

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федосеев А.М. Релейная защита электроэнергетических систем. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 520 с.
2. Shmoilov A.V. Probability technologies in electric power industry // Proc. 6th Russian-Korean Intern. Symp. on Science and Technology KORUS-2002. — Novosibirsk, 2002. — V. 2. — P. 421–424.
3. Шмойлов А.В., Кривова Л.В., Стоянов Е.И., Игнатьев К.В. Вероятностный метод селекции границ интервалов данных для задач электроэнергетики // Известия вузов. Сер. Проблемы энергетики. — 2008. — № 7–8/1. — С. 144–155.
4. Prutik A.F., Shmoilov A.V. Setting-up algorithms of relay protection // Proc. IV Intern. Forum on Strategic Technology (IFOST 2009). — Ho Chi Minh, Vietnam, October 21–23, 2009. — Ho Chi Minh: City University of Technology, 2009. — P. 45–50.

Поступила 18.05.2011 г.

УДК 621.373.1

ПРИМЕНЕНИЕ ПРИНЦИПА СИММЕТРИИ ПРИ СИНТЕЗЕ СТРУКТУР ГЕНЕРАТОРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Ю.К. Рыбин

Томский политехнический университет

E-mail: rybin@tpu.ru

Обсуждается возможность применения принципа симметрии при синтезе генераторов электрических сигналов и измерительных преобразователей. Показано, что синтез таких систем выполняется путём обращения определённых операторов элементов системы: комплексных передаточных, амплитудно-частотных, фазово-частотных или амплитудных характеристик. Предлагаемый метод продемонстрирован для синтеза колебательных систем генераторов электрических сигналов, однако он может найти применение при анализе любых циклических процессов.

Ключевые слова:

Принцип симметрии, измерительный преобразователь, прямое преобразование, обратное преобразование, колебательная система, активный нелинейный элемент, условия баланса амплитуд и баланса фаз.

Key words:

Symmetry principle, converter measurement, inverse transformation, the oscillating system, active nonlinear element, balances of amplitude and phase.

Введение

Принцип симметрии нашёл широкое применение в геометрии, теории дифференциальных уравнений, физике [1–3] и т. д. В любой области естествознания он позволяет создать новые решения и находить новые закономерности. Применение принципа симметрии к синтезу структур измерительных преобразователей рассмотрено в работе [4]. В этой статье обсуждаются применения принципа симметрии для синтеза структур генераторов электрических сигналов.

Вначале рассмотрим модель некоторого обобщенного преобразователя. В таком преобразователе входные сигналы множества X преобразуются в выходные сигналы множества Y под действием оператора A . Упорядоченная тройка (A, X, Y) полностью характеризует преобразование. В теории множеств функция (оператор) A каждому элементу множества X сопоставляет один элемент множества Y . Эта тройка связана прямым или, если существует обратный оператор, обратными уравнениями

$$Y = AX, \quad X = A^{-1}Y. \quad (1)$$

В качестве величин X и Y могут быть числа, функции, а в качестве оператора A — функции, функционалы или функциональные операторы. Уравнения (1) описывают один и тот же преобра-

зователь. Если же, наоборот, величины Y рассматривать как входные, а X как выходные, то можно записать аналогичные уравнения, описывающие обратное преобразование. На рис. 1 показано соединение прямого (ПП) и обратного (ОП) преобразователей.

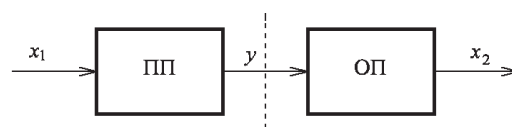


Рис. 1. Взаимно обратные преобразования в системе обработки сигнала

Величины x_1 и x_2 это любые физические величины, в том числе напряжения и токи. Эти величины связаны прямыми и обратными уравнениями:

$$\begin{cases} y = Ax_1; \\ x_1 = A^{-1}y; \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = By; \\ y = B^{-1}x_2. \end{cases} \quad (2)$$

Если оператор обратного преобразования B равен $B = A^{-1}$, то уравнения обратного преобразователя по форме совпадают с уравнениями прямого преобразователя, более того, если сигнал с выхода ПП подать на вход ОП, то на выходе последнего получится точная копия входного сигнала ПП. На рис. 1 показан такой случай. На рисунке вели-

чины x_1 слева однозначно отображается на x_2 справа. При $AA^{-1}=E$ или $A^{-1}A=E$, т. е. при взаимно-однозначных операторах A и A^{-1} имеем $x_1=x_2$, т. е. каждый элемент множества X_1 слева равен соответствующему элементу множества X_2 справа.

