

УДК 621.315.22

ОПТИМИЗАЦИЯ ПОРЯДКА РЕДУЦИРОВАННОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НЕАГРУЖЕННОГО НЕФТЕПОГРУЖНОГО КАБЕЛЯ НА ОСНОВЕ АППРОКСИМАЦИИ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Глазырин Александр Савельевич^{1,2},
asglazyrin@tpu.ru

Исаев Юсуп Ниязбекович¹,
isaev_yusup@mail.ru

Кладиев Сергей Николаевич¹,
kladiev@tpu.ru

Леонов Андрей Петрович¹,
leonov_ap@tpu.ru

Раков Иван Витальевич³,
rakovivan@live.com

Колесников Станислав Вячеславович¹,
svk3@tpu.ru

Ланграф Сергей Владимирович⁴,
sergeylgrf@gmail.com

Филипас Александр Александрович¹,
filipas@tpu.ru

Копырин Владимир Анатольевич⁵,
kopyrinva@gmail.com

Хамитов Рустам Нуриманович^{6,5},
apple_27@mail.ru

Ковалев Владимир Захарович²,
vz_kovalev@mail.ru

¹ Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.

² Югорский государственный университет,
Россия, 628012, г. Ханты-Мансийск, ул. Чехова, 16.

³ ООО Научно-производственное предприятие «Томская электронная компания»,
Россия, 634040, г. Томск, ул. Высоцкого, 33.

⁴ ООО «НПФ Мехатроника-Про»,
Россия, 634021, г. Томск, пр. Фрунзе, 119Е.

⁵ Тюменский индустриальный университет,
Россия, 625000, г. Тюмень, ул. Володарского, 38.

⁶ Омский государственный технический университет,
Россия, 644050, г. Омск, пр. Мира, 11.

Актуальность. Нефтепогружной кабель предназначен для передачи электрической энергии от источника энергии к погружным электродвигателям установок добычи нефти. Амплитудно-частотная характеристика ненагруженного кабеля отличается резонансными пиками, локализованными в более узкой полосе частот, наличие которых позволяет корректно провести оптимизацию порядка редуцированной модели кабельной линии на основе критерия минимума ошибки. Основными способами математического описания модели нефтепогружного кабеля являются системы обыкновенных дифференциальных уравнений и системы дифференциальных уравнений в частных производных. Первый способ математического описания модели нефтепогружного кабеля, состоящей из одного элементарного четырехполюсника с продольной активно-индуктивной и поперечной активно-емкостной составляющими, позволяет произвести расчёт баланса мощностей и расчёт передачи энергии на первой гармонике, с учетом потерь на омическом (активном) сопротивлении, а также потерь в изоляции кабеля. Применение математической модели, состоящей из одного элементарного четырехполюсника, недопустимо для более сложных задач, таких как диагностика места повреждения кабеля, идентификация и оценивание параметров погружного двигателя на основе наземных измерений, управление переходным процессом погружного двигателя при пуске и других. Второй способ математического описания модели нефтепогружного кабеля основывается на «телеграфных» уравнениях в форме системы дифференциальных уравнений в частных производных. Основное достоинство такой математической модели заключается в повышенной точности анализа специфических режимов, присущих длинным электрическим линиям, таких как прямые и обратные волны, резонансные явления, возникающие при взаимном обмене энергией между электрической и магнитной компонентой электромагнитного поля и т. д. К недостаткам можно отнести технические трудности совмещения математической модели кабеля на основе системы дифференциальных уравнений в частных производных и математической модели погружного двигателя на основе системы дифференциальных уравнений в нормальной форме Коши. Также модели длинных электрических линий на основе «телеграфных» уравнений на практике крайне сложно реализовать в микроконтроллере для использования в системах реального времени, построенных на основе цифровых сигнальных процессоров. С точки зрения применения динамических моделей в цифровых системах реального времени, актуальным является переход от математической модели кабеля с распределенными параметрами к математической модели кабеля с сосредоточенными параметрами, т. е. к четырехполюсникам. В то же время при таком переходе недопустимо применять математическую модель, представленную одним звеном, так как возникают неприемлемые несоответствия между работой реального объекта и математической мо-

делью этого объекта. Это, в свою очередь, не позволяет достоверно отобразить процессы, протекающие в кабеле при питании от частотного преобразователя. Применение модели с практически бесконечным числом четырехполюсников не является целесообразным, так как расчет такой модели займет большое количество процессорного времени, что недопустимо в системах реального времени и нивелирует преимущества перехода от математической модели с распределенными параметрами. Учитывая сказанное, определение оптимального порядка редуцированной динамической модели ненагруженного нефтепогружного кабеля на основе аппроксимации его амплитудно-частотной характеристики является актуальной, научной и практически значимой задачей.

Цель: разработка методики определения минимально необходимого и достаточного количества звеньев редуцированной динамической математической модели нефтепогружного кабеля с сосредоточенными параметрами для использования с заданной точностью в переходных и установившихся режимах работы.

Методы: системы дифференциальных уравнений в нормальной форме Коши, системы дифференциальных уравнений в частных производных, нелинейные алгебраические уравнения, метод Крамера, численные методы, теория четырехполюсников, теория длинных линий с распределенными параметрами, метод пространства состояний, методы частотного анализа, методы оптимизации.

Результаты. Получена редуцированная динамическая модель, состоящая из минимально необходимого и достаточного количества четырехполюсников, позволяющая с заданной точностью провести анализ переходных и установившихся электромагнитных процессов по длине кабельной линии и при различных формах напряжения на входе. Полученная редуцированная модель применима для задач идентификации параметров кабеля, диагностики целостности электрических цепей, определения характера распределения напряжений по длине кабельной линии. Полученная редуцированная динамическая модель позволяет оценивать весь спектр динамических режимов работы в отличие от модели прототипа. Разработанная редуцированная динамическая модель погружного кабеля, описанная в обыкновенных дифференциальных уравнениях, представлена в удобной форме записи математического описания кабеля как подсистемы электротехнического комплекса установки электроцентробежного насоса.

Ключевые слова:

Длинный кабель, каскадное соединение четырехполюсников, редуцированная модель кабельной линии, длинная линия с распределенными параметрами, амплитудно-частотная характеристика, нефтепогружной кабель, УЭЦН.

Введение

По данным компании «Газпром нефть», 82 % нефти в Российской Федерации добывается при помощи погружных электроцентробежных насосов, при этом всего 63 % скважин оборудовано подобными насосами [1]. Такое соотношение количества добытой нефти к количеству скважин говорит о том, что механизированный способ добычи нефти с помощью погружных электроцентробежных насосов является эффективным. Однако в процессе эксплуатации установок электроцентробежных насосов (УЭЦН) возникают трудно устранимые технические и технологические проблемы с погружной частью оборудования УЭЦН, такие как: заклинивания и прихваты погружного электродвигателя (ПЭД), появление асфальтосмолопарафиновых отложений на рабочей части насоса, заиливание и запесочивание насоса, что в конечном итоге приводит к его заклиниванию.

Одним из перспективных способов борьбы с обозначенными проблемами является создание замкнутой по моменту и угловой скорости системы управления ПЭД на основе наблюдателей переменных состояний ПЭД [2]. Для создания наблюдателя переменных состояний ПЭД необходимо составить математические модели каждого электротехнического компонента, входящего в силовую электрическую цепь УЭЦН, а именно «Преобразователь частоты (ПЧ) – синус-фильтр (СФ) – повышающий трансформатор (ПТ) – нефтепогружной кабель (НПК) – погружной электродвигатель (ПЭД)», затем объединить каждую отдельную модель в общую систему.

Составление и объединение математических моделей каждого из перечисленных элементов влечет за собой ряд проблем, решение которых нужно описывать в отдельных статьях. В данной статье представ-

лена методика построения оптимальной редуцированной Г-образной математической модели нефтепогружного кабеля, которая с заданной точностью отобразит процессы, происходящие в математической модели с распределенными параметрами.

Необходимость перехода от математической модели кабеля с распределенными параметрами, которая описана уравнениями в частных производных, к редуцированной математической модели кабеля с сосредоточенными параметрами, которая описана системой обыкновенных дифференциальных уравнений (СДУ), обусловлена тем, что в хорошо зарекомендовавших себя существующих системах управления ПЧ используются двухфазные математические модели оборудования, описанные СДУ.

