

УДК 621.3.07

## УПРАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ МОМЕНТОМ ТРЕХФАЗНОГО АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ

А.В. Григорьев

Кузбасский государственный технический университет, г. Кемерово

E-mail: grigav84@mail.ru

*Представлена модель трехфазного асинхронного электродвигателя, выраженная в явном виде через потокоцепления фаз обмоток статора и ротора. Синтезирована система управления электромагнитным моментом асинхронного электродвигателя, обладающая высоким быстродействием и низкой сложностью реализации. Система управления проверена на физической и вычислительной моделях асинхронного электропривода.*

### Ключевые слова:

*Модель трехфазного электродвигателя, асинхронный электродвигатель, синтез, оптимальное управление.*

### Key words:

*Model of three-phase motor, induction motor, synthesis, optimal control.*

Асинхронный электродвигатель (АД) является наиболее перспективной электрической машиной, применяемой в составе электроприводов промышленных установок, работающих в тяжелых условиях. Это обусловлено следующими достоинствами: высокой надежностью и низкой стоимостью, минимальными затратами на техническое обслуживание, а также низкой инерционностью и небольшими массогабаритными показателями. Электромеханические процессы АД описываются достаточно сложной системой из 6-и нелинейных дифференциальных уравнений. Для упрощения задачи синтеза управляющих устройств координатами АД многие авторы заменяют трехфазную модель более простой двухфазной, соблюдая условия инвариантности мощности, а в процессе управления выполняют прямые и обратные фазные преобразования с целью согласования координат и управляющих воздействий системы управления и реального объекта.

Существует множество решений задачи управления состоянием АД, выполненных таким образом. Наиболее известными из них являются варианты управления с ориентацией вдоль результирующих векторов потоков статора и ротора, описанные в работах [1, 2]. В системах прямого управления моментом, не использующих широтно-импульсную модуляцию, напротив, управление выполняется непосредственно объектом в зависимости от заданных и измеренных значений координат [1, 3]. У этого варианта управления имеются следующие недостатки: большое значение амплитуды колебаний электромагнитного момента и потока статора, а также применимость к электроприводам, выполненным по одной электрической схеме. В настоящее время в зарубежной и отечественной научной литературе отсутствует формальное представление для систем прямого управления моментом, в связи с чем, изменение электрической схемы электропривода приводит к необходимости разработки новой таблицы переключений, что представляет собой отдельную научную задачу.

Варианты управления [4, 5] близки по существу к вариантам прямого управления моментом, но в отличие от них полностью формализованы, и, как следствие, более гибки. Недостатками вариантов [4, 5] являются: большое значение амплитуды колебаний электромагнитного момента и потока статора, а также то, что конструкции управляющих устройств выражены в системе координат  $\alpha-\beta$ .

Решения задачи управления АД [4, 5] можно использовать для синтеза управляющих устройств трехфазным электродвигателем. Для этого понадобится следующая модель АД:

$$\frac{d\Psi_{su}}{dt} = U_{su} - R_s K_1 \Psi_{su} + R_s K_2 \Psi_{ru} + \omega_k \frac{(\Psi_{sv} - \Psi_{sw})}{\sqrt{3}},$$

$$\frac{d\Psi_{sv}}{dt} = U_{sv} - R_s K_1 \Psi_{sv} + R_s K_2 \Psi_{rv} + \omega_k \frac{(\Psi_{sw} - \Psi_{su})}{\sqrt{3}},$$

$$\frac{d\Psi_{sw}}{dt} = U_{sw} - R_s K_1 \Psi_{sw} + R_s K_2 \Psi_{rw} + \omega_k \frac{(\Psi_{su} - \Psi_{sv})}{\sqrt{3}},$$

$$\frac{d\Psi_{ru}}{dt} = U_{ru} - R_r K_3 \Psi_{ru} + R_r K_2 \Psi_{su} + (\omega_k - p\omega) \frac{(\Psi_{rv} - \Psi_{rw})}{\sqrt{3}},$$

$$\frac{d\Psi_{rv}}{dt} = U_{rv} - R_r K_3 \Psi_{rv} + R_r K_2 \Psi_{sv} + (\omega_k - p\omega) \frac{(\Psi_{rw} - \Psi_{ru})}{\sqrt{3}},$$

