 Y_{l,m} + \frac{\sigma}{r_0^3} (2 - l(l+1)) l Y_{l,m} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \left[ \rho \omega^2 + \frac{\sigma}{r_0^3} (2 - l(l+1)) l \right] Y_{l,m} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \rho \omega^2 + \frac{\sigma}{r_0^3} (2 - l(l+1)) l = 0. \quad (19)$$

Таким образом, из (19) получаем выражение для резонансной частоты:

$$\omega^2 = - \frac{\sigma}{\rho r_0^3} (2 - l(l+1)) l = \frac{\sigma}{\rho r_0^3} l(l+2)(l-1). \quad (20)$$

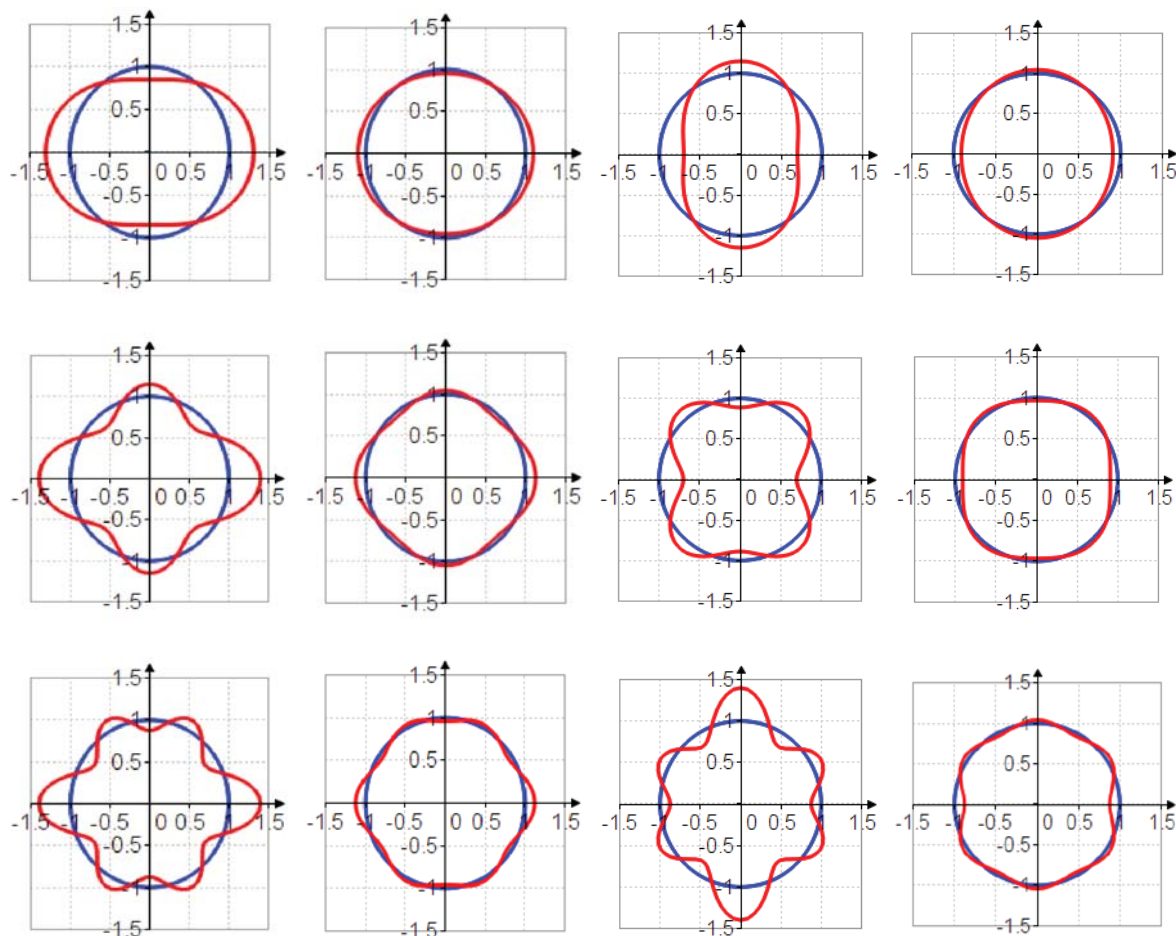
Значения параметра  $l$  при  $l=0, l=1$  отражают сжатие капли по радиусу и сдвиг как поступательное перемещение капли. Они не представляют интереса, поскольку рассматриваемые жидкости являются несжимаемыми. Подставляя  $l=2$  в (20), получаем резонансную частоту:

$$\omega^2 = \frac{\sigma}{\rho r_0^3} 2(2+2) = \frac{8\sigma}{\rho r_0^3}. \quad (21)$$