При описании нефтепогружного кабеля однозвенной математической моделью возникают неприемлемые несоответствия между математической моделью и реальным объектом. Применение модели с практически бесконечным числом четырехполюсников является нецелесообразным, так как расчет такой модели займет большое количество процессорного времени.

Таким образом, оптимизация порядка редуцированной динамической модели ненагруженного нефтепогружного кабеля на основе аппроксимации амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) является актуальной технической задачей.

Допущения, принятые при построении динамической модели ненагруженного нефтепогружного кабеля

При построении модели рассмотрен нефтепогружной кабель марки КПБК температурной группы К1 (длительно допустимая рабочая температура 90 °С). При моделировании были приняты следующие допущения и упрощения:

1. В модели рассматривается нефтепогружной кабель круглого сечения, представляющий собой однородную длинную линию [3].
2. В рассматриваемом диапазоне температур изменение электрофизических свойств материалов кабеля пренебрежимо мало и их значения принимаются постоянными [4].
3. Влияние брони на индуктивность жил кабеля пренебрежимо мало и не учитывается [5].
4. Геометрические размеры конструктивных элементов нефтепогружного кабеля и взаимное расположение изолированных токопроводящих жил принимаются постоянными по всей длине [3].
5. Вихревые токи в экранях и эффект вытеснения тока в основных проводниках (эффект близости) не учитываются в рассматриваемом диапазоне частот [6].
6. Стальная броня кабеля заземлена и выполняет функцию экрана, в связи с чем магнитное влияние колонны насосно-компрессорных труб не учитывается [7].
7. Не учитываются потери в металле и эффект насыщения [8].
8. На характеристики нефтепогружного кабеля не влияют электротехнические компоненты, находящиеся в силовом канале УЭЦН [7, 8].

Аналитическое выражение АЧХ ненагруженного нефтепогружного кабеля на основе систем дифференциальных уравнений с частными производными

Эффект непрерывного изменения тока и напряжения вдоль линии имеет место вследствие того, что линии обладают распределенными продольными и поперечными сопротивлениями, ёмкостями и индуктивностями (рис. 1).

На схеме (рис. 1) r_0 – погонное активное сопротивление линии (Ом/м); L_0 – погонная индуктивность линии (Гн/м); g_0 – погонная проводимость линии (См/м); C_0 – погонная ёмкость линии (Ф/м); x – длина линии (м).

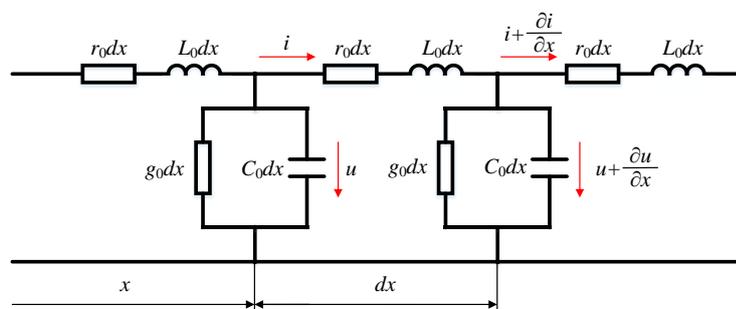


Рис. 1. Участок кабельной линии с распределенными параметрами с бесконечно малыми элементами длины
Fig. 1. Section of a cable line with distributed parameters with infinitesimal length elements

В результате утечки через поперечные сопротивления и ёмкости токи на соседних участках линии неодинаковы. Вследствие этого и падение напряжения на соседних поперечных сопротивлениях и ёмкостях, разделенных участком dx , тоже отличается.

В электрических линиях с распределенными параметрами продольные сопротивления образованы активными сопротивлениями проводов линии и индуктивностями двух противостоящих друг другу участков линии длиной dx . Поперечные сопротивления состоят из сопротивлений утечки, появляющейся вследствие несовершенства изоляции между проводами линии, и емкостей, образованных противостоящими друг другу элементами (участками) линии.

Таким образом, получаем систему дифференциальных уравнений в частных производных (1)

$$\begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial x} = r_0 \cdot i + L_0 \cdot \frac{\partial i}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = g_0 \cdot u + C_0 \cdot \frac{\partial u}{\partial t}. \end{cases} \quad (1)$$

Один из возможных методов численного решения уравнения в частных производных (1) – это метод Лакса–Вендроффа [9], однако авторы предпочли использовать метод преобразования Лапласа, позволяющий свести уравнения в частных производных к

СДУ, более предпочтительной для инженерных расчетов. Осуществим преобразование Лапласа по временной координате t . Введем обозначения $Z_0(p) = r_0 + pL_0$, $Y_0(p) = g_0 + pC_0$, $\gamma(p) = (Z_0 Y_0)^{1/2} = ((r_0 + pL_0)(g_0 + pC_0))^{1/2}$ и перепишем систему (1) в виде (2)

$$\begin{cases} -\frac{dU(x, p)}{dx} = (r_0 + pL_0) \cdot I(x, p); \\ -\frac{dI(x, p)}{dx} = (g_0 + pC_0) \cdot U(x, p). \end{cases} \quad (2)$$

Продифференцируем первое уравнение (2) по x и подставим в него второе, получим дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами (3)

$$\frac{d^2 U(x, p)}{dx^2} - \gamma^2 \cdot U(x, p) = 0. \quad (3)$$

Будем искать решение уравнения (1) в виде $U(x, p) = A(p)e^{\lambda x}$. Подставляя искомое решение в (1), получим характеристическое уравнение относительно λ (4)

$$\lambda^2 - \gamma^2 = 0 \rightarrow \lambda_{1,2} = \pm \gamma. \quad (4)$$

Теперь решение можно записать в виде

$$\begin{aligned} U(x, p) &= A(p)e^{\lambda_1 x} + B(p)e^{\lambda_2 x} = \\ &= A(p)e^{\gamma x} + B(p)e^{-\gamma x}. \end{aligned} \quad (5)$$

Продифференцировав (5), из первого уравнения системы (2) получим ток

$$I(x, p) = \frac{-(A(p)e^{\gamma x} + B(p)e^{-\gamma x})}{Z_b(p)}. \quad (6)$$

В итоге имеем систему для определения констант интегрирования $A(p)$ и $B(p)$ (7)

$$\begin{cases} U(x, p) = A(p)e^{\gamma x} + B(p)e^{-\gamma x}; \\ I(x, p) = \frac{-(A(p)e^{\gamma x} + B(p)e^{-\gamma x})}{Z_b(p)}. \end{cases} \quad (7)$$

На рис. 2 представлена схема для определения констант интегрирования, где обозначены источники питания E_1 и E_2 и их сопротивления, соответственно, Z_1 и Z_2 . $u(0, t)$, $i(0, t)$ – напряжение и ток в начале линии при $x=0$, и $u(l, t)$, $i(l, t)$ – напряжения и ток в конце линии при $x=l$.