$$\frac{d\Psi_{rw}}{dt} = U_{rw} - R_r K_3 \Psi_{rw} + R_r K_2 \Psi_{sw} + (\omega_k - p\omega) \frac{(\Psi_{ru} - \Psi_{rv})}{\sqrt{3}},$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} (M - M_c),$$

$$M = C_3 \begin{bmatrix} (\Psi_{su} \Psi_{rv} + \Psi_{sv} \Psi_{ru} + \Psi_{sw} \Psi_{rw}) - \\ -(\Psi_{su} \Psi_{rv} + \Psi_{sv} \Psi_{rw} + \Psi_{sw} \Psi_{ru}) \end{bmatrix}.$$

где  $\Psi_{su,v,w}$ ,  $\Psi_{ru,v,w}$  – потокосцепления обмоток статора и ротора по осям системы координат  $u-v-w$ , вращающейся с произвольной частотой  $\omega_k$ ;  $R_s, R_r$  – активные сопротивления обмоток статора и ротора;  $L_{sl}, L_{rl}$  – индуктивности рассеяния обмоток статора и ротора;  $L_m$  – индуктивность взаимной индукции;  $p$  – число пар полюсов;

$$K_1 = \frac{(2L_{rl} + 3L_m)}{2L_{sl}L_{rl} + 3L_m(L_{sl} + L_{rl})},$$

$$K_2 = \frac{3L_m}{2L_{sl}L_{rl} + 3L_m(L_{sl} + L_{rl})},$$

$$K_3 = \frac{(2L_{sl} + 3L_m)}{2L_{sl}L_{rl} + 3L_m(L_{sl} + L_{rl})},$$

$$C_3 = \sqrt{3}p \frac{L_m}{2L_{sl}L_{rl} + 3L_m(L_{sl} + L_{rl})};$$

$J$  – момент инерции;  $\omega$  – круговая частота вращения ротора;  $M$  – электромагнитный момент электрической машины;  $M_c$  – момент сопротивления нагрузки.

Представленная модель описывает электродвигатель, подключенный к преобразователю по трехпроводной схеме. Управляющими воздействиями являются напряжения, подаваемые на фазы статора и ротора АД –  $U_{su,v,w}$ ,  $U_{ru,v,w}$ . Фазовыми координатами являются потокосцепления фаз  $u, v, w$  обмоток статора и ротора. Цель управления задается в виде интегрального функционала ошибки регулирования:

$$J = \inf \int_0^T f^0 dt,$$

где  $T$  – время управления;  $f^0$  – функция, определяющая ошибку регулирования.

Решение задачи управления выполнено при помощи принципа максимума Л.С. Понтрягина [6]. Для этого составлена вспомогательная функция:

$$H(\Psi_s, \Psi_r, U_s, U_r, \omega, \omega_k) =$$

$$= \psi_1(t) \left[ \begin{array}{l} U_{su} - R_s K_1 \Psi_{su} + R_s K_2 \Psi_{ru} + \\ + \omega_k \frac{(\Psi_{sv} - \Psi_{sw})}{\sqrt{3}} \end{array} \right] +$$

$$+ \psi_2(t) \left[ \begin{array}{l} U_{sv} - R_s K_1 \Psi_{sv} + R_s K_2 \Psi_{rv} + \\ + \omega_k \frac{(\Psi_{su} - \Psi_{sw})}{\sqrt{3}} \end{array} \right] +$$

$$+ \psi_3(t) \left[ \begin{array}{l} U_{sw} - R_s K_1 \Psi_{sw} + R_s K_2 \Psi_{rw} + \\ + \omega_k \frac{(\Psi_{sv} - \Psi_{su})}{\sqrt{3}} \end{array} \right] +$$

$$+ \psi_4(t) \left[ \begin{array}{l} U_{ru} - R_r K_3 \Psi_{ru} + R_r K_2 \Psi_{su} + \\ + (\omega_k - p\omega) \frac{(\Psi_{ru} - \Psi_{rv})}{\sqrt{3}} \end{array} \right] +$$

$$+ \psi_5(t) \left[ \begin{array}{l} U_{rv} - R_r K_3 \Psi_{rv} + R_r K_2 \Psi_{sv} + \\ + (\omega_k - p\omega) \frac{(\Psi_{ru} - \Psi_{rv})}{\sqrt{3}} \end{array} \right] +$$