Очевидно, что в силу симметрии понятия прямого и обратного преобразователя условны и зависят от постановки задачи.

Как видно, содержательный смысл принципа симметрии основывается на следующих положениях:

- существуют операторы A и (или) A^{-1} , B и (или) B^{-1} ,
 $\{A: \forall x_1 \in X, \exists y \in Y, y = Ax_1\},$
 $\{B: \forall y \in Y, \exists x_2 \in X, x_2 = By\},$
- величины x_1 и x_2 являются одинаковыми математическими объектами: числами, функциями;
- величина y может быть, вообще говоря, объектом другой, в сравнении с X , природы;
- операторы A и A^{-1} — взаимно-обратные, взаимно-однозначные, т. е. $(A^{-1})^{-1}=A$, $(A)^{-1}=A^{-1}$.

Для исследования возможностей принципа симметрии и его применения при синтезе структур измерительных преобразователей на основе четырех уравнений (2) рассмотрим возможные методы синтеза в общем виде.

Методы синтеза на основе принципа симметрии

Принцип симметрии позволяет проводить синтез структур прямого и обратного преобразователей, используя любые из четырех уравнений (2). Возможны следующие задачи синтеза по известному:

- прямому уравнению ПП определить его структуру;
- обратному уравнению ПП синтезировать структуру ОП;
- прямому уравнению ПП путём нахождения обратного оператора определить структуру ОП;
- обратному уравнению ПП путём нахождения прямого оператора построить структуру ПП;
- прямому и обратному уравнениям синтезировать структуры ПП или ОП.

В-первых четырех задачах к синтезу должно быть известно одно уравнение, а в пятой — два и более уравнений. Причем в первой и второй задачах входная величина является аргументом (оригиналом, прообразом) преобразования, а выходная величина — функцией (изображением, образом), а в третьей и четвертой — наоборот. Поэтому, в первых двух задачах нахождение выходной величины связано с выполнением определенной последовательности преобразований входной величины.

Метод, реализующий первую задачу синтеза, когда по известному прямому уравнению находят-

ся структура прямого преобразователя, назовём прямым методом синтеза. Синтез структуры сводится к следующим действиям:

- проводят декомпозицию оператора A на элементарные операторы, для этого первое уравнение первой системы (2) представляют в виде, рис. 2

$$y = G(F(...(H(x)))); \quad (3)$$

- определяют последовательность вложения операторов;
- каждому элементарному оператору ставят в соответствие блок, выполняющий данную операцию;
- блоки соединяют между собой согласно последовательности вложения операторов.

В этом методе уравнению каждой математической операции ставится в соответствие аппаратное устройство, например, оператору интегрирования, соответствует блок — интегратор, операции определения модуля величины — выпрямитель и т. д. Так можно, например, синтезировать известные структуры преобразователя средневыпрямленного или среднеквадратического значения напряжения по известным формулам. Как видно, эти действия реализуют способ синтеза на основе непосредственного (прямого) преобразования. Поэтому этот метод и назван методом прямого синтеза.

Вторая задача синтеза, когда по известному обратному уравнению, применяя формальные преобразования, находится прямое уравнение преобразователя. Метод, когда по прямому уравнению синтезируется структура прямого преобразователя, назовём формализованным методом синтеза.

Третью и четвертую задачи решают обращением операторов и построением структур преобразователей по обращённым операторам. Так, при решении третьей задачи обращается прямой оператор и по полученному обратному оператору прямым методом строится структура обратного преобразователя. В четвертой задаче, наоборот, обращается обратный оператор с целью получения прямого, по которому прямым методом строится структура преобразователя. В некоторых случаях такое обращение выполняют с помощью формальных приемов, поэтому рассматриваемый метод можно также назвать формализованным методом синтеза. Несмотря на очевидность данного метода, он до недавнего времени не находил распространения, прежде всего в силу трудности, а чаще невозможности построения обратных операторов.