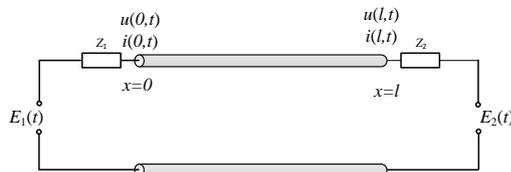


Рис. 2. Схема представления длинной кабельной линии в общем случае

Fig. 2. Scheme of representation of a long cable line in general case

Запишем краевые условия для определения констант интегрирования $A(p)$ и $B(p)$

$$\begin{cases} E_1(p) = U(0, p) + Z_1 I(0, p); \\ E_2(p) = U(l, p) + Z_2 I(l, p). \end{cases}$$

С учетом приведенной схемы для граничных условий выполняется соотношение (8), и оно же – в матричном виде (9)

$$\begin{cases} E_1(p) = U(0, p) = A(p) + B(p); \\ 0 = U(l, p) - I(l, p) \cdot Z_2 = \\ = \left(1 + \frac{Z_2(p)}{Z_b(p)}\right) A(p)e^{\gamma l} + \left(1 - \frac{Z_2(p)}{Z_b(p)}\right) B(p)e^{-\gamma l}, \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} A(p) + B(p) = E_1(p) \\ \left(1 + \frac{Z_2(p)}{Z_b(p)}\right) A(p)e^{\gamma l} + \left(1 - \frac{Z_2(p)}{Z_b(p)}\right) B(p)e^{-\gamma l} = 0 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \left(1 + \frac{Z_2(p)}{Z_b(p)}\right) e^{\gamma l} & \left(1 - \frac{Z_2(p)}{Z_b(p)}\right) e^{-\gamma l} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A(p) \\ B(p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1(p) \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Решая матричное уравнение относительно $A(p)$ и $B(p)$, получаем (10)

$$\begin{pmatrix} A(p) \\ B(p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \left(1 + \frac{Z_2(p)}{Z_b(p)}\right) e^{\gamma l} & \left(1 - \frac{Z_2(p)}{Z_b(p)}\right) e^{-\gamma l} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} E_1(p) \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{(Z_2(p) + Z_b(p)) \cdot e^{-\gamma l} \cdot E_1(p)}{2(Z_2(p) \cdot \text{ch}(\gamma l) + Z_b(p) \cdot \text{sh}(\gamma l))} \\ \frac{(Z_2(p) - Z_b(p)) \cdot e^{-\gamma l} \cdot E_1(p)}{2(Z_2(p) \cdot \text{ch}(\gamma l) + Z_b(p) \cdot \text{sh}(\gamma l))} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Запишем окончательное решение для напряжения в произвольной точке (11)

$$U(x, p) = \frac{Z_2(p) \cdot \text{ch}(\gamma[l-x]) + Z_b(p) \cdot \text{sh}(\gamma[l-x])}{Z_2(p) \cdot \text{ch}(\gamma l) + Z_b(p) \cdot \text{sh}(\gamma l)} \cdot E_1(p). \quad (11)$$

Чтобы найти передаточную функцию $W(p)$, нужно выходную величину $U(l, p)$, $x=l$, разделить на входную $E_1(p)=U(0, p)$, $x=0$ (12)

$$W(p) = \frac{U(l, p)}{U(0, p)} = \frac{Z_2(p)}{Z_2(p) \cdot \text{ch}(\gamma l) + Z_b(p) \cdot \text{sh}(\gamma l)}. \quad (12)$$

На рис. 3 показан случай, когда входной источник напряжения не имеет сопротивления (идеальный) $Z_1=0$, а на выходе линии нет источника напряжения $E_2(p)=U(x, p)$, и выполняется условие холостого хода $Z_2=\infty$.

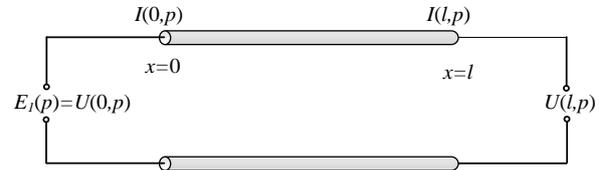


Рис. 3. Схема длинной кабельной линии в операторной форме в ненагруженном режиме

Fig. 3. Scheme of a long cable line in operator form in non-loaded mode

Если в выражении (12) устремить Z_2 к бесконечности, то можно получить (13)

$$W(p) = \lim_{Z_2 \rightarrow \infty} \frac{U(l, p)}{U(0, p)} = \frac{1}{\text{ch}(\gamma(p)l)}. \quad (13)$$

Чтобы получить выражение АЧХ, необходимо вместо p подставить $j\omega$ (14)

$$A(\omega, l) = |W(j\omega)| = \frac{1}{\text{ch}(\gamma(j\omega)l)}. \quad (14)$$

После составления уравнения АЧХ (14) построим графически АЧХ линии с распределенными параметрами. В качестве тестового образца выбран кабель КПБК-90 3×16 как один из распространенных кабелей для питания погружных электродвигателей. В уравнение (14) подставим значения электрических параметров КПБК-90 3×16, полученных методами, приведенными в [10] (табл. 1).

Таблица 1. Параметры нефтепогружного кабеля КПК-90 3×16 [10]

Table 1. Parameters of the oil submersible cable KPBK-90 3×16 [10]

Погонная ёмкость, C_0 , Ф/км Linear capacity, C_0 , F/km	Погонная индуктивность, L_0 , Гн/км Linear inductance, L_0 , H/km	Погонное сопротивление, r_0 , Ом/км Linear resistance, r_0 , Ω/km	Погонная проводимость, g_0 , См/км Linear conductivity, g_0 , Ω ⁻¹ /km
$2,125 \cdot 10^{-7}$	$300,676 \cdot 10^{-6}$	0,963	10^{-6}

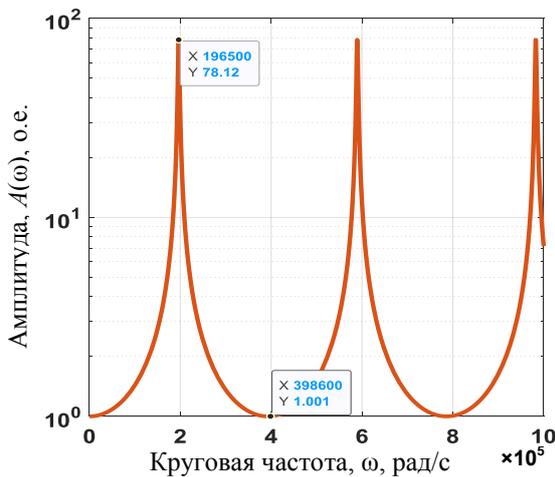


Рис. 4. Амплитудно-частотная характеристика ненагруженной кабельной линии с распределенными параметрами для кабеля КПК-90 3×16

Fig. 4. Frequency response of an unloaded cable line with distributed parameters for cable KPBK-90 3×16

На рис. 4 построена АЧХ идеальной линии с сосредоточенными параметрами при длине линии $l=1$ км. Точка первого резонанса наблюдается на частоте $1,965 \cdot 10^5$ рад/с, с увеличением амплитуды входного сигнала в 78,12 раза. Точка первого антирезонанса наблюдается при частоте $3,986 \cdot 10^5$ рад/с, амплитуда не увеличивается. В дальнейшем данная АЧХ будет являться эталонной и будет рассматриваться в диапазоне круговых частот от 0 до $3 \cdot 10^5$ рад/с в характерном для станций управления УЭЦН диапазоне эксплуатации. Отметим, что полученная АЧХ является эталонной только для кабеля КПК-90 3×16, для других типов нефтепогружного кабеля резонанс и антирезонанс АЧХ будет наблюдаться в других точках.

Аналитическое выражение АЧХ ненагруженного нефтепогружного кабеля на основе математической модели, представленной в форме n-каскадно соединенных четырехполюсников

На практике для исследования электромагнитных процессов, происходящих в НПК, используют математическую модель линии с сосредоточенными параметрами [3, 5, 11–18]. Переход от дифференциальных уравнений в частных производных с распределенными параметрами к дифференциальным уравнениям с сосредоточенными параметрами можно осуществить на основе каскадной схемы замещения [11–20].

Фрагмент каскадной схемы замещения представлен на рис. 5, когда схема состоит из одного звена $n=1$.

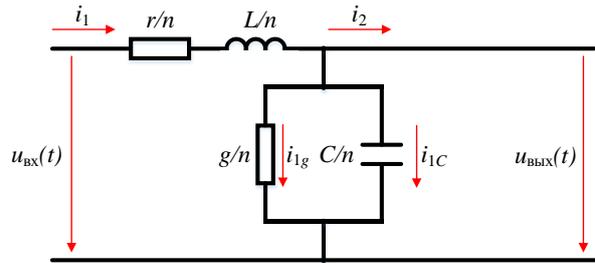


Рис. 5. Схема замещения ненагруженного нефтепогружного кабеля, состоящая из одного элементарного звена с сосредоточенными параметрами

Fig. 5. Equivalent circuit of an unloaded oil submersible cable consisting of one elementary link with lumped parameters

На схеме (рис. 5) n – количество звеньев; r, L, C, g – сопротивления токоведущих жил, индуктивность токоведущих жил, эквивалентная ёмкость фазы относительно двух других фаз и брони, проводимость изоляции соответственно.