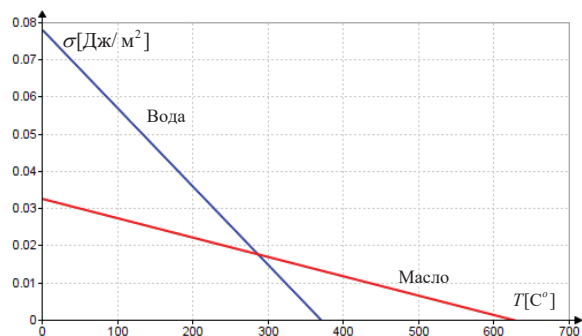
На рис. 3 показаны три первых колебания при  $l=2$ ,  $l=4$ ,  $l=6$ .

Изобразим на графике зависимости частоты  $f$  от радиуса  $r$  шаровой капли (рис. 5) и частоты от по-

верхностного натяжения  $\sigma$  (рис. 6) (21) с помощью графических зависимостей поверхностного натяжения воды и масла от температуры (рис. 4), заимствованных из литературы [14].

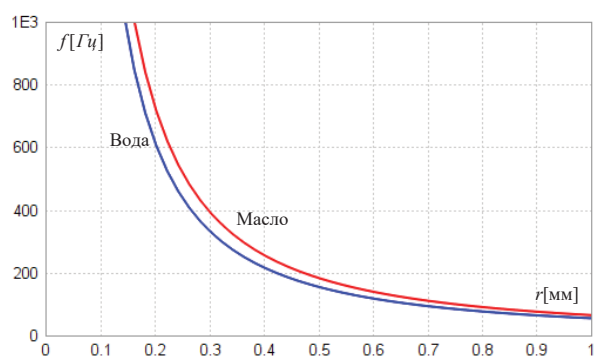


**Рис. 3.** Стоячие волны давления на поверхности шара (красные линии). Синяя окружность – капля воды радиуса  $r$   
**Fig. 3.** Standing pressure waves on the surface of a sphere (red lines). The blue circle is a water drop with radius  $r$



**Рис. 4.** Зависимость поверхностного натяжения от температуры  $\sigma$  [Дж/м<sup>2</sup>]  
**Fig. 4.** Temperature dependence of surface tension  $\sigma$  [J/m<sup>2</sup>]

**Fig. 4.** Temperature dependence of surface tension  $\sigma$  [J/m<sup>2</sup>]



**Рис. 5.** Зависимость частоты колебаний от радиуса капли при температуре  $t=23$  °C  
**Fig. 5.** Oscillation frequency dependence on a drop radius at  $t=23$  °C

**Fig. 5.** Oscillation frequency dependence on a drop radius at  $t=23$  °C

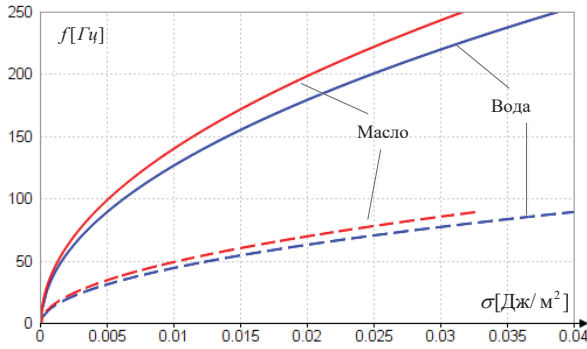


Рис. 6. Зависимость частоты колебаний от поверхностного натяжения для воды при радиусе  $r=0,5$  мм (сплошные линии) и  $r=1$  мм (пунктирные линии)

Fig. 6. Oscillation frequency dependence on surface tension for water at radius  $r=0,5$  mm (solid lines) and  $r=1$  mm (dashed lines)

#### Оценочная модель с демпфированием

Рассмотренная выше модель колебания сферической частицы является консервативной и не учитывает вязкости среды и потерь энергии. Введем вязкость среды, представляя сферическую частицу как механическую систему. Для этого найдем потенциальную и кинетическую энергию колеблющейся капли.