Рассмотрим формализованный метод подробнее. Предположим, что уравнение прямого преоб-

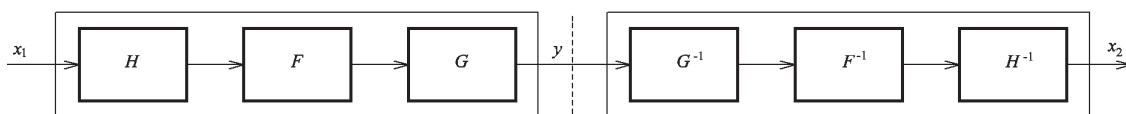


Рис. 2. Структуры прямого и обратного преобразователей

разования можно представить в виде (3), тогда уравнение обратного преобразования получаем путем формального обращения, рис. 2,

$$x = H^{-1}(\dots(F^{-1}(G^{-1}(y))))), \quad (4)$$

по которому проектируется структура ОП.

Заметим, что в уравнении (4), входная y и выходные x величины связаны композицией операторов, обратных операторам (3) и вложенных друг в друга в обратном порядке. Очевидно, что уравнение (4) является не только обратным уравнением для прямого преобразователя, но в силу симметрии оно является прямым уравнением обратного преобразователя. Поэтому уравнение (4) можно положить в основу синтеза структуры обратного преобразователя.

Уравнение (4) показывает, что, если известно уравнение, связывающее y и x , и которое допустимо представить в виде композиции вложенных операторов, имеющих обратные, то это уравнение дает возможность построить структуры как прямого, так и обратного преобразователей. При этом вложенная операция преобразования заменяется обратной операцией, например, операция интегрирования заменяется операцией дифференцирования, операция деления заменяется операцией умножения и т. д.

Рассмотренными прямым и формальным методами решают первые четыре из перечисленных задач синтеза используя только одно уравнение преобразования. Поэтому последующая пятая задача синтеза, основанная на двух уравнениях преобразования, имеет смысл после решения одной из предыдущих четырех. При её решении широко применяются метод обратной связи и структурные методы.

Следует отметить, что большинство из перечисленных методов в той или иной мере уже используются. Так, прямой метод использовался при синтезе структур аналоговых моделей в задачах моделирования [5]. Особенно эффективным такой метод синтеза оказался по отношению к линейным системам. Именно свойство симметрии позволило автору работы [6] решить задачу аналитического конструирования линейных регуляторов систем автоматического управления.

Формализованный метод применяется при решении обратных задач динамики систем автоматического регулирования. Методы обратных связей и структурные широко представлены при решении различных задач в измерительной технике, приборостроении [7] и т. д. Таким образом, принцип симметрии позволяет объединить методы разных областей знаний на основе единообразного подхода, который базируется на общности уравнений преобразования.

Особенностью принципа симметрии применительно к задачам синтеза структур измерительных преобразователей (ИП) является то, что для многих моделей ИП операторы A и A^{-1} взаимно однозначны, или один из них вообще не существует.

Например, оператору возведения в квадрат соответствует неоднозначный обратный оператор извлечения квадратного корня, или, например, оператору $q = \max_{t \in T} x(t)$ не существует обратного.

Синтез структур генераторов и их колебательных систем

Рассмотрим подробнее методы решения пятой задачи синтеза на примере синтеза структур генераторов электрических измерительных сигналов. Генератор измерительных сигналов здесь рассматривается как измерительный преобразователь параметров идеализированной модели сигнала в реальные выходные сигналы, подобно тому, как, например, вольтметр или частотомер являются преобразователями сигналов в их параметры. Например, в источнике синусоидальных сигналов в качестве модели выходного сигнала принимается модель в виде синусоидальной функции времени с заданной амплитудой и частотой.

Необходимость и целесообразность самой постановки этой задачи продиктована тем, что структуры источников, которые можно построить на основе известных методов, могут при практической реализации не обеспечить требуемые точность, стабильность, быстродействие преобразования параметров в сигнал.

Из предыдущего рассмотрения понятно, что все структуры являются разомкнутыми по параметрам сигнала и не могут обеспечить высокие метрологические характеристики источников сигналов. Поэтому целесообразно использовать как минимум два уравнения для синтеза структур с обратными связями по параметрам.

Пусть на рис. 1 слева заданы функции $x(t)$ некоторого множества X_1 сигналов, являющиеся идеализированными моделями сигналов, воспроизводимых генератором. Величины y — это параметры сигнала (например, q_1 — амплитуда, q_2 — частота и т. д.).