При переходе к описанию кабеля системой дифференциальных уравнений возникает вопрос, насколько каскадная модель близка по точности к идеальной. Очевидно, что близость каскадной и идеальной моделей определяется количеством звеньев в схеме замещения.

При $n=1$ каскадная схема замещения описывается системой дифференциальных уравнений (15)

$$\begin{cases} u_{\text{вх}}(t) = i_1(t) \cdot r + L \cdot \frac{di_1(t)}{dt} + u_{\text{вых}}(t); \\ i_1(t) = C \cdot \frac{du_{\text{вых}}(t)}{dt} + g \cdot u_{\text{вых}}(t). \end{cases} \quad (15)$$

Поскольку дальнейшие выкладки подразумевают использование переходных процессов, для аналитического описания отклика исследуемой модели удобно использовать операторный метод. Произведя преобразование Лапласа системы уравнений (15), получим систему уравнений (16)

$$\begin{cases} U_{\text{вх}}(p) = r \cdot I_1(p) + p \cdot L \cdot I_1(p) + U_{\text{вых}}(p); \\ I_1(p) = p \cdot C \cdot U_{\text{вых}}(p) + g \cdot U_{\text{вых}}(p). \end{cases} \quad (16)$$

Перепишем уравнения в более удобном, матричном, виде, связывающем входные и выходные величины (17, 18)

$$\begin{cases} (r + L \cdot p) \cdot I_1(p) + U_{\text{вых}}(p) = U_{\text{вх}}(p); \\ I_1(p) + (-1) \cdot (C \cdot p + g) U_{\text{вых}}(p) = 0; \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{pmatrix} r + L \cdot p & 1 \\ 1 & -(C \cdot p + g) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1(p) \\ U_{\text{вых}}(p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{\text{вх}}(p) \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Передаточную функцию, содержащую в себе информацию о спектре устройства, связывающего входные и выходные величины, можно получить как отношение изображений выходной и входной величин (19)

$$W(p) = \frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)}, \quad (19)$$

здесь $U_{\text{вых}}(p)$ – изображение выходного напряжения каскадной модели; $U_{\text{вх}}(p)$ – изображение входного напряжения каскадной модели.

Приведем необходимые преобразования с использованием метода Крамера для более детального анализа передаточной функции (20)

$$U_{\text{вых}}(p) = \frac{\Delta U_{\text{вых}}(p)}{\Delta(p)} \rightarrow U_{\text{вых}}(p) = \frac{\begin{vmatrix} r+L \cdot p & U_{\text{вх}}(p) \\ 1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} r+L \cdot p & 1 \\ 1 & -(C \cdot p + g) \end{vmatrix}}, \quad (20)$$

$$U_{\text{вых}}(p) = \frac{-U_{\text{вх}}(p)}{(-g \cdot r - (r \cdot C + g \cdot L) \cdot p - L \cdot C \cdot p^2 - 1)},$$

$$W(p) = \frac{-U_{\text{вх}}(p)}{(-g \cdot r - (r \cdot C + g \cdot L) \cdot p - L \cdot C \cdot p^2 - 1)} \cdot \frac{1}{U_{\text{вх}}(p)},$$

здесь $\Delta(p)$ – детерминант матрицы параметров схемы замещения упрощенной модели.

Для построения АЧХ достаточно в передаточной функции заменить p на $j\omega$. Ниже приводятся необходимые преобразования для получения АЧХ кабеля как устройства, связывающего входное и выходное напряжения (рис. 6) (21)

$$W(j\omega) = \frac{-1}{-g \cdot r - j \cdot \omega \cdot (r \cdot C + g \cdot L) + \omega^2 \cdot L \cdot C - 1}.$$

$$A_1(\omega) = |W(j\omega)|. \quad (21)$$

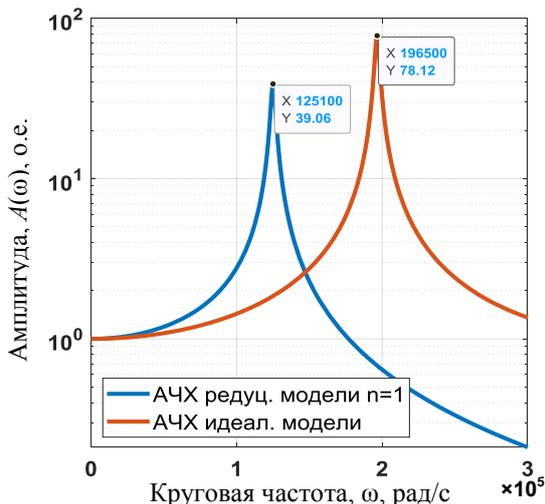


Рис. 6. АЧХ математической модели ненагруженного нефтепогружного кабеля, состоящей из одного элементарного звена с сосредоточенными параметрами, и АЧХ ненагруженной кабельной линии с распределенными параметрами

Fig. 6. Frequency response of the mathematical model of an unloaded oil-submersible cable, comprising one elementary link with lumped parameters, and frequency response of an unloaded cable line with distributed parameters

График АЧХ каскадной математической модели при $n=1$ на рис. 6 демонстрирует явную недостаточность звеньев в схеме замещения. Для более точного представления модели кабеля необходимо использовать большее количество звеньев. Предлагаемая модель представлена на рис. 7.

Редуцированная математическая модель ненагруженного нефтепогружного кабеля, представленная на рис. 7, с n количеством звеньев описывается системой дифференциальных, а также операторных уравнений (22)

$$\begin{cases} u_{\text{вх}}(t) = i_1(t) \frac{r}{n} + \frac{L}{n} \frac{di_1(t)}{dt} + u_1(t); \\ u_1(t) = i_2(t) \frac{r}{n} + \frac{L}{n} \frac{di_2(t)}{dt} + u_2(t); \\ \dots \\ u_{n-1}(t) = i_n(t) \frac{r}{n} + \frac{L}{n} \frac{di_n(t)}{dt} + u_{\text{вых}}(t); \\ i_1(t) = \frac{C}{n} \frac{du_1(t)}{dt} + u_1(t) \frac{g}{n} + i_2(t); \\ i_2(t) = \frac{C}{n} \frac{du_2(t)}{dt} + u_2(t) \frac{g}{n} + i_3(t); \\ \dots \\ i_n(t) = \frac{C}{n} \frac{du_n(t)}{dt} + u_n(t) \frac{g}{n}; \\ U_{\text{вх}}(p) = I_1(p) \frac{r}{n} + I_1(p) p \frac{L}{n} + U_1(p); \\ U_1(p) = I_2(p) \frac{r}{n} + I_2(p) p \frac{L}{n} + U_2(p); \\ \dots \\ U_{(n-1)}(p) = I_n(p) \frac{r}{n} + I_n(p) p \frac{L}{n} + U_{\text{вых}}(p); \\ I_1(p) = U_1(p) p \frac{C}{n} + U_1(p) \frac{g}{n} + I_2(p); \\ I_2(p) = U_2(p) p \frac{C}{n} + U_2(p) \frac{g}{n} + I_3(p); \\ \dots \\ I_n(p) = U_n(p) p \frac{C}{n} + U_n(p) \frac{g}{n}. \end{cases} \quad (22)$$

Поскольку в уравнении используются блочные матрицы, удобно перейти к кронекеровскому произведению матриц, предпочтительному для численной реализации алгоритма (23)

$$W(p) = \frac{-1}{I \otimes A - E + E^T}, \quad (23)$$

здесь

$$A = \begin{pmatrix} \frac{r}{n} + p \cdot \frac{L}{n} & 0 \\ 0 & \frac{C}{n} \cdot p + \frac{g}{n} \end{pmatrix}; \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

Нелинейное алгебраическое уравнение оптимизации и выбор метода его решения

Для определения достаточного количества звеньев в каскаде необходимо сформулировать критерий, который позволил бы согласовать количество звеньев с точностью представления частотной характеристики с допустимым уровнем ошибки контроллера. Таким критерием может служить функционал ошибки, к формированию которого мы приступим ниже.