Используем разложение отклонения поверхности шаровой капли от ее сферической формы  $\zeta$  (рис. 2) по полиномам Лежандра

$$r = r_0 + \zeta = \sum_l a_l(t) P_l(\mu) = a_0 + a_1(t) P_1(\mu) + \dots + a_l(t) P_l(\mu) + \dots \quad (22)$$

Здесь  $\mu = \cos(\theta)$ .

Для определения поверхности потенциальной энергии нужно вычислить поверхностную площадь капли S:

$$S = 2\pi \int r \sin(\theta) \left\{ r^2 + \left( \frac{\partial r}{\partial \theta} \right)^2 \right\}^{1/2} d\theta = 2\pi \int \left\{ r^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial r}{\partial \theta} \right)^2 \right\} \sin(\theta) d\theta. \quad (23)$$

С учетом ортогональности полиномов Лежандра  $P_l(\mu)$  и ортогональности их производных  $\frac{\partial P_l(\mu)}{\partial \mu}$  [19] получаем выражение для поверхности (23) и потенциальной энергии (24) с учетом поверхностного натяжения.

$$S(t) = 4\pi a_0^2 + 2\pi \sum (l-1)(l+2)(2l+1)^{-1} a_l(t)^2, \quad (23)$$

$$U(t) = \sigma 2\pi \sum (l-1)(l+2)(2l+1)^{-1} a_l(t)^2. \quad (24)$$

Раскладывая потенциал скорости по полиномам Лежандра, получим выражение:

$$\psi = \beta_0 + \beta_1(t) r P_1(\mu) + \beta_2(t) r^2 P_2(\mu) + \dots + \beta_l(t) r^l P_l(\mu) + \dots \quad (25)$$

Учитывая (25), кинетическая энергия определяется в виде выражения:

$$K = \frac{1}{2} \rho \iint \psi \frac{\partial \psi}{\partial r} r_0^2 d\varphi d\mu = 2\pi \rho r_0^2 \sum (2l+1) l r_0^{2l-1} \beta_l^2. \quad (26)$$

Вспомня, что радиальная скорость частицы определяется соотношением (11) и учитывая выражения (22) и (26), получаем уравнения коэффициентов для каждой из трансформант разложения и выражение для кинетической энергии:

$$n r_0^{l-1} \beta_l(t) = \frac{d}{dt} a_l(t) \rightarrow K = 2\pi \rho r_0^3 \sum (2l^2 + l)^{-1} \left( \frac{da_l(t)}{dt} \right)^2. \quad (27)$$

Поведение механической системы можно описать с помощью функции Лагранжа [20]:

$$L(\dot{a}, a) = K(\dot{a}) - U(a). \quad (28)$$

Здесь точкой обозначена производная по времени. Тогда при отклонении систем от положения равновесия можно записать уравнения:

• для консервативного случая, без потерь энергии (без вязкости), с учетом (27) и (28):

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{a}} - \frac{\partial L}{\partial a} = \frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{a}} - \frac{\partial U}{\partial a} = 0 \rightarrow \frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{a}} = \frac{\partial U}{\partial a},$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{a}} = 2\pi \rho r_0^3 \sum (2n^2 + n)^{-1} 2 \left( \frac{d^2 a_n(t)}{dt^2} \right),$$

$$\frac{\partial U}{\partial a} = 2\pi \sigma \sum (l-1)(l+2)(2l+1)^{-1} 2 a_l(t),$$

$$\frac{d^2 a_n(t)}{dt^2} = \frac{\sigma (l-1)(l+2)(2l^2 + l)}{\rho r_0^3 (2l+1)} a_l(t) \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{d^2 a_l(t)}{dt^2} + (l-1)(l+2) l \frac{\sigma}{\rho r_0^3} a_l(t) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{d^2 a_l(t)}{dt^2} + \omega_0(l)^2 a_l(t).$$

• для неконсервативного случая. Вводим диссипативную функцию Релея, учитывающую потери энергии

$$\Phi(\dot{a}) = \left( \dot{a} \right)^2 \gamma. \quad (29)$$

Здесь коэффициент  $\gamma$  учитывает вязкость системы. Тогда можно переписать уравнение системы с учетом потерь энергии [20], с учетом (29):