Предположим, что к синтезу известны два уравнения преобразования

$$Q = AX_1, \quad X_2 = BQ, \quad (5)$$

где $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_i\}$, $X_1 = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_j(t)\}$, $X_2 = \{x_1^*(t), x_2^*(t), \dots, x_j^*(t)\}$ — векторы параметров (Q) и функций идеализированного множества сигналов (X_1) и множества реализованных сигналов (X_2), описывающих выходные сигналы.

Первое уравнение будем рассматривать как прямое уравнение прямого преобразователя, которое преобразует вектор X_1 функций идеализированного сигнала (оптимального в определённом смысле) в вектор Q заданных к синтезу параметров идеализированного сигнала. Второе — как прямое уравнение обратного преобразователя, преобразующего параметры Q в реализуемые сигналы X_2 . Применительно к источникам сигналов первое уравнение описывает вычислительные операции: преобразование функций, в их параметры, например, вычисление среднеквадратического значения

или средневывраченного значения, частоты, и других по известным формулам. Второе уравнение описывает собственно источник (генератор) сигналов. Однако реализация оператора B связана со значительными трудностями.

Действительно, если оператор B осуществляет преобразование множества параметров во множество функций, то он каждому набору чисел из множества Q ставит в соответствие конкретную функцию $x(t)$. В математике не существует адекватного подхода, который бы осуществлял такое преобразование в общем виде. Такое соответствие можно установить на множестве конкретных базисных функций. Для построения прямого уравнения необходимо ввести систему базисных ортонормированных функций $\{\psi_i(t), i \in [0, \infty]\}$, адекватную решаемой задаче, определить на этой системе множество реализуемых функций X_2 , установить зависимость параметров базисных функций от заданных к синтезу параметров сигнала, другими словами, представить прямое уравнение в виде

$$x_n(t) = F(\{\psi_i(t)\}, \{q_i\}), \quad (6)$$

где $\{\psi_i(t), i \in [0, \infty]\}$ – система базисных функций; $\{q_i, i \in [0, \infty]\}$ – множество заданных параметров.

Ясно, что преобразование набора параметров в набор функций в определённых случаях будет взаимно однозначным для функций, заданных на этом базисе. Поэтому, особое значение имеет выбор системы базисных функций. Базисные функции должны удовлетворять известным свойствам: линейности, полноты, ортогональности и нормированности. Если в качестве системы базисных функций выбрать совокупность неперекрывающихся импульсов [8], удовлетворяющих всем свойствам, форма которых описывается функцией $\{\psi_i(t), T_i \wedge T_j = 0\}$, то в качестве уравнения (6) можно принять уравнение составного сигнала [8].

$$x_2(t) = \{X_2(t) : x(t) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i \psi_i(t, \tau_i, T_i) \begin{bmatrix} H(t - \tau_i) - \\ -H(t - \tau_{i+1}) \end{bmatrix}, i = 1, \overline{\infty}\}, \quad (7)$$

где a_i, τ_i, T_i – параметры импульсов составного сигнала; $H(t - \tau_i)$ – функции Хэвисайда.

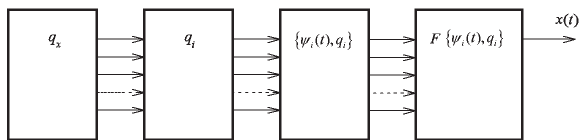


Рис. 3. Структурная схема источника сигналов

В этом случае в состав оператора Q должен входить оператор преобразования заданных параметров q_x в параметры q_i составного сигнала, оператор колебательной системы (КС) для формирования базисных функций $\{\psi_i(t), q_i\}$ и оператор формирования выходной последовательности функций $F\{\psi_i(t), q_i\}$. С учётом этого структура генератора сигналов показана на рис. 3.

Следующим этапом при синтезе структуры источника сигналов является синтез колебательной

системы, воспроизводящей требуемые базисные функции, т. е. блока $\{\psi_i(t), q_i\}$ на рис. 3. В самом простом случае при формировании периодических сигналов синусоидальной, прямоугольной или треугольной формы необходимо воспроизводить только одну базисную функцию. При этом параметрами q_i для синусоидальной формы, описываемых функцией $x(t) = x_m \sin(2\pi f t + \varphi_0)$, например, могут быть только два: частота и амплитуда колебаний. Динамической системой, воспроизводящей эти функции, может быть аналоговая колебательная RC или LC -система или цифровая система. В более сложном случае воспроизведения периодических колебаний, на периоде которых есть участки разных форм, описываемых разными функциями времени, или даже одной синусоидальной функцией, но с разными длительностями и разной амплитудой, например, при воспроизведении периодических колебаний с заданным спектром число параметров возрастает.