При замене модели линии с распределенными параметрами каскадной моделью с сосредоточенными параметрами возникает неизбежная ошибка, зависящая как от числа звеньев – n в модели с сосредоточенными параметрами, так и от ширины частотного диапазона – Ω спектра входного сигнала. Оценим близость идеальной модели с распределенными параметрами и модели с сосредоточенными параметрами, функционалом ошибки, зависящим от двух параметров, числа звеньев и ширины спектра (26). Для простоты представления опустим зависимость частотных спектров от длины линии l .

$$\varepsilon(\Omega, n) = \frac{\int_0^{\Omega} |A(\omega) - A_1(\omega, n)| d\omega}{\int_0^{\Omega} |A(\omega)| d\omega} \cdot 100 \%, \quad (26)$$

здесь $A(\omega)$ – спектральная характеристика идеальной модели; $A_1(\omega, n)$ – спектральная характеристика каскадной модели с сосредоточенными параметрами.

Предложенный функционал позволяет согласовать величину ошибки между идеальной и каскадной моделями с числом звеньев n и шириной спектрального диапазона Ω входного сигнала. Для примера проведем определение функционала ошибки на рис. 6, 8 по уравнению (26). Функционал ошибки каждого графика АЧХ относительно идеальной АЧХ длинной линии сведем в табл. 2.

Таблица 2. Функционал ошибки $\varepsilon(\Omega, n)$ (26) графиков АЧХ на интервале от 0 до 62800 рад/с, рассчитанный на основе исходных данных из табл. 1

Table 2. Functional error $\varepsilon(\Omega, n)$ (26) of the frequency response graphs in the range from 0 to 62800 rad/s calculated based on the initial data from table 1

Количество звеньев, n Number of links, n	1	2	3	4	5
Функционал ошибки, $\varepsilon(\Omega, n)$, %	5,2306	2,4255	1,5840	1,1767	0,9362
Error functionality, $\varepsilon(\Omega, n)$, %					

Анализ табл. 2 доказывает, что с увеличением числа звеньев n в редуцированной динамической модели точность отображения процессов, происходящих в этой линии, приближается к идеальной модели. Из рис. 6, 8 видно, что при увеличении рассматриваемого интервала частоты Ω функционал ошибки возрастает.

Выбор минимальной величины ошибки диктуется техническими возможностями устройства регистра-

ции и преобразования данных (разрядностью и частотой дискретизации АЦП микроконтроллера). Очевидно, что выбор верхнего порога ошибки ограничивается возможностью контроллера, и дальнейшее увеличение точности модели является нецелесообразным. Ошибка представления модели должна быть ограничена некоторой наперед заданной величиной, определяемой возможностями технического устройства. Следовательно, необходимо решить нелинейное уравнение, задаваемое невязкой (27)

$$\delta(n) = \varepsilon(\Omega, n) - \varepsilon_0, \quad (27)$$

где ε_0 – погрешность в %, которую требуется обеспечить приближенной модели с сосредоточенными параметрами, относительно идеальной модели.

Заметим, что функционал ошибки $\varepsilon(\Omega, n)$ обратно пропорционален числу звеньев n и, следовательно, является монотонной функцией переменной n (28)

$$\varepsilon(\Omega, n) \sim \frac{1}{n}, \quad \frac{\partial}{\partial n} \varepsilon(\Omega, n) \sim -\frac{1}{n^2}. \quad (28)$$

Возможные варианты минимизации функционала $\varepsilon(\Omega, n)$, – это использование итерационных методов поиска корней, метода Ньютона–Рафсона или метода секущих (известный под названием метода хорд). Метод Ньютона–Рафсона требует вычисления производных, что в данном случае является неудобным. Поэтому, в силу дискретности значений n , предпочтение отдано методу секущих.

Разлагая функцию невязки $\delta(n)$ в ряд Тейлора в окрестности корня и удерживая члены первого порядка малости, получим алгебраическое итерационное уравнение для определения n (29)

$$0 \sim \delta(n) + \delta'(n)(\bar{n} - n) + \dots \rightarrow \bar{n} = n - \frac{\delta(n)}{\delta'(n)}, \quad (29)$$

где \bar{n} – ожидаемый корень.

Заменяя производную дискретной разностью и записывая выражение в виде итерации, получим (30)

$$n_{i+1} = n_i - \frac{(n_i - n_{i-1})\delta(n_i)}{\delta(n_i) - \delta(n_{i-1})}. \quad (30)$$

Итерация начинается с точки, в которой выполняется условие $\delta(n)\delta''(n) > 0$. Скорость сходимости процесса оценивается выражением, где производные заменяются конечными разностями (31)

$$a = \frac{\delta''(n)}{2\delta'(n)} = \frac{\varepsilon''(n)}{2\varepsilon'(n)} \sim \frac{1}{n}. \quad (31)$$

На рис. 9 представлен итерационный метод секущих для определения корней нелинейного уравнения невязки. Из рис. 9 видно, что решение уравнения методом секущих позволяет находить корень уравнения за относительно малое количество итераций.

Предлагаемый алгоритм позволяет определять оптимальное количество звеньев редуцированной динамической модели кабеля, описываемой системой обыкновенных дифференциальных уравнений. Определение количества звеньев основано на сравнении АЧХ кабеля как линии с распределенными параметрами и АЧХ кабеля как каскада n соединенных Γ -образных звеньев.

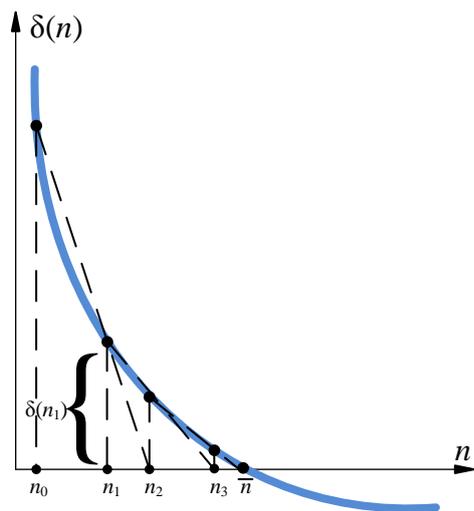


Рис. 9. Качественное представление итерационного метода секущих для определения корней нелинейного уравнения невязки $\delta(n)=\varepsilon(\Omega,n)-\varepsilon_0$

Fig. 9. Qualitative representation of the iterative secant method for determining the roots of the nonlinear residual equation $\delta(n)=\varepsilon(\Omega,n)-\varepsilon_0$

Анализ был проведён для реально используемого в Российской нефтяной отрасли кабеля типа КПБК-90 3×16 . Длина кабеля для удобства вычислений принята 1 км, при этом методика позволяет определять оптимальное количество звеньев редуцированной дина-

мической модели кабеля фактически любой используемой длины.

Результаты расчетов и их обсуждение

При использовании вышеописанного алгоритма в частотном диапазоне от 0 до 314 рад/с (0...50 Гц), что соответствует работе погружного электродвигателя при промышленной частоте переменного тока, алгоритм выдает значение количества элементарных звеньев $n=1$, что даёт возможность замещения кабеля одним сосредоточенным Г-образным звеном, при этом невязка составляет $\delta(n)=0,0001\%$, что свидетельствует о хорошей работе алгоритма.

Нефть в России (Западная Сибирь) в основном добывается при помощи УЭЦН, которые в большинстве своем оснащены станциями управления с преобразователями частоты (Электон, Борец, Triol и т. д.). Линейная частота коммутации транзисторов в преобразователях может достигать до 10 кГц, что соответствует круговой частоте 62800 рад/с. На частоте 62800 рад/с при принудительном останове алгоритма при $n=10$ невязка составляет $\delta(n)=0,46\%$. Однако при продолжении итераций, при автоматическом останове, величина невязки существенно снижается до $\delta(n)=0,0919\%$, и алгоритм выдает значение числа звеньев равное $n=50$. Графическое представление работы алгоритма представлено на рис. 10, а результаты расчета сведены в табл. 3, 4.