$$+ \psi_6(t) \left[ \begin{array}{l} U_{rw} - R_r K_3 \Psi_{rw} + R_r K_2 \Psi_{sw} + \\ + (\omega_k - p\omega) \frac{(\Psi_{ru} - \Psi_{rv})}{\sqrt{3}} \end{array} \right] +$$

$$+ \psi_0 f^0(\Psi_s, \Psi_r, U_s, U_r, \omega),$$

где  $\psi_i$  – составляющие синтезирующей вектор-функции,  $\Psi = [\psi_0 \psi_1 \dots \psi_n]^T$ ,  $i = \overline{0, n}$ ,  $n$  – порядок системы дифференциальных уравнений объекта.

Из свойств функции  $H(\Psi_s, \Psi_r, U_s, U_r, \omega, \omega_k)$  следует, что составляющие синтезирующей функции определяются следующим образом:

$$u-v-w: \quad \begin{cases} \psi_1 = \frac{1}{R_s K_2} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{ru}}, \\ \psi_2 = \frac{1}{R_s K_2} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{rv}}, \\ \psi_3 = \frac{1}{R_s K_2} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{rw}}. \end{cases} \quad a-b-c: \quad \begin{cases} \psi_1 = -\frac{1}{R_s K_1} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{sa}}, \\ \psi_2 = -\frac{1}{R_s K_1} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{sb}}, \\ \psi_3 = -\frac{1}{R_s K_1} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{sc}}. \end{cases}$$

$$u-v-w: \quad \begin{cases} \psi_4 = \frac{1}{R_r K_2} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{su}}, \\ \psi_5 = \frac{1}{R_r K_2} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{sv}}, \\ \psi_6 = \frac{1}{R_r K_2} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{sw}}. \end{cases} \quad x-y-z: \quad \begin{cases} \psi_4 = -\frac{1}{R_r K_3} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{rx}}, \\ \psi_5 = -\frac{1}{R_r K_3} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{ry}}, \\ \psi_6 = -\frac{1}{R_r K_3} \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{rz}}. \end{cases}$$

где  $a-b-c$  и  $x-y-z$  – трехфазные системы координат, связанные неподвижно со статором и ротором.

Управление оптимально, если выполняется условие:

$$\psi_i U_i \equiv \max,$$

где  $i = \overline{0, n}$ ;  $n$  – количество управляющих воздействий.

Из этого условия следует несколько работоспособных вариантов управления состоянием трехфазного АД, из которых наиболее простыми для реализации являются:

$$U_{su,a,x} = \begin{cases} U_{sm}, \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{ru,a,x}} \geq 0, \\ -U_{sm}, \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{ru,a,x}} < 0, \end{cases} \quad U_{sv,b,y} = \begin{cases} U_{sm}, \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{rv,b,y}} \geq 0, \\ -U_{sm}, \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{rv,b,y}} < 0, \end{cases}$$

$$U_{sw,c,z} = \begin{cases} U_{sm}, \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{rw,c,z}} \geq 0, \\ -U_{sm}, \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{rw,c,z}} < 0, \end{cases} \quad U_{ru,a,x} = \begin{cases} U_{rm}, \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{su,a,x}} \geq 0, \\ -U_{rm}, \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{su,a,x}} < 0, \end{cases}$$

$$U_{rv,b,y} = \begin{cases} U_{rm}, \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{sv,b,y}} \geq 0, \\ -U_{rm}, \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{sv,b,y}} < 0, \end{cases} \quad U_{rw,c,z} = \begin{cases} U_{rm}, \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{sw,c,z}} \geq 0, \\ -U_{rm}, \frac{\partial f^0}{\partial \Psi_{sw,c,z}} < 0. \end{cases}$$

При управлении электромагнитным моментом цель управления задается как

$$f^0 = (M_z - M)^2,$$

где  $M_z$  – задаваемое значение электромагнитного момента.