Блок-схема преобразований на рис. 1 имеет прямое отношение к синтезу структурных схем КС генераторов сигналов, т. к. при соединении выхода x_2 и входа x_1 схема становится замкнутой в кольцо и при определённых взаимно обратных операторах превращается в колебательную систему. Причём операторами могут быть комплексные частотные характеристики, амплитудные характеристики блоков и т. д.

Например, если оператор $\dot{A} = \dot{K}_1(\omega) = K_1(\omega)e^{j\varphi_1}$ – комплексная частотная характеристика пассивной линейной частотно зависимой RC или LC -цепи (ЛЧЗЦ), то обратный оператор $\dot{A}^{-1} = 1/\dot{K}_1(\omega) = K_2(\omega)e^{j\varphi_2}$ (так же комплексная частотная характеристика) должен соответствовать активному элементу (АЭ), рис. 4.

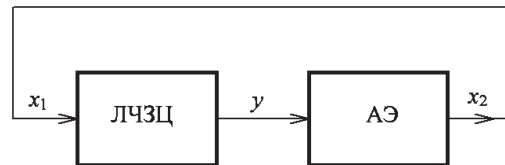


Рис. 4. Структурная модель КС, построенная на основе принципа симметрии

Понятно, что в таком случае для выполнения свойства взаимной обратимости надо реализовать на частоте генерации ω_0 два условия: $|K_1(\omega_0)||K_2(\omega_0)| = 1$, $\varphi_1(\omega_0) + \varphi_2(\omega_0) = 0$. Эти условия являются известными условиями балансов амплитуд и фаз для получения колебаний синусоидальной формы. Например, если $\dot{K}_1(\omega) = \dot{\gamma}_1(\omega)$ – передаточная функция линейной частотно-задающей цепи, которая на частоте ω_0 принимает значение $\dot{\gamma}_1(\omega_0) = 1/3$, то коэффициент передачи усилителя на этой же частоте должен быть обратным $\dot{\gamma}_1(\omega_0)$ и равен $\dot{K}_2(\omega_0) = 3$. Эти значения соответствуют схеме КС на RC -цепи Вина. Здесь имеет место симметрия параметров блоков КС, т. к. коэффициент 3 обратно пропорционален коэффициенту $1/3$.

На рис. 5, а показаны амплитудные характеристики ЛЧЗЦ и линейного активного элемента

КС генератора на цепи Вина. Видна их симметрия относительно пунктирной линии. Баланс амплитуд выполняется при любой амплитуде выходного сигнала. Это свойство консервативной колебательной системы, порождающей колебания строго синусоидальной формы. Конечно, такая колебательная система является идеализированной и не может быть реализована в генераторе. Для превращения КС в автоколебательную систему усилитель должен быть нелинейным.

Для этого в качестве оператора B необходимо выбрать нелинейную характеристику вход – выход, т. е. нелинейную зависимость мгновенных значе-

ний выходного сигнала от мгновенных значений входного сигнала. Тогда возможно получение колебаний с почти синусоидальной формой с заданной амплитудой колебаний или даже колебаний другой формы. На рис. 5, б показаны амплитудные характеристики активного нелинейного элемента (АНЭ) и ЛЧЗЦ той же КС. В качестве нелинейной характеристики активного элемента (АЭ) приведена амплитудная характеристика усилителя с ограничением уровня выходного напряжения. В такой КС при выполнении условий $|\gamma(\omega_0)||K(\omega_0)| > 1$ и $\varphi_\gamma(\omega_0) + \varphi_K(\omega_0) = 0$ возникают колебания почти синусоидальной формы с малой амплитудой вблизи