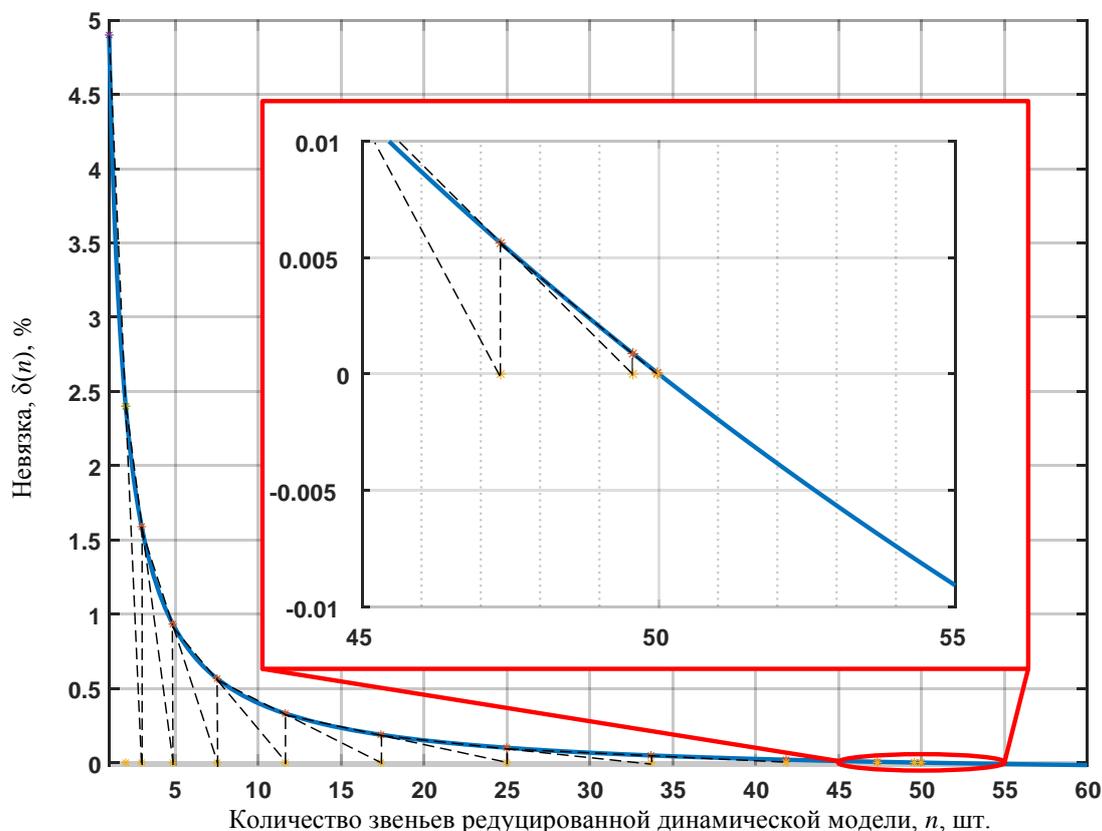


Рис. 10. Целевая функция определения оптимального порядка редуцированной модели ненагруженного нефтепогружного кабеля и итерационный процесс определения количества звеньев методом секущих

Fig. 10. Aim function of determining the optimal order of the reduced model of an unloaded oil submersible cable and the iterative process of determining the number of links by the secant method

Таблица 3. Сводная таблица зависимости функционала ошибки $\varepsilon(\Omega, n)$ на интервале от 0 до 62800 рад/с от количества звеньев КРВК-90 3×16

Table 3. Summary table of the dependence of the functional error $\varepsilon(\Omega, n)$ in the interval from 0 to 62800 rad/s on the number of links of the КРВК-90 3×16 cable

		Длина кабеля/Cable length $l=1$ km	
		Функционал ошибки/Error functionality, $\varepsilon(\Omega, n)$, %	
n – кол-во звеньев (number of links)	1	5,2305	
	5	0,9362	
	10	0,4632	
	15	0,3078	
	20	0,2305	
	25	0,1842	
	30	0,1534	
	35	0,1314	
	40	0,1149	
	45	0,1021	
	50	0,0919	

Таблица 4. Итерационный процесс определения порядка редуцированной модели методом секущих

Table 4. Iterative process of determining the order of the reduced model by the secant method

i , номер итерации (iteration number)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
n_i , кол-во звеньев (number of links)	2	3	5	8	12	17	25	34	42	47	49	50
$ n_i - n_{i-1} $	–	1	2	3	4	5	8	9	8	5	2	0

Как видно из табл. 4, решение находится за 12 итераций, что говорит о приемлемой скорости

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Алексеев А.П. Путь вверх // Сибирская нефть – корпоративный журнал ПАО «Газпром Нефть». – 2018. – № 149. – С. 14–19.
- Разработка наблюдателя полного порядка с оперативным мониторингом момента сопротивления для погружных асинхронных электродвигателей / А.С. Глазырин, С.Н. Кладиев, К.С. Афанасьев, В.В. Тимошкин, И.Г. Слепнёв, В.И. Полищук // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2018. – Т. 329. – № 2. – С. 118–126.
- Математическая модель кабельной линии электропередачи с изоляцией из сшитого полиэтилена при подземной прокладке / В.А. Ткаченко, О.В. Кропотин, А.О. Шепелев, В.О. Кропотин // Омский научный вестник. – 2018. – № 6 (162). – С. 137–141. DOI: 10.25206/1813-8225-2018-162-137-141
- Физика диэлектриков (область сильных полей). 2-е изд. / Г.А. Воробьев, Ю.П. Похолоков, Ю.Д. Королев, В.И. Меркулов. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2011. – 245 с.
- Белоруссов Н.И., Саакян А.Е., Яковлева А.И. Электрические кабели, провода и шнуры. Справочник. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 536 с.
- Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. – М.: Высш. шк., 2001. – 327 с.
- Каганов. З.Г. Волновые напряжения в электрических машинах. – М.: Энергия, 1970. – 208 с.
- Корицкий Ю.В., Пасынков В.В., Тареев Б.М. Справочник по электротехническим материалам. В трех томах. Т. 1. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 368 с.
- Кукуджанов К.В., Левитин А.Л. Процессы деформирования упругопластического материала с дефектами при электродинамическом нагружении // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2015. – № 1. – С. 106–120.

сходимости итерационного процесса для инженерной практики.

Заключение

В статье описан разработанный авторами метод, позволяющий заменить погружной кабель – линию с распределенными параметрами, схемой замещения – совокупностью Г-образных звеньев с сосредоточенными параметрами. Метод позволяет оптимизировать количество звеньев редуцированной динамической модели нефтепогружного кабеля с желаемой точностью. Результаты моделирования показали, что для корректной аппроксимации рассматриваемого нефтепогружного кабеля достаточно 50 каскадно-соединённых четырёхполюсников. При этом по сравнению с эталонной моделью, представленной линией с распределёнными параметрами, ошибка составляет менее 0,1 %.

В будущем редуцированная динамическая модель нефтепогружного кабеля, оптимизированная по количеству звеньев, станет частью математической модели электротехнического комплекса УЭЦН в составе «ПЧ-СФ-ПТ-НПК-ПЭД». Математическая модель электротехнического комплекса УЭЦН позволит создать наблюдатель переменных состояний ПЭД на забое нефтедобывающей скважины и реализовать замкнутую систему управления ПЭД. Замкнутая система управления ПЭД позволит правильно, с точки зрения электропривода, и с заранее прогнозируемым результатом перевести низко- и среднедебитный фонд нефтяных скважин на циклический режим эксплуатации, а это в конечном итоге приведет к увеличению рентабельности добычи нефти из таких скважин.