В этом случае правила формирования оптимальных управляющих воздействий в контуре управления электромагнитным моментом со стороны статора и со стороны ротора будут следующими:

$$U_{su,a,x} \begin{cases} U_{sm}, (M_z - M)(\Psi_{sw,c,z} - \Psi_{sv,b,y}) \geq 0, \\ -U_{sm}, (M_z - M)(\Psi_{sw,c,z} - \Psi_{sv,b,y}) < 0, \end{cases}$$

$$U_{sv,b,z} \begin{cases} U_{sm}, (M_z - M)(\Psi_{su,a,x} - \Psi_{sw,c,z}) \geq 0, \\ -U_{sm}, (M_z - M)(\Psi_{su,a,x} - \Psi_{sw,c,z}) < 0, \end{cases}$$

$$U_{sw,c,z} \begin{cases} U_{sm}, (M_z - M)(\Psi_{sv,b,y} - \Psi_{su,a,x}) \geq 0, \\ -U_{sm}, (M_z - M)(\Psi_{sv,b,y} - \Psi_{su,a,x}) < 0, \end{cases}$$

$$U_{ru,a,x} \begin{cases} U_{rm}, (M_z - M)(\Psi_{rv,b,y} - \Psi_{rw,c,z}) \geq 0, \\ -U_{rm}, (M_z - M)(\Psi_{rv,b,y} - \Psi_{rw,c,z}) < 0, \end{cases}$$

$$U_{rv,b,z} \begin{cases} U_{rm}, (M_z - M)(\Psi_{ru,a,x} - \Psi_{rv,b,y}) \geq 0, \\ -U_{rm}, (M_z - M)(\Psi_{ru,a,x} - \Psi_{rv,b,y}) < 0, \end{cases}$$

$$U_{rw,c,z} \begin{cases} U_{rm}, (M_z - M)(\Psi_{ru,a,x} - \Psi_{rv,b,y}) \geq 0, \\ -U_{rm}, (M_z - M)(\Psi_{ru,a,x} - \Psi_{rv,b,y}) < 0, \end{cases}$$

где  $U_{sm}, U_{rm}$  – максимальные значения фазных напряжений статора и ротора, соответственно.

На рис. 1, 2 представлены графики электромагнитного момента и годографы векторов потоков статора и ротора, полученные при моделировании управляемых режимов двигателей ВРП160М4 и 4АК160S4У3 по представленным вариантам.

Для экспериментальной проверки полученных вариантов управления применялся разработанный в КузГТУ лабораторный стенд, состоящий из выпрямителя; автономного инвертора напряжения, управляемого специализированным микроконтроллером TMS320LF2406А; электродвигателя 4А80А4У3; персонального компьютера с разработанным приложением для управления стендом. Результаты физического эксперимента приведены на рис. 3, где заданные значения установлены для электромагнитного момента на уровне 7 Н·м, а токосцепления – 0,75 В·с.

На рис. 4 представлены графики действительного и заданного значений электромагнитного момента АД 4А80А4У3 при реализации управления со стороны статора на вычислительной модели электропривода. Нагрузка на валу АД в ходе экспериментов отсутствовала. Уменьшение значения электромагнитного момента до нулевого значения после момента времени 0,08 с обусловлено выхо-

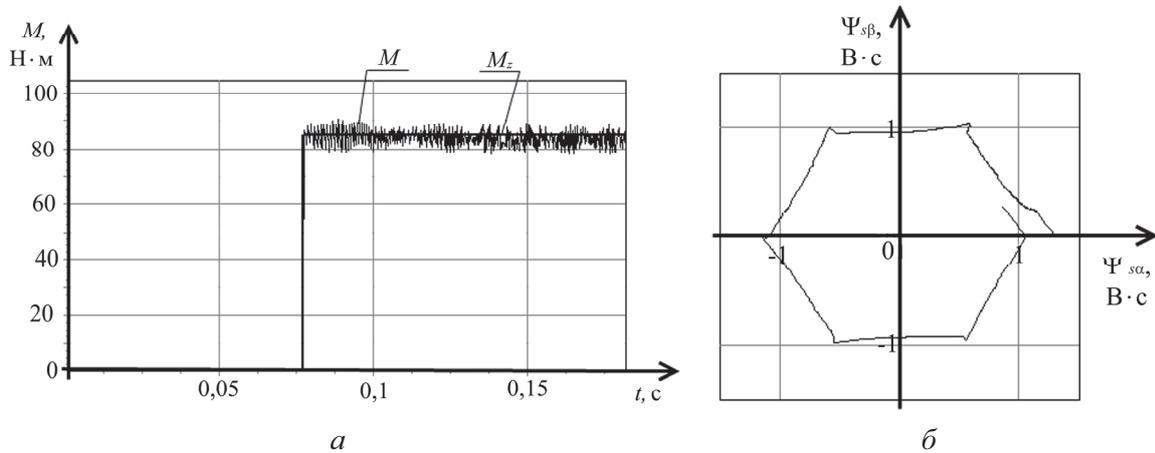


Рис. 1. Электромагнитный момент (а) и годограф вектора потока статора (б) при управлении АД типа ВРП160М4 со стороны статора