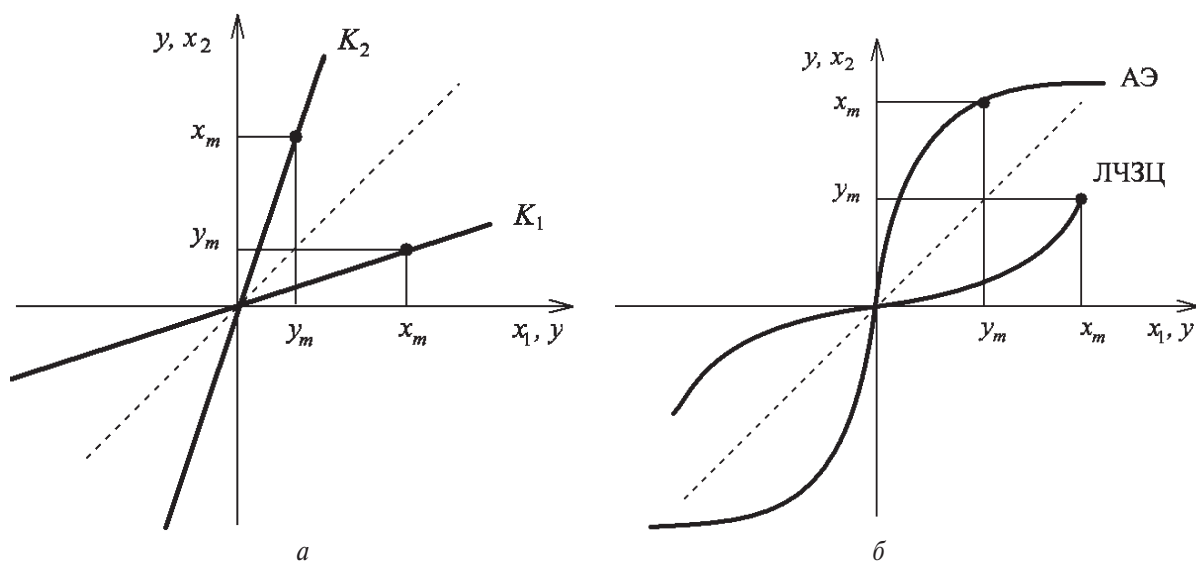


Рис. 5. Примеры характеристик вход – выход КС с линейной ЛЧЗЦ и: а) линейным активным элементом; б) нелинейным активным элементом

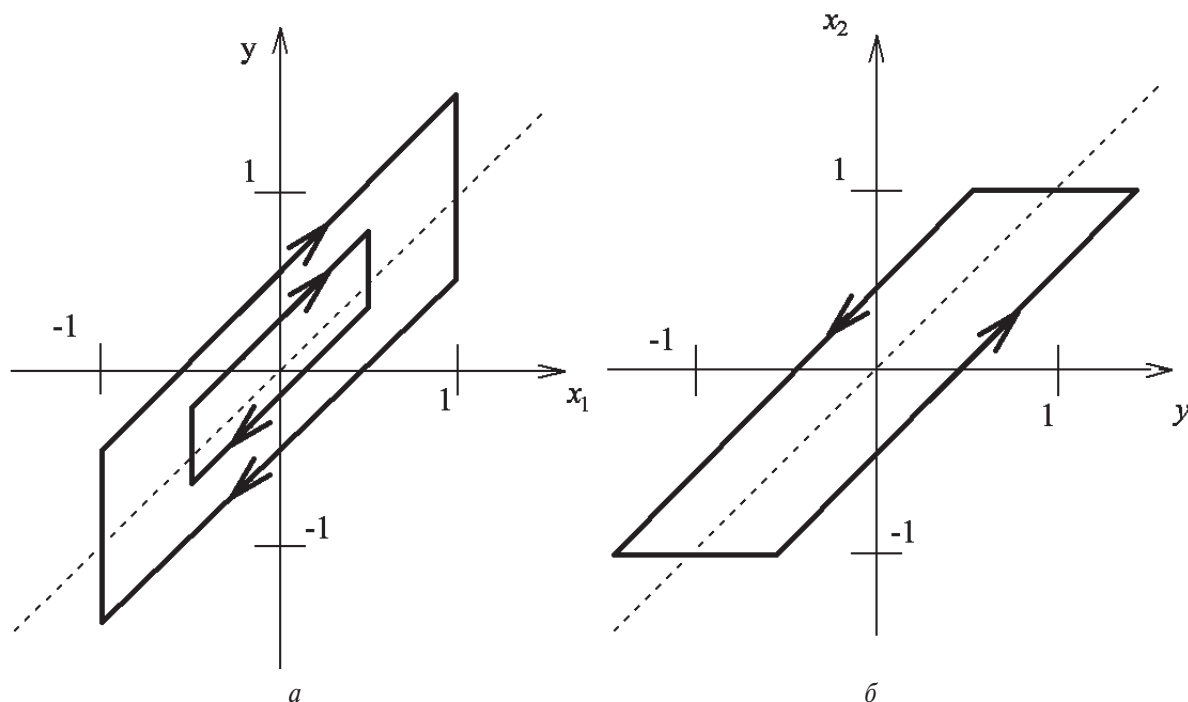


Рис. 6. Примеры гистерезисных характеристик вход – выход на основе принципа симметрии: а) линейной ЛЧЗЦ; б) гистерезисного активного нелинейного элемента

начала координат, где характеристики близки к линейным. Далее амплитуда колебаний увеличивается. Их форма начинает искажаться, начинает формироваться её нелинейная зависимость.