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{a}} - \frac{\partial L}{\partial a} = - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{a}} \rightarrow \frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{a}} - \frac{\partial U}{\partial a} = - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{a}},$$

$$\frac{d^2 a_l(t)}{dt^2} + 2\gamma \frac{d^2 a_l(t)}{dt^2} + \omega_0(l)^2 a_l(t) = 0.$$

Таким образом, мы получили уравнение свободных колебаний неконсервативной системы. Эти уравнения справедливы для каждой трансформанты разложения (22). Частота колебаний консервативной системы теперь определяется выражением:

$$\omega = \sqrt{\omega_0(l)^2 - \gamma^2}.$$

### Заключение

В ходе математического моделирования (аналитических расчетов математической модели) было получено выражение для резонансной частоты водной капли. Получена формула уточнения частоты при наличии в системе вязкости (трения). Было выявлено, что резонансная частота зависит от поверхностного натяжения  $\sigma$ , радиуса капли  $r_0$  и плотности  $\rho$ . Выявленная зависимость позволит определить полосу ча-

стот внешнего акустического импульса, с которой необходимо воздействовать на водную каплю с целью интенсификации коагуляции дисперсной фазы или с целью синтеза водомасляной эмульсии. Представленные графические зависимости показывают необходимый диапазон частотной полосы настройки воздействующего импульса. Приведенные оценочные формулы позволяют определить коэффициенты ортогонального разложения отклонения поверхности шаровой капли от ее сферической формы по полиномам Лежандра.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Oil emulsions and the different recent demulsification techniques in the petroleum industry – a review / S.M. Abed, N.H. Abdurahman, R.M. Yunus, H.A. Abdulbari, S. Akbari // IOP Conf. Series: Material Science and Engineering. – 2019. – V. 702 [012060].
2. Abdulredha M.M., Siti Aslina H., Luqman C.A. Overview of petroleum emulsions, formation, influence and demulsification treatment techniques // Arabian Journal of Chemistry. – 2020. – V. 89. – P. 3403–3428.
3. Akbari N., Biria D. Investigation of the activity of Acinetobacter calcoaceticus biodemulsifier to break stable water in oil emulsions // Journal of Environmental Chemical Engineering. – 2018. – V. 6. – P. 4144–4150.
4. Demulsification techniques of water-in-oil and oil-in-water emulsions in petroleum industry / R. Zolfaghari, A. Fakhru'l-Razi, L.C. Abdullah, S.S.E.H. Elnashaie, A. Pendashteh // Separation and Purification Technology. – 2016. – V. 170. – P. 377–408.
5. Oil-in-water separation with graphene-based nanocomposite membranes for produced water treatment / A. Alammar, S.H. Park, C.J. Williams, B. Derby, G. Szekely // Journal of Membrane Science. – 2020. – V. 603 [118007].
6. Sonochemical approaches to enhanced oil recovery / V.O. Abramov, A.V. Abramova, V.M. Bayazitov, L.K. Altunina, A.S. Gerasin, D.M. Pashin, T.J. Mason // Ultrasonics Sonochemistry. – 2015. – V. 25. – P. 76–81.
7. Check G.R., Mowla D. Theoretical and experimental investigation of desalting and dehydration of crude oil by assistance of ultrasonic irradiation // Ultrasonics Sonochemistry. – 2013. – V. 20. – P. 378–385.
8. Aryafard E., Farsi M., Rahimpour M.R. Modeling and simulation of crude oil desalting in an industrial plant considering mixing valve and electrostatic drum // Chemical Engineering and Processing: Process Intensification – 2015. – V. 95. – P. 383–389.
9. Ultrasonic assisted ultrafiltration process for emulsification of oil field produced water treatment / A. Agi, R. Junin, A.Y.M. Alqatta, A. Gbadamosi, A. Yahya, A. Abbas // Ultrasonics Sonochemistry. – 2019. – V. 51. – P. 214–222.
10. Desalting and dewatering of crude oil in ultrasonic standing wave field / G. Ye, X. Lu, P. Han, X. Shen // Journal of Petroleum Science and Engineering – 2010. – V. 70. – P. 140–144.
11. A computational and experimental study on acoustic pressure for ultrasonically formed oil-in-water emulsion / T.J. Tiong, J.K. Chu, L.Y. Lim, K.W. Tan, Y.H. Yap, U.A. Asli // Ultrasonics Sonochemistry – 2019. – V. 56. – P. 46–54.
12. Мигель А.В., Филипас А.А. Определение резонансных частот шаровой капли воды в масляной среде // I Всероссийская с международным участием молодежная конференция «Бутаковские чтения». – Томск: Томский политехнический университет, 2021. – С. 169–173.
13. Сычев В.В. Дифференциальные уравнения термодинамики. – М.: ИД МЭИ, 2010. – 250 с.
14. Сычев В.В. Сложные термодинамические системы. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 207 с.
15. Левич В.Г. Курс теоретической физики. Статистическая физика. – М.: Физматгиз, 1962. – 695 с.
16. Позняк Э.Г., Шикин Е.В. Дифференциальная геометрия. – М.: Изд-во МГУ, 1990. – 384 с.
17. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 5. Статистическая физика. – М.: Наука, 1988. – 733 с.
18. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. – М.: Наука, 1988. – 733 с.
19. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Изд-во МГУ, 1999. – 799 с.
20. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 1. Механика. – М.: Наука, 1998. – 215 с.