- Определение погонных электротехнических параметров нефтепогружного кабеля / А.С. Глазырин, Ю.Н. Исаев, С.Н. Кладиев, А.П. Леонов, И.В. Раков, С.В. Колесников, С.В. Ланграф, А.А. Филипас, В.А. Копырин, Р.Н. Хамитов, В.З. Ковалев, А.В. Лавринович // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2021. – Т. 332. – № 6. – С. 186–197.
- Parida N., Das A. A modular multilevel converter with filter capacitor for long-cable-fed drive application // IEEE Trans. Ind. Appl. – 2019. – V. 55. – № 6. – P. 7833–7842. DOI: 10.1109/TIA.2019.2931674
- Driving AC motors through a long cable: the inverter switching strategy / J.A. Pomilio, C.R. de Souza, L. Matias, P.L.D. Peres, I.S. Bonatti // IEEE Trans. Energy Convers. – 1999. – V. 14. – № 4. – P. 1441–1446. DOI: 10.1109/60.815087
- De Paula V.C., De Paula H. Employing DC transmission in long distance AC motor drives: analysis of the copper economy and power losses reduction in mining facilities // IEEE Trans. Ind. Appl. – 2018. – V. 54. – № 1. – P. 841–847. DOI: 10.1109/TIA.2017.2740829
- Khedher S.A. On the overvoltage of three phase induction motor fed by two levels inverter // 2019 Int. Conf. Signal, Control Commun. – Hammamet, Tunisia, 2019. pp. 1–5. DOI: 10.1109/SCC47175.2019.9116098
- Liang X., Member S., El-kadri A. Operational parameters affecting harmonic resonance in electrical submersible pump systems // Can. J. Electr. Comput. Eng. – 2019. – V. 42. – № 3. – P. 183–197. DOI: 10.1109/CJEE.2019.2922384
- Overvoltage at motor terminals in SiC-based PWM drives / B. Taghia, B. Cougo, H. Piquet, D. Malec, A. Belinger, J.P. Carayon // Math. Comput. Simul. – 2019. – V. 158. – P. 264–280. DOI: 10.1016/j.matcom.2018.09.009

17. Overvoltage mitigation of medium voltage electric drives with long cables using multilevel-converters and passive filters / C. Larsson, A. Rydgard, G. Mademlis, Y. Liu, M. Fredriksson // 2019 21st Eur. Conf. Power Electron. Appl. EPE 2019 ECCE Eur. – Genova, Italy, 2019. – P. 1–10. DOI: 10.23919/EPE.2019.8915441
18. High-frequency modeling for cable and induction motor overvoltage studies in long cable drives / A.F. Moreira, T.A. Lipo, G. Venkataramanan, S. Bernet // IEEE Trans. Ind. Appl. – 2002. – V. 38. – № 5. – P. 1297–1306. DOI: 10.1109/TIA.2002.802920
19. Resonances and overvoltages in a medium-voltage fan motor drive with long cables in an underground mine / J. Rodriguez, J. Pontt, C. Silva, R. Musalem, P. Newman, R. Vargas, S. Fuentes // IEEE Trans. Ind. Appl. – 2006. – V. 42. – № 3. – P. 856–863. DOI: 10.1109/TIA.2006.872936;
20. Transient voltage distribution in inverter fed motor windings: Experimental study and modeling / P. Bidan, T. Lebey, G. Montseny, C. Neacsu, J. Saint-Michel // IEEE Trans. Power Electron. – 2001. – V. 16. – № 1. – P. 92–100. DOI: 10.1109/63.903993

Поступила 24.08.2021 г.

Информация об авторах

Глазырин А.С., доктор технических наук, профессор отделения электроэнергетики и электротехники Инженерной школы энергетики Национального исследовательского Томского политехнического университета; профессор Института нефти и газа Югорского государственного университета.

Исаев Ю.Н., доктор физико-математических наук, профессор отделения электроэнергетики и электротехники Инженерной школы энергетики, профессор отделения автоматизации и робототехники Инженерной школы информационных технологий и робототехники Национального исследовательского Томского политехнического университета.

Кладиев С.Н., кандидат технических наук, доцент отделения электроэнергетики и электротехники Инженерной школы энергетики Национального исследовательского Томского политехнического университета.

Леонов А.П., кандидат технических наук, доцент отделения электроэнергетики и электротехники Инженерной школы энергетики Национального исследовательского Томского политехнического университета.

Раков И.В., инженер-проектировщик АСУ ТП, ООО Научно-производственное предприятие «Томская электронная компания».

Колесников С.В., ассистент отделения электроэнергетики и электротехники Инженерной школы энергетики Национального исследовательского Томского политехнического университета.

Ланграф С.В., кандидат технических наук, руководитель сектора разработки встроенного ПО, ООО «НПФ Мехатроника-Про».

Филипас А.А., кандидат технических наук, доцент отделения автоматизации и робототехники Инженерной школы информационных технологий и робототехники Национального исследовательского Томского политехнического университета.

Копырин В.А., кандидат технических наук, доцент кафедры электроэнергетики Тюменского индустриального университета.

Хамитов Р.Н., доктор технических наук, профессор кафедры электрической техники Омского государственного технического университета; профессор кафедры электроэнергетики Тюменского индустриального университета.

Ковалев В.З., доктор технических наук, профессор Института нефти и газа Югорского государственного университета.

UDC 621.315.22

UNLOADED OIL-SUBMERSIBLE CABLE REDUCED DYNAMIC MODEL ORDER OPTIMIZATION BASED ON THE FREQUENCY RESPONSE APPROXIMATION

Alexander S. Glazyrin^{1,2},
asglazyrin@tpu.ru

Yusup N. Isaev¹,
isaev_yusup@mail.ru

Sergey N. Kladiev¹,
kladiev@tpu.ru

Andrey P. Leonov¹,
leonov_ap@tpu.ru

Ivan V. Rakov³,
rakovivan@live.com

Stanislav V. Kolesnikov¹,
svk3@tpu.ru

Sergey V. Langraf⁴,
sergeylgrf@gmail.com

Alexander A. Filipas¹,
filipas@tpu.ru

Vladimir A. Kopyrin⁵,
kopyrinva@gmail.com

Rustam N. Khamitov^{6,5},
apple_27@mail.ru

Vladimir Z. Kovalev²,
vz_kovalev@mail.ru

¹ National Research Tomsk Polytechnic University,
30, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russia.

² Yugra State University,
16, Chekhov street, Khanty-Mansiysk, 628012, Russia.

³ Scientific and Manufacturing Enterprise «Tomsk Electronic Company», Ltd.,
33, Vysotsky street, Tomsk, 634040, Russia.

⁴ NPF Mechatronica-Pro LTD,
119E, Frunze avenue, Tomsk, 634021, Russia.

⁵ Industrial University of Tyumen,
38, Volodarsky street, Tyumen, 625000, Russia.

⁶ Omsk State Technical University,
11, Mira avenue, Omsk, 644050, Russia.

The relevance. An oil-submersible cable transfers electrical energy from an energy source to submersible electric motors of oil production plants. Resonant peaks localized in a narrower frequency band characterize the frequency response of an unloaded cable, which allows us to correctly optimize the order of the reduced cable line model based on the minimum error criterion. The principal methods of mathematical description of the oil-submersible cable model are systems of ordinary differential equations and systems of partial differential equations. The first method of mathematical description of the model of an oil-submersible cable comprising one elementary four-pole with a longitudinal active-inductive and transverse active-capacitive components allows calculating the power balance and the energy transfer at the first harmonic, considering losses on the ohmic (active) resistance, as well as losses in cable insulation. Using a mathematical model comprising one elementary four-pole is unacceptable for more complex tasks, such as diagnostics of the cable damage site, identification and evaluation of the parameters of the submersible engine based on ground measurements, control of the transient process of the submersible engine during start-up, and others. The second method of mathematical description of the oil-submersible cable model is based on «telegraphic» equations as partial differential equations. The main advantage of such a mathematical model is the increased accuracy of the analysis of specific modes inherent in long electric lines, such as forward and reverse waves, resonant phenomena that occur during the mutual exchange of energy between the electric and magnetic components of the electromagnetic field. The disadvantages include the technical difficulties of combining a mathematical model of a cable based on a partial differential systems of differential equations and a mathematical model of a submersible engine based on a system of differential equations in the normal Cauchy form. Also, it is extremely difficult to implement models of long electric lines based on «telegraph» equations in practice in a microcontroller for real-time systems built based on digital signal processes. From the point of view of applying dynamic models in real-time digital systems, the transition from a mathematical model of a cable with distributed parameters to a mathematical model of a cable with concentrated parameters, i. e. to four-pole cables, is relevant. With such a transition, it is unacceptable to use a mathematical model represented by one link, since unacceptable inconsistencies arise between the work of a proper object and the mathematical model of this object. This does not allow us to reliably display the processes occurring in the cable when powered by a frequency converter. Using a model with an almost infinite number of four-poles is not advisable, since the calculation of such a model will take a large amount of processor time, which is not acceptable in real-time systems and negates the advantages of switching from a mathematical model with distributed parameters. Considering the above, determining the optimal order of the reduced dynamic model of an unloaded oil-submersible cable based on the approximation of its frequency response is an urgent, scientific and practically significant task.