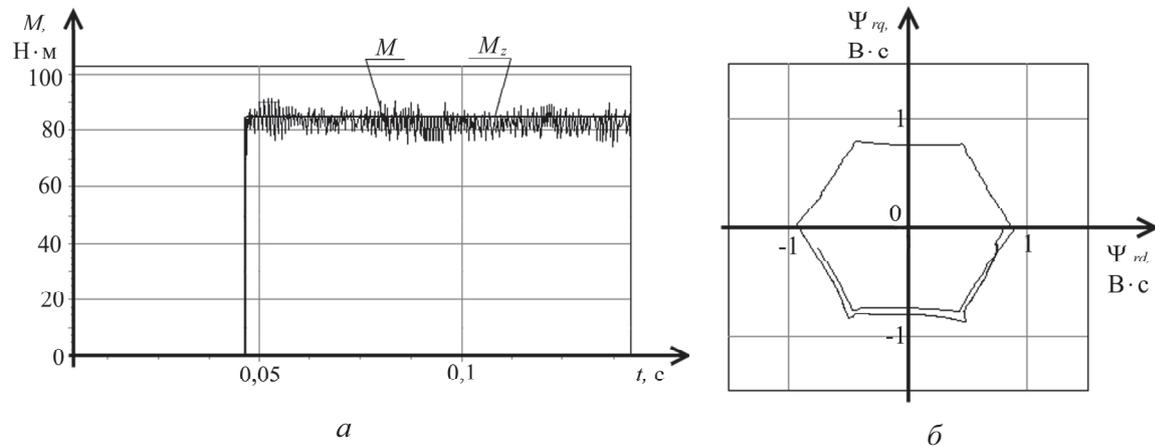


Рис. 2. Электромагнитный момент (а) и годограф вектора потока ротора (б) при управлении АД типа 4АК160S4У3 со стороны ротора

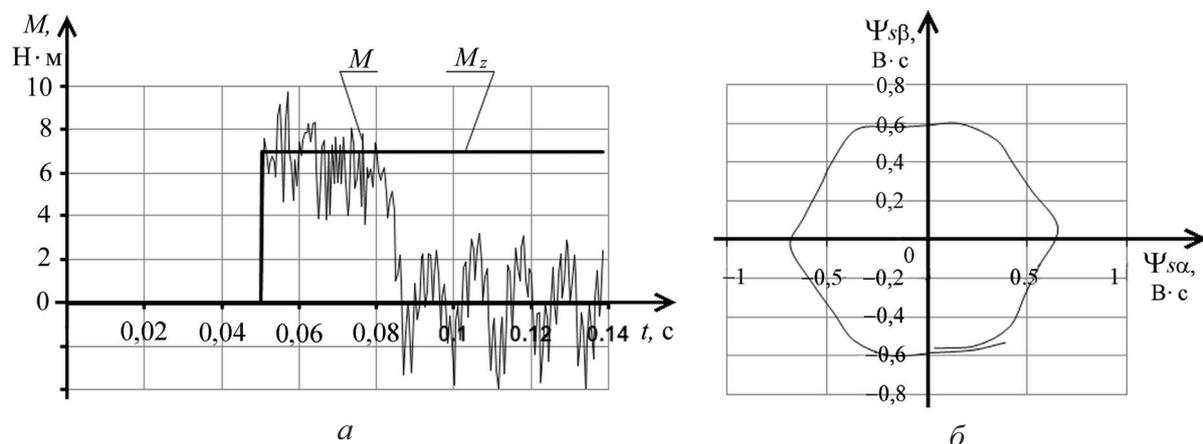


Рис. 3. Электромагнитный момент (а) и годограф вектора потока статора (б) при управлении АД типа 4А80А4УЗ со стороны статора (физический эксперимент)