Поступила 27.09.2022 г.

Прошла рецензирование 11.10.2022 г.

### Информация об авторах

**Филипас А.А.**, кандидат технических наук, доцент отделения автоматизации и робототехники Инженерной школы информационных технологий и робототехники Национального исследовательского Томского политехнического университета.

**Исаев Ю.Н.**, доктор физико-математических наук, профессор отделения автоматизации и робототехники Инженерной школы информационных технологий и робототехники Национального исследовательского Томского политехнического университета.

**Кучман А.В.**, аспирант отделения автоматизации и робототехники Инженерной школы информационных технологий и робототехники Национального исследовательского Томского политехнического университета.

UDC 553.988

## DETERMINATION OF A GLOBAL WATER DROP RESONANT FREQUENCIES IN OIL MEDIUM

Alexander A. Filipas<sup>1</sup>,  
filipas@tpu.ruYusup N. Isaev<sup>1</sup>,  
isaev\_yusup@mail.ruAlyona V. Kuchman<sup>1</sup>,  
avm82@tpu.ruNational Research Tomsk Polytechnic University,  
30, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russia.

**The relevance.** Increasing the efficiency and profitability of commercial oil preparation is one of the priority tasks of the oil and gas sector of the domestic economy, but the scientific achievements in this area require further development. The issues of lack of data for the development of reliable mathematical models of oil emulsion destruction, as well as input signals for regulating the control processes of oil preparation apparatuses, have not been resolved. The oil produced in the fields is a water-oil emulsion with a unique dispersion composition for each well. Today, the analysis of the disperse composition in the field is carried out using a classic laboratory method that has a low speed of obtaining analysis results, while the distribution of droplets by size carries information about the properties of the emulsion in such aspects as degradation rate, long-term stability, viscosity, and others. Knowing the droplets size distribution of a particular oil emulsion, it is possible to choose the most rational methods for its destruction, as well as the necessary technical settings for the devices used in these methods. In particular, when a drop is exposed to a frequency close to its own, destruction can be intensified or an emulsion can be synthesized. In this regard, the derivation of an analytical expression for the resonant frequency of an emulsion drop and the equations of free vibrations are relevant and necessary.

**The main aim** consists in determining the resonant frequencies of a spherical water drop in an oily medium and assessing the effect of the damping properties of the medium on oscillations of the drop surface.

**Results.** The authors obtained the analytical expression for a water drop resonant frequency, as well as an equation of a drop free oscillations presented as a non-conservative system.

**Key words:**

oil emulsion, resonant frequency of emulsion drop oscillations, thermodynamic potential, free energy, orthogonal decomposition.