The main aim of the research is to develop a method for determining the minimum required and sufficient number of links of a reduced mathematical model of an oil submersible cable with lumped parameters for its operation with an accuracy in transient and steady-state operating modes.

Methods: system of differential equations in Cauchy normal form, system of partial differential equations, nonlinear algebraic equations, Cramer's method, numerical methods, theory of four-poles, theory of long lines with distributed parameters, state space method, methods of frequency analysis, optimization methods.

Results. The authors have got a reduced dynamic model, comprising the minimum required and sufficient number of two-port networks, which makes it possible with an accuracy to analyze transient and steady-state electromagnetic processes along the length of the cable line and at various forms of voltage at the input. The resulting reduced model is applied for identification of cable and submersible motor parameters; constructing observers of variable states of a submersible electric motor; diagnostics of the integrity of electrical circuits; determination of stress distribution along the length of the cable line. The resulting reduced dynamic model allows as well evaluating the entire range of dynamic modes of operation, in contrast to the prototype model. The developed reduced dynamic model of a submersible cable, described in ordinary differential equations, is a convenient notation for the mathematical description of the cable as a subsystem of the electrical complex of an electric centrifugal pump installation.

Key words:

Long cable, cascade connection of four-port networks, reduced model of a cable line, long line with distributed parameters, frequency response, oil submersible cable, electrical submersible pump.

REFERENCES

- Alekseev A.P. Way up. *Siberian Oil – corporate magazine of PJSC Gazprom Neft*, 2018, no. 149, pp. 14–19. In Rus.
- Glazyrin A.S., Kladiyev S.N., Afanasiev K.S., Timoshkin V.V., Slepnev I.G., Polishchuk V.I. Design of full order observer with real time monitoring of load torque for submersible induction motors. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2018, vol. 329, no. 2, pp. 118–126. In Rus.
- Tkachenko V.A., Kropotin O.V., Shepelev A.O., Kropotin V.O. Mathematical model of a cable power line with XLPE insulation for underground laying. *Omsk Scientific Bulletin*, 2018, no. 6 (162), pp. 137–141. In Rus. DOI: 10.25206 / 1813-8225-2018-162-137-141.
- Vorobiev G.A., Pokholkov Yu.P., Korolev Yu.D., Merkulov V.I. *Fizika dielektrikov (oblast silnykh poley)* [Physics of dielectrics (region of strong fields)]. Tomsk, Tomsk Polytechnic University Publ. house, 2011. 245 p.
- Belorussov N.I., Sahakyan A.E., Yakovleva A.I. *Elektricheskie kabeli, provoda i shnury* [Electrical cables, wires and cords]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1987. 536 p.
- Kopylov I.P. *Matematicheskoe modelirovanie elektricheskikh mashin* [Mathematical modeling of electrical machines]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2001. 327 p.
- Kaganov. Z.G. *Volnovye napryazheniya v elektricheskikh mashinakh* [Wave voltages in electrical machines]. Moscow, Energiya Publ., 1970. 208 p.
- Koritsky Yu.V., Pasyukov V.V., Tareev B.M. *Spravochnik po elektricheskim materialam*. T. 1 [Reference book on electrical materials. In three volumes. Vol. 1]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1986. 368 p.
- Kukudzhyanov K.V., Levitin A.L. Deformation processes of elastoplastic material with defects under electrodynamic loading. *PNNRU Mechanics Bulletin*, 2015, no. 1, pp. 106–120. In Rus. DOI: 10.15593/perm.mech/2015.1.07.
- Glazyrin A.S., Isaev Yu.N., Kladiyev S.N., Leonov A.P., Rakov I.V., Kolesnikov S.V., Langraf S.V., Filipas A.A., Kopyrin V.A., Khamitov R.N., Kovalev V.Z., Lavrinovich A.V. Determination of running electrical characteristics of oil submersible cable. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2021, vol. 332, no. 6, pp. 186–197. In Rus.
- Parida N., Das A. A modular multilevel converter with filter capacitor for long-cable-fed drive application. *IEEE Trans. Ind. Appl.*, 2019, vol. 55, no. 6, pp. 7833–7842. DOI: 10.1109/TIA.2019.2931674
- Pomilio J.A., De Souza C.R., Matias L., Peres P.L.D., Bonatti I.S. Driving AC motors through a long cable: the inverter switching strategy. *IEEE Trans. Energy Convers.*, 1999, vol. 14, no. 4, pp. 1441–1446. DOI: 10.1109/60.815087
- De Paula V.C., De Paula H. Employing DC transmission in long distance AC motor drives: analysis of the copper economy and power losses reduction in mining facilities. *IEEE Trans. Ind. Appl.*, 2018, vol. 54, no. 1, pp. 841–847. DOI: 10.1109/TIA.2017.2740829
- Khedher S.A. On the overvoltage of three phase induction motor fed by two levels inverter. *2019 Int. Conf. Signal, Control Commun.* Hammamet, Tunisia, 2019. pp. 1–5. DOI: 10.1109/SCC47175.2019.9116098.
- Liang X., Member S., El-kadri A. Operational parameters affecting harmonic resonance in electrical submersible pump systems. *Can. J. Electr. Comput. Eng.*, 2019, vol. 42, no. 3, pp. 183–197. DOI: 10.1109/CJECE.2019.2922384
- Taghia B., Cougo B., Piquet H., Malec D., Belinger A., Carayon J.P. Overvoltage at motor terminals in SiC-based PWM drives. *Math. Comput. Simul.*, 2019, vol. 158, pp. 264–280. DOI: 10.1016/j.matcom.2018.09.009
- Larsson C., Rydgard A., Mademlis G., Liu Y., Fredriksson M. Overvoltage mitigation of medium voltage electric drives with long cables using multilevel-converters and passive filters. *2019 21st Eur. Conf. Power Electron. Appl. EPE 2019 ECCE Eur.* Genova, Italy, 2019. pp. 1–10. DOI: 10.23919/EPE.2019.8915441
- Moreira A.F., Lipo T.A., Venkataramanan G., Bernet S. High-frequency modeling for cable and induction motor overvoltage studies in long cable drives. *IEEE Trans. Ind. Appl.*, 2002, vol. 38, no. 5, pp. 1297–1306. DOI: 10.1109/TIA.2002.802920
- Rodriguez J., Pontt J., Silva C., Musalem R., Newman P., Vargas R., Fuentes S. Resonances and overvoltages in a medium-voltage fan motor drive with long cables in an underground mine. *IEEE Trans. Ind. Appl.*, 2006, vol. 42, no. 3, pp. 856–863. DOI: 10.1109/TIA.2006.872936
- Bidan P., Lebey T., Montseny G., Neacsu C., Saint-Michel J. Transient voltage distribution in inverter fed motor windings: Experimental study and modeling. *IEEE Trans. Power Electron.*, 2001, vol. 16, no. 1, pp. 92–100. DOI: 10.1109/63.903993

Received: 24 August 2021.

Information about the authors

Alexander S. Glazyrin, Dr. Sc., professor, National Research Tomsk Polytechnic University; professor, Yuga State University.

Yusup N. Isaev, Dr. Sc., professor, National Research Tomsk Polytechnic University.

Sergey N. Kladiyev, Cand. Sc., associate professor, National Research Tomsk Polytechnic University.

Andrey P. Leonov, Cand. Sc., associate professor, National Research Tomsk Polytechnic University.

Ivan V. Rakov, design engineer, Scientific and Manufacturing Enterprise «Tomsk Electronic Company», Ltd.

Stanislav V. Kolesnikov, graduate assistant, National Research Tomsk Polytechnic University.

Sergey V. Langraf, head of the embedded software development sector, NPF Mechatronica-Pro Ltd.

Alexander A. Filipas, Cand. Sc., associate professor, National Research Tomsk Polytechnic University.

Vladimir A. Kopyrin, Cand. Sc., associate professor, Industrial University of Tyumen.

Rustam N. Khamitov, Dr. Sc., professor, Omsk State Technical University; professor, Industrial University of Tyumen.

Vladimir Z. Kovalev, Dr. Sc., professor, Yugra State University.