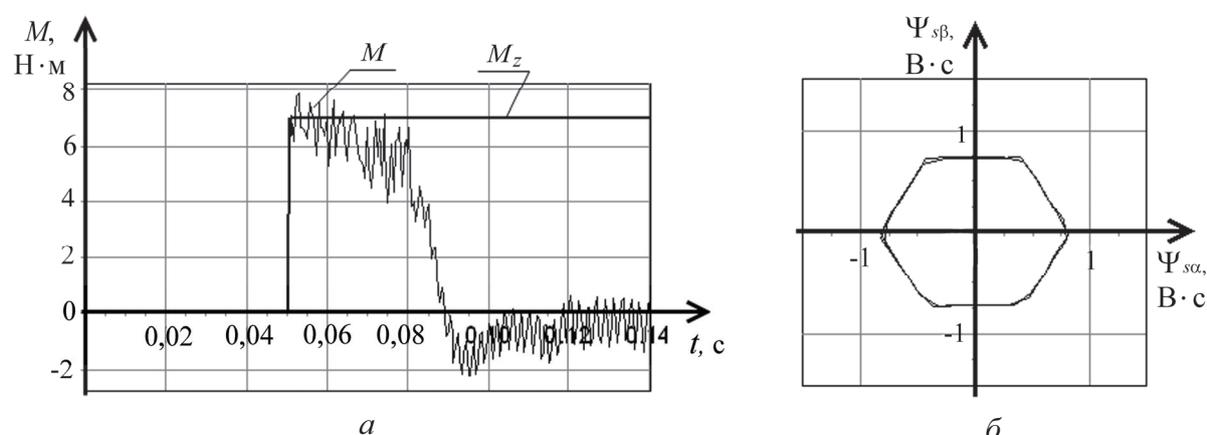


Рис. 4. Электромагнитный момент (а) и годограф вектора потока статора (б) при управлении АД типа 4А80А4УЗ со стороны статора (вычислительный эксперимент)

дом электродвигателя на максимально возможную скорость при данном значении амплитуды вектора потока статора 0,75 В·с.

На рис. 3 и 4 видно, что результаты вычислительного и физического экспериментов, выполненных при одинаковых условиях, совпадают, что подтверждает адекватность модели АД и правильность решения задачи управления.

Предложенную модель и метод синтеза систем управления машинами переменного тока можно использовать при постановке других задач управления. Например, при постановке задач управления амплитудами потокосцеплений статора ( $|\bar{\Psi}_s|$ ), ротора ( $|\bar{\Psi}_r$ ) и главного магнитного потока ( $|\bar{\Psi}_m|$ ) цели управления задаются следующим образом:

$$f^0 = (\Psi_{sz} - |\bar{\Psi}_s|)^2, \quad f^0 = (\Psi_{rz} - |\bar{\Psi}_r|)^2, \\ f^0 = (\Psi_{mz} - |\bar{\Psi}_m|)^2,$$

где  $\Psi_{sz}$ ,  $\Psi_{rz}$ ,  $\Psi_{mz}$  – задаваемые значения амплитуд векторов потокосцеплений статора, ротора и воздушного зазора.

Предложенный вариант управления координатами трехфазного электродвигателя обладает следующими достоинствами:

1. Формализованное представление конструкций управляющих устройств, что позволяет использовать управляющие устройства при различных электрических схемах электроприводов.
2. Простота реализации управляющих устройств – управляющие устройства реализуются при помощи трех арифметических операций сложения и умножения.
3. Переменные, используемые в структуре управляющих устройств, могут быть идентифицированы при помощи простых алгоритмов (например, при помощи модели статора АД).
4. Управляющие устройства непосредственно воздействуют на состояние электродвигателя без использования промежуточных контуров регулирования (например, контуров регулирования фазных токов статора), что способствует высокому быстродействию процесса регулирования.