## REFERENCES

1. Abed S.M., Abdurahman N.H., Yunus R.M., Abdulbari H.A., Akbari S. Oil emulsions and the different recent demulsification techniques in the petroleum industry – a review. *IOP Conf. Series: Material Science and Engineering*, 2019, vol. 702 [012060].
2. Abdulredha M.M., Siti Aslina H., Luqman C.A. Overview of petroleum emulsions, formation, influence and demulsification treatment techniques. *Arabian Journal of Chemistry*, 2020, vol. 89, pp. 3403–3428.
3. Akbari N., Biria D. Investigation of the activity of *Acinetobacter calcoaceticus* biodemulsifier to break stable water in oil emulsions. *Journal of Environmental Chemical Engineering*, 2018, vol. 6, pp. 4144–4150.
4. Zolfaghari R., Fakhru'l-Razi A., Abdullah L.C., Elnashaie S.S.E.H., Pendashteh A. Demulsification techniques of water-in-oil and oil-in-water emulsions in petroleum industry. *Separation and Purification Technology*, 2016, vol. 170, pp. 377–408.
5. Alammar A., Park, S.H., Williams C.J., Derby, B., Szekely G. Oil-in-water separation with graphene-based nanocomposite membranes for produced water treatment. *Journal of Membrane Science*, 2020, vol. 603 [118007].
6. Abramov V.O., Abramova A.V., Bayazitov V.M., Altunina L.K., Gerasin A.S., Pashin D.M., Mason T.J. Sonochemical approaches to enhanced oil recovery. *Ultrasonics Sonochemistry*, 2015, vol. 25, pp. 76–81.
7. Check G.R., Mowla D. Theoretical and experimental investigation of desalting and dehydration of crude oil by assistance of ultrasonic irradiation. *Ultrasonics Sonochemistry*, 2013, vol. 20, pp. 378–385.
8. Aryafard E., Farsi M., Rahimpour M.R. Modeling and simulation of crude oil desalting in an industrial plant considering mixing valve and electrostatic drum. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, 2015, vol. 95, pp. 383–389.
9. Agi A., Junin R., Alqatta A.Y.M., Gbadamosi A., Yahya A., Abbas A. Ultrasonic assisted ultrafiltration process for emulsification of oil field produced water treatment. *Ultrasonics Sonochemistry*, 2019, vol. 51, pp. 214–222.
10. Ye G., Lu X., Han P., Shen X. Desalting and dewatering of crude oil in ultrasonic standing wave field. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2010, vol. 70, pp. 140–144.
11. Tiong T.J., Chu J.K., Lim L.Y., Tan K.W., Yap Y.H., Asli U.A. A computational and experimental study on acoustic pressure for ultrasonically formed oil-in-water emulsion. *Ultrasonics Sonochemistry*, 2019, vol. 56, pp. 46–54.
12. Migel A.V., Filipas A.A. Opredelenie rezonansnykh chastot sharovoy kapli vody v maslyanoy srede [Determination of a global water drop resonant frequencies in oil medium]. *I Vserossiyskaya molodezhnaya konferentsiya s mezhdunarodnym uchastiem. Butakovskie chteniya* [I All-Russian youth conference with international participation. Butakov Readings]. Tomsk, Tomsk Polytechnic University Publ. house, 2021. pp. 169–173.
13. Sychev V.V. *Differentsialnye uravneniya termodinamiki* [Differential equations of thermodynamics]. Moscow, MPEI Publ., 2010. 250 p.
14. Sychev V.V. *Slozhnye termodinamicheskie sistemy* [Complex thermodynamic systems]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1986. 207 p.
15. Levich V.G. *Kurs teoreticheskoy fiziki. Statisticheskaya fizika* [Course of theoretical physics. Statistical physics]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1962. 695 p.
16. Poznyak E.G., Shikin E.V. *Differentsialnaya geometriya* [Differential geometry]. Moscow, MSU Publ., 1990. 384 p.
17. Landau L.D., Lifshic E.M. *Teoreticheskaya fizika. T. 5. Statisticheskaya fizika* [Theoretical physics. Vol. 5. Statistical physics]. Moscow, Nauka Publ., 1988. 733 p.
18. Landau L.D., Lifshic E.M. *Teoreticheskaya fizika. T. 6. Gidrodinamika* [Theoretical physics. Vol. 6. Hydrodynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1988. 733 p.

19. Tikhonov A.N., Samarskiy A.A. *Uravneniya matematicheskoy fiziki* [Equations of mathematical physics]. Moscow, MSU Publ., 1999. 799 p.
20. Landau L.D., Lifshic E.M. *Teoreticheskaya fizika. T. 1. Mekhanika* [Theoretical physics. Vol. 1. Mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1998. 215 p.

*Received: 27 September 2022.*

*Reviewed: 11 October 2022.*

#### **Information about the authors**

**Alexander A. Filipas**, Cand. Sc., associate professor, National Research Tomsk Polytechnic University.

**Yusup N. Isaev**, Dr. Sc., professor, National Research Tomsk Polytechnic University.

**Alyona V. Kuchman**, graduate student, National Research Tomsk Polytechnic University.