Обратим внимание на то, что при нелинейной амплитудной характеристике АЭ амплитудная характеристика ЛЧЗЦ, построенная по мгновенным значениям сигналов на входе и выходе цепи, из-за изменения амплитуд и фаз спектральных составляющих становится так же нелинейной. То есть в процессе установления стационарного режима амплитудная характеристика ЛЧЗЦ становится нелинейной и симметричной характеристике АНЭ. Когда увеличение амплитуды колебаний заканчивается, наступает стационарный режим. В этот момент и достигается полная симметрия характеристик. Поэтому на рис. 5, б толстой сплошной линией показан окончательный вид характеристик в стационарном режиме. В этом примере также имеет место симметрия характеристик на плоскости относительно пунктирной линии.

Принцип симметрии распространяется не только на КС с АНЭ с однозначными амплитудными характеристиками, но и на КС, построенные на гистерезисных АНЭ. На рис. 6 показаны амплитудные характеристики ЛЧЗЦ и АНЭ с гистерезисной характеристикой. АНЭ здесь может быть выполнен на операционном усилителе с обратной связью. В качестве ЛЧЗЦ используется простейшая дифференцирующая RC-цепь. Эта КС предназначена для

получения колебаний прямоугольной формы и подробно исследована в работах [9, 10].

Приведённые характеристики относятся только к стационарному режиму периодических колебаний, условия возбуждения и устойчивости которых требуют дополнительного исследования.

Выводы

Установлено, что многие структурные схемы генераторов электрических сигналов построены на основе принципа симметрии, т. к. любой генератор является замкнутой системой с обратной связью, разрыв которой приводит к тому, что сигналы слева и справа от места разрыва должны быть равны. Каждый промежуточный узел системы может служить осью симметрии, которая поделит её на две части: левую и правую, параметры или характеристики которых оказываются взаимно обратными друг другу.

Применение принципа симметрии позволяет упростить синтез структур колебательных систем генераторов электрических сигналов с заданной формой периодических колебаний. Для этого сигнал подают на линейную частотно-задающую цепь и строят амплитудную характеристику вход – выход этой цепи. Далее по амплитудной характеристике цепи, применяя свойства симметрии характеристик структурных элементов колебательной системы, путём обращения этой характеристики, строят характеристику нелинейного элемента колебательной системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вейль Г. Симметрия. – М.: Наука, 1968. – 191 с.
2. Вигнер Е. Этюды о симметрии. – М.: Мир, 1971. – 318 с.
3. Урманцев Ю.А. Симметрия природы и природа симметрии. Философские и естественно-научные аспекты. – М.: URSS, 2006. – 232 с.
4. Рыбин Ю.К. Формализованные методы проектирования структур измерительных преобразователей на основе принципа симметрии // Информационно-измерительные системы-1989: Труды Всес. научно-техн. конф. – Ульяновск, 1989. – Т. 2. – С. 239–240.
5. Тетельбаум И.М., Шнейдер Ю.Р. Практика аналогового моделирования динамических систем. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 384 с.
6. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: линейные модели. – М.: Наука, 1987. – 304 с.
7. Туз Ю.М. Структурные методы повышения точности измерительных устройств. – Киев: Вища школа, 1976. – 256 с.
8. Рыбин Ю.К. Синтез генераторов синусоидальных колебаний с импульсной стабилизацией амплитуды // Радиотехника и электроника. – 1984. – Т. 29. – № 9. – С. 1764–1771.
9. Рыбин Ю.К. Условия воспроизведения в генераторах периодических колебаний заданной формы // Известия Томского политехнического университета. – 2010. – Т. 316. – № 4. – С. 136–140.
10. Rybin Yu.K. Electronic Devices for Analog Signal Processing. – Springer: Dordrecht, Heidelberg, London, New York, 2011. – 257 p.

Поступила 12.10.2011 г.