#### Выводы

Представлена модель трехфазного асинхронного электродвигателя, позволяющая синтезировать простые управляющие устройства координатами электропривода. Фазовыми координатами модели являются потокосцепления фаз статора и ротора

машины. Получены выражения для составляющих синтезирующей функции в обобщенном виде — цель управления не задана явно. На основе синтезирующей функции получены управляющие

устройства электромагнитным моментом асинхронного электродвигателя, отличающиеся простотой реализации и идентификации переменных, а также высоким быстродействием.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bocker J., Mathapati S. State of the Art of Induction Motor Control // The University of Paderborn site. 2007. URL: <http://www.lea.uni-paderborn.de/fileadmin/Elektrotechnik/AG-LEA/forschung/veroeffentlichungen/2007/07IEMDC-boeckermathapati.pdf> (дата обращения: 01.06.2011).
2. Бичай В.Г., Пиза Д.М., Потапенко Е.Е., Потапенко Е.М. Состояние, тенденции и проблемы в области методов управления асинхронными двигателями // Радиоэлектроника, информатика, управление. — 2001. — № 1. — С. 138–144.
3. Kerkman R.J., Skibinski G.L., Schlegel D.W. AC Drives: Year 2000 (Y2K) and Beyond // The Rockwell Automation site. 1999. URL: <http://www.ab.com/support/abdrives/documentation/techpapers/Y2KIEEE.pdf> (дата обращения: 01.06.2011).
4. Григорьев А.В. Оптимальное управление координатами асинхронного электродвигателя // Вестник Кузбасского государственного технического университета. — 2008. — № 6. — С. 29–32.
5. Ешин Е.К., Григорьев А.В. Общая задача управления асинхронным электродвигателем // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. — 2010. — № 1. — С. 39–43.
6. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. — М.: Наука, 1983. — 392 с.

Поступила 04.07.2011 г.

УДК 621.313.8

## МАГНИТНОЕ ПОЛЕ И ЭДС МАЛОИНЕРЦИОННЫХ МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

Е.Г. Коков, А.С. Жибинов, Э.Р. Гейнц, Г.С. Цехмestрюк

ОАО «Научно-производственный центр «Полус», г. Томск  
E-mail: polus@online.tomsk.net

Получены аналитические выражения для расчета поля возбуждения в средней части активной длины машины, где поле принимается плоскопараллельным, что позволяет достаточно точно находить ЭДС возбуждения в проводниках прямой части и с некоторым приближением — в проводниках лобовых частей обмотки.

#### Ключевые слова:

Магнитное поле, уравнение Лапласа, обмотка якоря, ЭДС проводника, коэффициент использования.

#### Key words:

Magnetic field, Laplace's equation, armature winding, electromotive force of conductor, activity factor.

Требование максимального быстродействия устройств автоматики обусловило необходимость разработки исполнительных двигателей с малым моментом инерции вращающихся частей. Для этого электрическая машина (ЭМ) заданной мощности проектируется с максимально допустимой по механической устойчивости длиной якоря при минимальном его диаметре (длинная ЭМ). Дальнейшее повышение быстродействия достигается уменьшением инерционной массы ЭМ, когда вращаются только проводники обмотки якоря (двигатель с полым печатным или проволочным якорем [1]) или исключается зубцовая зона, а проводники обмотки равномерно распределяются по ядру якоря (двигатель с гладким якорем [2]). Дополнительно снизить массу вращающихся частей можно путем активного использования лобовых соединений [3] при продлении в их зону индуктора с одновременным сокращением длины прямой (пазовой) части якоря.

Поскольку в длинных ЭМ основное преобразование энергии происходит в проводниках прямой части, а поле в этой зоне можно считать плоскопараллельным, то можно обойтись более простым решением уравнения Лапласа в двухмерной области, приняв найденные параметры поля для расчета с некоторой погрешностью ЭДС в проводниках лобовых частей, тогда как для коротких ЭМ необходимо решение трехмерной задачи [4, 5].

Целесообразно определять поле в обобщенной расчетной области (рис. 1), в которой можно выделить пять подобластей в цилиндрических координатах  $r, \varphi$ :  $t$  — подобласть с внутренним источником поля  $J_1$ ,  $w$  — подобласть с наружным источником поля  $J_2$ ,  $e, f$  — подобласть стыковых зазоров, отделяющих источники поля от соответствующих магнитопроводов.

Тогда частными вариантами будут: ЭМ с полым якорем и внутренними постоянными магнитами (ПМ) ( $J_2=0, r_3=r_{10}=r_{11}$ ), полым якорем и наружными ПМ ( $J_1=0, r_1=r_2=r_3$ ) и с гладким якорем ( $J_1=0,$